لوگاریتم

پوهیالی نورزمان باوری

Download from: aghalibrary.com

تقریظ

داوسنۍ هر اړخیز ناورین څخه د افغان ولس د خلاصون لاره یوائي په علم کښې نښتي ده. یوه ټولنه هغه وخت پرمختګ کولي شي ،کله چه د علم په ډ ګر کښې مخکې لاړه شي. په نړي کښې هغه ملتونه مخکې ، اسوده او سوکاله ژوند لري په کومو کښې چه علمیت خپور شوي ده .
که وغواړو چه د پرمختللو هیوادونو په شمار کښې راشو نوباید په خپل ځوان نسل باندي زیاته سرمایه ګذاري وکړو ،دغه ځوانان باید په تعلیمي او تحصیلي اډکامیو کې وروزل شي تر څو هغه تشه چه زمونږ په ټولنه کښې وجود لري ډکه شي .

زه د زړه له تله د دلاور(رضا) دغه نیک اقدام ستایم ، دلاور رضا یو هیوادپاله ،احساس پاله اومسولیت پاله ځوان ده.تل مدام زیار او کوشش کوي چه په ټولنه کښې علمي او کولتوري خدمت وکړي .د نوموړي دغه اثار(لوګارتم) علمې او څیړنیز اثر په علمي او کولتوري ډکر کښې نه هیریدونکي اقدام ده .

لوګارتم په روزمره ژوند کې ډیر استعمال ساحه لري ،د ښاغلې استاد دلاور رضا دغه هڅه ټولو ډیر هغو اشخاصو لپاره موثُر تمامیدلی شي ،کوم چې په طبعي علومو کښې لوړې زده کړې ،ماستري او حتي کوم چې دوکتورا کوي.ځکه ټولې بهترین علمي منابع او سرچیني او حتي دنن ورځي بهترین کتابتون(انترنیت) چې دنړي موثره کتابونه په کښې په کم نرخ اوهر ځاي کښې ترلاسه کیداشي، په هغي کې هم اکثره کتابونه په انکلیسي ژبه خپریږي .

زه ښاغلي دلاور (رضا) ته ددي کتاب مبارکي وایم .او هیله ورڅخه کوم چه تل همداسي د خپل ځوریدلي هیواد او هیوادالو خدمتګار ووسي ،له څښتن تعالي څخه ورته ددي ستر زیار او کوښښ بدله په دي او هغي ابدي دونیا کښې غواړم.

پوهیالي نورزمان (باوري)

ننګرهار پوهنتون

ساینس پوهنځي استاد

پېل خبرې

ریاضي د لاتیني کلمې(Mahatmata) څخه اخیستل شوی چه معنی یې جمناستیک دی، ځکه چه پخوانیو یونانیانو فکر کاوه چې لکه چه جمناستیک د بدن فزیکي فعالیتونو کې رول لري دغه رنګه ریاضي هم د دماغو په سالم ساتلو او فعالیتونو کې رول لري .

که چیرې یو څوک په ریاضي پوهیږي او ریاضي پر هغه تاثیر کړی وي نو لاندې خواص به په هغه کې لیدل کیږي. اول خدای پیژوندونکې ، دویم ځیرکتیا ، دریيم منطقي فکر ، څلورم پراخه لیدل ، پنځم لطیف روح او اخري ټکی نظم په واقیعت سره ریاضي پوه دی .

ریاضیات د ذهن او فکر د انکشاف او ودې له پاره ډېر ګټور او اغیزمن دی، لکه د ورزش او بدن ښکلا (باډي بلډینګ) لپاره تمرینات ضرور دي همدارنګه د مغزو رشد ، پراختیا او خرکت لپاره د ریاضي زده کړه اړینه ده .یعنې په دی معني که څوک غواړي چې پراخه لیدلوری ولري ، غښتلی منطقی نظر ولري نو ریاضي دې زده کړي .

هغه ماشومان چې کم ذهنه او ګوډ وي نو بهترینه خبره ده چې په نوموړي ماشوم باندې د حساب د زده کړې تمرین او کوشش وشي . په ښوونځیو کې هغه زده کوونکي په طبیعي ډول پر نورو مضامینو هم بر لاسي وي چې څه ناڅه په ریاضي پوهیږي او هغه زده کوونکي چې ریاضي یې نه وي ، زده نو پر نورو مضامینو هم نه پوهیږي.

په یو مطلب کې راغلي دي چې لومړۍ نړیواله جګړه د کیمیا پوهانو ترمنځ وه ، دویمه نړیواله جګړه د فزیک پوهانو تر منځ وه او خدای د ونګړي که چیرې دریمه نړیواله جګړه پېښه شي نو دغه جګړه به د ریاضیکي جګړه وي په نتیجه کې به نړۍ ته ستر زیان واوړي ، .د په ریاضي هکله د یو شمیر پوهانو وینا وي :

افلاطون د اکاډمي په دراوزې لیکل شوي وو ، هر هغه څوک چې په هندسه نه پوهیږی د ننه نه شي.

ریاضي پوهه ټایلور وویلي وه هندسه هغه پل دی چې انسان د ظلم نړۍ څخه یو د خقیقت یو نوراني ښار او محل ته رسوي.

افلاطون وو ایې : د ریاضي د کار کولو محصول د طبیعت ښکلا دی او هغه څوک چې پر ریاضي نه پوهیږی نو د طبیعت ښکلا په ښه ډول نشي درک کولای

راجر بیکن وو ایې : ریاضیات د علومو د دروازې کیلي دی ، په ریاضیاتو کې لتې کول ټولو علومو ته صدمه رسوي.

اریک تمپل بل وایې : ټول ریاضي پوهان د ریاضي ښوونکې ندي او ټول د ریاضي ښوونکې ریاضي پوهان ندي.

ګالیله وایې : په ریاضیاتو کې څه مهم دي؟ فکر کول ، ریاضیات الفبا دي چې د همدې الفبا پر مټ الله ج نړۍ خلق کړې دی.

حضرت علي کرم الله وجهه څخه یو چا پوښتنه وکړه چې 17 اوښان درانګه وویشی چې اول نفر $\frac{1}{2}$ برخه ، دویم برنفر $\frac{1}{3}$ برخه ، دریم نفر $\frac{1}{9}$ برخه واخلي او د قربانۍ یو اوښ هم حلال نشي؟

حضرت علي کرم الله وجهه یو نفر ته وویل ، چې یو اوښ له بیت المال څخه راوړی او د 17 اوښانو سره یې یو ځای کړی چې 18 اوښان کېږي ، او د معینه نسبتونو د ویش څخه وروسته پورته ذکر شوي برخې په لاس راځي یعنې : اول نفر ته 9 اوښان ، دویم نفر ته 6 اوښان او دریم نفر ته 2 اوښان وویشل شول ، چې ټول 17 اوښان کېږي او د بیت المال اوښ یې بیرته بیت المال ته وسپارلو.

په هر صورت د ریاضي زده کړه هر چاته ضرور ده چه یاده یې کړي ، مسلکې اشخاص باید خپلې ملې ژبې ته د ریاضیاتو استعمال را وژباړي .

د سوکاله او پرختللې افغانستان په هیله

استاد دلاور رضا معروف خیل

د ریاضي علوم

د ریاضیاتو په تعریف کې ویل کېږي، چې یو عقلاني پوهه (علم) دی، چې ځینې کمیتونه (مقادیر) د ځینې نورو کمیتونو په واسطه د هغو دقیقو روابطو په واسطه چې د دوی ترمینځ وجود لري، تعین او بحث کوي.

کمیت:

هر هغه څه چې د اندازه کولو وړتیا ولري، زیات او یا کم شي کمیت نومېږي؛ لکه سرعت، قوه، کتله او نور.

د اوولسم قرن مشهور ریاضي پوه له نظره (دګارت):

ریاضیات د نظرم او اندازې خالص علوم دی، ددې علم د کلیت قاطعیت او بارزوالي په پام کې نیولو سره چې د ریاضیاتو تعریف مو بشپړ کړی وي، ویل کېږي.

ریاضیات د کمیتونو غیر مستقیمه اندازه ګیري ده او د کمیتونو ترمینځ روابط برقراروي.

دا علم نظر د کمیتونو د څېړنې لپاره په کوچنیو څانګو وېشل کېږي؛ لکه حساب، هندسه، مثلثات، الجبر، انالیز، وکتور، مترکس او نور، چې په عمومي ډول حساب د منفصل کمیتونو او هندسه د منتصل کمیتونو څخه (اشکال، اجسام) څخه بحث کوي.

کله د اعدادو پرځای د حروفونو څخه استفاده کوي؛ مثلاً:

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2.3.4 + 4^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

دا ډول فورمولونه چې په واقعیت کې د غیر مشخص کمیتونو اړیکې څرګندوي، د ریاضي په الجبر څانګې پورې اړه لري، په دې توګه الجبر د فورمولونو په پلي کولو د حساب عملي ساده او عمومیت ورکوي.

دکارت په اوولسم قرن کې یو هندسي شکل د یو الجبري معادلې په واسطه ارایه کړ، چې د مختصاتو په سیستم پورې اړه درلوده او تحلیلي هندسه یې مینځته راوړه، په دې ترتیب الجبر د ریاضي هغه برخه ده، چې هم منفصل او هم منتقل کمیتونه تر څېړنې لاندې نیسي.

د ریاضي مفاهیمو د منشاء په هکله باید ووایو چې دا مفاهیم د انسان ذهن ته د خارجي جهان د تجربې او لیدنې کتنې څخه حاصل او په لاس راغلي، چې وروسته ذهن هغه ته انکشاف او جوړښت ورکړی او یا یې نومولی وي.

غیر منظم شکل یې منظم او یا منظم شکل ته یې غیر منظم شکل ورکړی، لېکن مشهور فیلسوف او ملګري یې هر ډول مفهوم د تجربې او عمل محصول ګڼي، ولې په مقابل کې یې عقلي فلاسفه لکه دکارت واسپتیوزوا، اولایب ننز په عقل ممتاز او مستقل له تجربې څخه ګڼي او په دې عقیده دي، چې انتان لرونکي د فطري افکارو دي او له تجربې څخه یې مستقل ګڼي؛ مثلا دکارت او کانت په دې عقیده دي، چې په طبیعت کې اساساً عدد وجود نه لري او دا ذهن دی، چې واحد په واحد زیات او اعداد مینځته راوړي.

همدارنګه د هندسې په اړه نوموړي وایي، چې اصلاً هندسي اشکال په طبیعت کې وجود نه لري او ټول اجسام درې بعدي دي، په دې ترتیب دوه یو اړخیزې قطري مینځته راځي، چې یوه یې محض د تجربې او عمل اصالت دی او بل یې محض د عقل اصالت دی.

په هر ترتیب په لنډ ډول وایو، دا تجربه ده، چې د ریاضي لومړني مفاهیم انسان ته تلقین او بیا د ذهن عقل او فکر فعالیت دي، چې هغه له سره نوي، کامل او یا متغیر شکل ورکوي او د خپل د علاقې وړ شکل، حالت ته یې راولي؛ مثلا د تسبیح دانې او داسې نور د اعدادو د ښودلو لپاره په کار یووړل شو، چې وروسته بیا مختلف عددونه مینځته راغلل.

د فکــر متــداوم او فعــال جریــان حتــی منفــي او موهــومي عددونــه رامینځتــه کــړل، همدارنګــه هندسـي مفـاهیم د ډېـر کـوچني شـي د لیـدلو څخـه د نقطـې مفهـوم د نــازک او باریــک ســیم د لیــدلو څخــه د خــط مفهــوم د ســپوږمۍ د لیــدلو څخــه د دایــرې مفهــوم د هګــۍ د لیــدلو څخــه، د بیضــوي مفهــوم رامینځتــه شــو، چــې وروسته یې انکشاف او پرمختګ وکړ.

پــه مصر کې د نیـل د سیند طغیـان چې ځمکې بـه یې خرابې او حـدود بـه یې لـه مینځــه وړل، د مثلــث، مربــع او مســتطیل او مســاحت مفاهیــة مینځتــه راغلــل، چې د نن ورځې د عصري هندسې اساسات جوړوي.

د ریاضي اصول او روش

د ریاضــیاتو روش ددې علـم پـه مبـداء او منشـاء کـې د یـو شـمېر اصـولو وضـع کـول دي، چـې ددې اصـولو پـه کـار اچولـو سـره او پـه هغـوی اسـتدلال کـول، یـو سلســله قضــیې مینځتــه راوړي، چــې پــه منطقــي ډول لــه لــومړني اصــولو څخــه پــه لاس راځي.

پـه بل عبارت:

د ریاضــیاتو روش یــو جــوړوونکی قیــاس یــا قضــیې دي، چــې پــایلې یــې د وضع شوو اصولو په کار اچولو څخه حاصلېږي.

دا لومړني اصول عبارت دي له:

۱. د ریاضي تعریف. ۲. بدیهي اصول یا متعارف اصول. ۳. موضوعه اصول.

i. د ریاضي تعریف:

هغــه څــه چــې د یــو شــي طبیعــت، ذات، خــواص واضــح او روښــانه کــړي، یــا د هغه په اړه یو فکر رامینځته کړي، تعریف نومېږي.

پــه بــل عبــارت؛ د ریاضــي تعریــف یــو قضــیه ده، چــې د یــو معــین مقــدار ذات معلوم کړي، د مثال په ډول د (α)زاویه، چې $0^{0} < \alpha < 90^{0}$ وي، حاده زاویه ده.

ii. بدیهه اصول (متعارف اصول):

هغه قضیه ده، چې بدیهه څرګند او د معینو مقادیرو ترمینځ د یوې ضروري رابطې ښوونکې وي؛ مثلاً کل د جز څخه لوی دی، یا که: $A=B$, $B=C$ وي، نو $A=C$ دی او نور.

iii. موضوعه اصول:

دا هغه اصول دي، چې اثبات یې ناممکن وي، کېدای ش د هغه نه انکار وشي او یا تجدید شي، ولې دا اصول قبلول ددې لپاره چې هغه دلایل چې دا اصول یې مبدا او منشا ګڼل کېږي، ځای په ځای پاتې نه شي او استدلال ادامه وکړي، له نوم نه یې معلومېږي، دا اصول د اشخاصو له خوا وضع او قرار دادي جنبه لري او پرته له دې چې ضرور وي قبلېږي او منطقي ضرورت نه لري؛ مثلاً د اقلیدوس موضوعه اصول.

د ریاضي استدلال او برهان:

معمولاً ویل کېږي، چې د ریاضي استدلال قیاس دی او دا په هغه استدلال اطلاق کېږي، چې ذهن د یوې کلي قضیې څخه د هغه جز خواته ځي او د هغه اصولو څخه چې په ابتداء د دغه علم کې وضع شوي وي، منطقا نورې قضیې نتیجه ګیري کېږي؛ مثلاً د یو مستطیل د تعریف څخه چې یوه کلي قضیه ده، د مستطیل نور خواص نتیجه ګیري کېږي.

ولې اکثر د ریاضي علما د ریاضیاتو قیاس روش نه قبلوي او وایي چې زیاضیات په لومړي سر کې د تجربې بڼه درلوده او استقرایي روش یې درلود، چې بیا د استقرا نه قیاس ته لاره بدله کړې ده.

مثلا؛ د حساب نه الجبر او د مسطحه هندسې نه فضایي هندسې ته رسېدلي دي.

د ریاضي استدلال کې ذهن د خارجي جهان د واقعیتونو په اساس خپل فعالیت ته ادامه ورکوي، هر هغه څه چې بهتر او مناسب وي، پایلو ته د

رسېدلو پــه خــاطر انتخــاب او حاصــل شــوي نتــایج بیــا د بعــدي اســتدلال لپــاره پــه کاروي.

معمــولا د ریاضــي پــه اســتدلال کــې د تجربــې او تحلیــل روش نــه کــار اخلــي، چــې دا پــه حقیقــت کــې د کــل څخــه تجزیــه تلــل دي او یــا هــم د تکریبــي روش څخــه کار اخلي، چې د جز څخه کل ته تلل دي.

یادونــه کېــږي، چــې تحلیــل او ترکیــب یــو د بــل تکمیــل کــوونکي دي، د تجزیــې پرتــه ترکیــب او د ترکیــب پرتــه تجزیــه ناقصــه ده، د ریاضــي لــه تعریــف نــه شــروع او مطلــوب قضــیې تــه رســېږي، ولــې پــه تحلیــل او تجزیــه کــې د قضــیې نــه تعریــف تــه رســېږو ، پــه دې ترتیــب تحلیــل لــه قضــیې نــه پــر تعریــف ختمېــږي او ترکیــب لــه تعریف نه پر قضیه ختمېږي.

د ریاضــیاتو علمــي ارزش او اســتعمال یــې پــه نــورو علومو کې:

همغســې چــې مخکــې یادونــه وشــوه، علــوم د عمــل او تجربــې څخــه ســرچینه اخلي او وروسته توسعه او پراختیا پیدا کوي.

د ریاضــي پــه برخــه کــې هــم لــومړني مفــاهیم لــه عینــي جهــان او تجربــې څخــه اخیســتل شــوي دي او بیــا یــې توســعه او انکشــاف کــړی دی، چــې ثابــت او اســتوار قوانین او روابط لري.

چې یــو کمیــت د بــل کمیــت لــه مخــې تعــین او پیــدا کــوي، د ریاضــي علومــو لــړۍ اوس کچــې تــه رســېدلی، چــې د تجربــې پرتــه د مقــادیرو تــر میــنځ ثابــت روابــط او قوانین رامینځته کړي.

پــه داســې حــال کــې چــې ریاضــیات یــو ذهنــي علــم شــمېرل کېــږي، خــو لــومړني مفاهیم په تجربه او عینیت استوار ده.

دې علــم کــاملاً دقیــق، قــاطع او مســلم احکــام یــې حقیقــي دقیــق او مطمــین دي، چې هیڅــوک پــه کــې تردیــد نــه لــري، پــه همــدې دلیــل هــر تجربــې علــم چــې د ریاضــي

په چوکاټ کې ولوېږي او د ریاضي فورمولونه پرې تطبیق شي، همغومره به قاطع، دقیق او د اعتماد وړ وي.

په اوسني عصر او زمان کې حتی د اجتماعي علومو عالمان او استادان کوښښ کوي، ترڅو خپل نظریات او تیوري ګانې د ریاضي په قالب او فورمولونو کې ارایه کړي.

په دې مورد کې لارډکالوین د فزیک یو مشهور عالم وایي:

((کله چې د یو موضوع په هکله صحبت کوې، که وتوانېږې هغه اندازه او د اعدادو په ژبه یې ارایه کړې، که د هغه باره کې ډېر هم پوهېږې، خو له دې کار نه بغیر به مو معلومات نیمګړي وي.))

بله دا چې ځینې عالمان وایي:

((شناخت عبارت د اندازه ګیرۍ څخه ده.))

د نجوم فزیک عالمان غالباً داسې روابط په ریاضي کې برقرار او قایموي چې د غسې جهان سره انطباق لري، یعنې د ریاضي قوانینو ته د تجربې جنبه ورکوي.

د اوسني عصر فزیک، نجوم، تحلیلي او محاسبوي کیمیا، روانشناسي، انجینري، ساختمان، بانکداري... دا هغه علوم دي، چې د ریاضي د پوښښ او قالب پرته به نیمګړي او کم اعتباره وي، د پورته خبرو حقیقت به خپله د ساینس پوهنځي په څلورو کلونو کې احساس کړي.

لوګاریتم (Logarithm)

د ریاضـي اوومـه عملیـه ده، چـې ریاضـي د عملیـو د ډېـرو لویـو او یـا د ډېـرو کوچنیـو عـددونو پـه محاسـبه کـې؛ لکـه ضـرب، تقسـیم، طاقـت، جـذر، نمـایي (اکسپونشـیل) معـادلې، نفوسـو د تکثـر مسـایل، د بکتـر یـا دوه ګـوني وېـش، د رادیـو اکتیـف مـوادو تخریـب، بـانکونو پـه مرکبـه ربحـه او اداسـې نـورو ځـایونو کې ترې استفاده کېږي.

لوګـاریتم هغـه عملیـه ده، چـې د ضـرب او تقسـیم عملیـې پـه جمـع او تفریـق پـه عملیو، د توان او جذر عملیې په ضرب او تقسیم په عملیو بدلوي.

لوګـاریتم یـوه داسـې عملیـه ده، چـې نـه یـوازې محاسـبه سـاده کـوي، بلکـې د محاسبې وخت هم لنډوي.

دا عملیـه د لـومړي ځـل لپـاره د یـو مسـلمان ریاضـي پـوه (الخـوارزمي AL-Khwarizmi) لـه خـوا وپېژنـدل شـوه او د یـوه سـکاټلنډي ریاضـي پـوه (جـان نیپـر Jhon Napier) په واسطه پراختیا ورکړل شوه.

وروسـته د جـان نیپـر د مړینـې څخـه (بـرکس Briggs) نـومې عـالم د جـان نیپـر د زوی پــه مرســته د لــومړي ځــل لپــاره د لوګــاریتم جــدول د لســو (10) پــه قاعــده ترتیب او منتشر کړی.

بـالاخره د دې عملیــې پــه واســطه د محاســبې خطکــش، د حســاب ماشــین او داسې نور شیان اختراع شوي دي.

د لوګـاریتم پـه واسـطه مسـایل پـه اسـانه، ژر، پـه لـږ وخـت او پـه دقیـق ډول سـره

حل کېږي.

لوګاريتمي تابع (Logarthm Function)

لوګاريتم په لغت کې د متناسبو اعدادو شمېرلو ته وايي او په اصطلاح کې د اکسپوننشيل معادلې معکوسې معادلې ته لوګاريتم وايي.

اکسپوننشيل معادله:

هغه معادله ده، چې توان يې مجهول وي، عمومي شکل $a^x = b$ ، چې a او b ثابت عددونه دي، او x په کې مجهول دی؛ لکه $2^x = 16$

دا چې د اکسپوننشيل معادلې معکوس شکل ته لوګاريتم وايي، نو ليکو چې:

$b = a^x$ يو اکسپوننشيل معادله ده، نو معکوسه شکل يې عبارت ده له $Log_a^b = x$ څخه.

پاملرنه:

کولی شو، چې اکسپوننشيل معادله په لوګاريتمي معادلو او لوګاريتمي معادلې په اکسپوننشيل معادلو بدلې کړو.

مثال: لوګاريتمي $x = 2^3 \Rightarrow Log_2^x = 3$ اکسپوننشيل.

اکسپوننشيل $2^x = 16 \Rightarrow Log_2^{16} = x$

په بل عبارت سره: لوګاريتم د x عدد ($x > 0$) د a په قاعده ($a \neq 1, a > 0$) عبارت له هغه عدد څخه دی، چې a د نوموړي عدد په توان رفع شي، نو حاصل يې د x سره مساوي کېږي؛ مثلاً:

$Log_a^x = y \Rightarrow a^y = x$

1). $Log_8^{64} = 2 \Rightarrow 8^2 = 64$

2). $Log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

3). $Log_9^{81} = 2 \Rightarrow 9^2 = 81$

4). $Log_{12}^{144}=2\Rightarrow 12^2=144$
5). $Log_{3}^{9}=2\Rightarrow 3^2=9$
6). $Log_{25}^{625}=2\Rightarrow 25^2=625$
7). $Log_{13}^{169}=2\Rightarrow 13^2=169$
8). $Log_{21}^{441}=2\Rightarrow 21^2=441$
9). $Log_{20}^{400}=2\Rightarrow 20^2=400$
10). $Log_{30}^{900}=2\Rightarrow 30^2=900$

په بل عبارت سره:

فرضــوو چــې N او b دوه داســې مثبــت حقيقــي عددونــه دي، چــې $b\neq 0$ او $a\neq 1$ وي، نــو د N عــدد لوګــاریتم د b پــه قاعــده د a څخــه عبــارت دی، کــه چېــرې b د a په توان رفع شي، د N عدد لاسته راشي؛ دارنګه چې:

$$Log_b^N=a\Leftrightarrow b^a=N$$

$Ex: 4^2=16\Leftrightarrow Log_4^{16}=2$

$Ex: 10^3=1000\Leftrightarrow Log_{10}^{1000}=3$

$Ex: 6^0=1\Leftrightarrow Log_6^1=0$

په بل عبارت سره:

کــه $y=a^x$ اکسپوننشــیل تــابع وي، نــو x تــه د (a) پــه قاعــده د (y) لوګــاریتم وايي، چې دغه عبارت په رياضي کې داسې $(x=Log_a^y)$ ښودل کېږي.

يا په بل عبارت سره:

کــه $a>0$ او $a\neq 1$ او هــم $N>0$ وي، د N عــدد لوګــاریتم د a پــه قاعــده د x عدد دی، که a په توان د x رفع شي، نو د N عدد لاسته راشي.

پورته تعریف رياضي په ژبه داسې ليکل کېږي:

معادل روابط $\begin{cases}Log_a^N=x\\ N=a^x\end{cases}$ لوګاریتمي تابع / نمايي (اکسپوننشيل) تابع

1). $Log_6^{36}=2\Rightarrow 36=6^2$

2). $Log_2^{1/16}=-4\Rightarrow \frac{1}{16}=2^{-4}$

3). $Log_7^{49} = 2 \Rightarrow 49 = 7^2$

يا په بل عبارت:

د يوه طاقت توان ته لوګاريتم وايي.

$x = Log_a^y \Rightarrow y = a^x$

په لنډ ډول د توان محاسبه کولو ته لوګاريتم وايي.

$Ex: 256 = 16^2 \Rightarrow Log_{16}^{256} = 2$

$Ex: 289 = 17^2 \Rightarrow Log_{17}^{289} = 2$

د ټولو ذکر شوو تعريفونو له مخې د يوه عدد لوګاريتم مفهوم او مقصد دا دی، چې د يوه عدد لوګاريتم نظر يوې قاعدې ته هغه عدد دی، چې که قاعده پرې رفع شي، نو خپله عدد په لاس راځي.

پاملرنه:

له يوه څخه د لويو عددونو لوګاريتم مثبت او له يوه څخه د کوچنيو عددونو لوګاريتم منفي دی.

همدارنګه لوګاريتم صرف مثبت عددونه لري، خو منفي عددونه لوګاريتم نه لري.

همدا شان د يو لوګاريتم صفر دی، او د صفر لوګاريتم منفي لايتناهي ($-\alpha$) دی.

$Ex: Log_2^{32} = 5 \Rightarrow 32 = 2^5$

$Ex: Log_{125}^{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

$Ex: Log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 0,1 = 10^{-1}$

$Ex: Log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 0,01 = 10^{-2}$

(ا). له (1) نه د لوی عددونو لوګاريتم تل مثبت وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^1 = 10 \longrightarrow Log_{10}^{10} = 1$

$10^2 = 100 \longrightarrow Log_{10}^{10^2} = 2$

$10^3 = 1000 \longrightarrow Log_{10}^{10^3} = 3$

$10^4 = 10000 \longrightarrow Log_{10}^{10^4} = 4$

(II). له (1) نه د کوچنیو عددونو لوګاریتم تل منفي وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^{-1} = 0{,}1 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-1}} = -1$

$10^{-2} = 0{,}01 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-2}} = -2$

$10^{-3} = 0{,}001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-3}} = -3$

$10^{-4} = 0{,}0001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-4}} = -4$

(III). د صفر لوګاریتم ($-\alpha$) دی.

(IV). د صفر څخه کوچني عددونه یعنې منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

د لوګاریتم ساده مثالونه

Number	Exponential Expression	Logarthm
10000	10^4	4
1000	10^3	3
100	10^2	2
10	10^1	1
1	10^0	0
$\frac{1}{10} = 0{,}1$	10^{-1}	–1
$\frac{1}{100} = 0{,}01$	10^{-2}	–2
$\frac{1}{1000} = 0{,}001$	10^{-3}	–3
$\frac{1}{10000} = 0{,}0001$	10^{-4}	–4

لوګاریتمي تابعګانې
(Logarithmic Function)

لوګاریتمي تابع:

که $y = a^x$ يوه نمايي (اکسپوننشيل) تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د y لوګاريتمي تابع ويل کېږي.

يعنې د نمايي تابع معکوس حالت ته لوګاريتمي تابع ويل کېږي.

او په $y = a^x \Leftrightarrow x = Log_a^y$ شکل سره ښودل کېږي.

$$f(x) = a^x : \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases} , \qquad \begin{Bmatrix} Do\min\ f(x) = IR \\ Range\ f(x) = IR > 0 \end{Bmatrix}$$

$$f^{-1}(x) = Log_a^x \qquad , \qquad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$Dom\ f(x)^{-1} = IR > 0$$

$$Range\ f(x)^{-1} = IR$$

يعنې د لوګاريتمي تابع ډومين د نمايي تابع رينج او د لوګاريتمي تابع رنج د نمايي تابع ډومين دی.

د لوګاریتمي تابع خاصیتونه
:(Logarthmic Function Laws)

۱. د لوګـــاریتمي تـــابع د کمیتونـــو ســـاحه د مثبتـــو عـــددونو لـــه ســـیټ څخـــه عبارت ده.

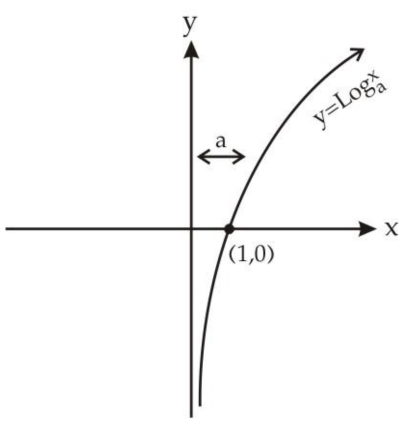
۲. څرنګـه چـې Log_a^1 د هـرې اختیـاري قاعـدې لپـاره مسـاوي پـه صـفر سـره ده، نـو پـه دې اساس ویلـی شـو، چې هر لوګـاریتمي تـابع یـوازې یـو جـذر $x_0 = 1$ لـري، چـې پـه دې ترتیـب د هـر لوګـاریتمي تـابع ګـراف پـه قـایمو مختصـاتو کـې د $(1,0)$ له نقطې څخه تېرېږي.

۳. هـره لوګـاریتمي تـابع یـو پـه یـو یـا (Injection) ده، یعنـې د هـر $x_1 = x_2$ لپـاره تل $f(x_1) = f(x_2)$ او یا د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ ده.

کـه $y = Log_a^x$ تـابع ولـري، دلتـه (a) دوه حالتـه لـري، چـې ګـراف یـې هـم فـرق کوي.

۱. که چېرې $a > 1$ وي، نو لرو چې:

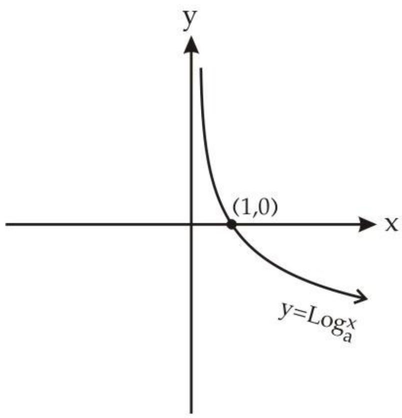
$y = Log_a^x$



x	Log_{aX}
0	-5
1	0
a	1
$+\alpha$	$+\alpha$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، نو په دې حالت کې لرو چې:

$y = Log_a^x$, $0 < a < 1$



x	Log_{aX}
0	$+\alpha$
a	1
1	0
$+\alpha$	$-\alpha$

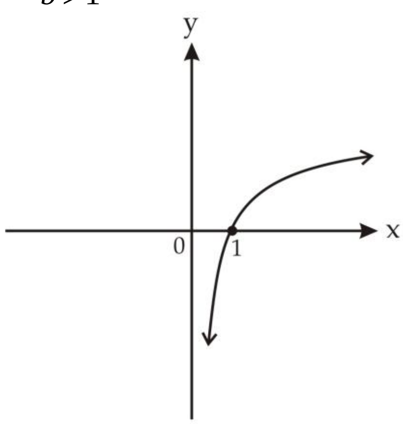
$y = Log_a^X$ ګراف

دلته b دوه حالتونه لري:

۱. که چېرې $b > 1$ وي، نو ګراف يې په لاندې ډول دی:

$y = Log_a^X$

$b > 1$



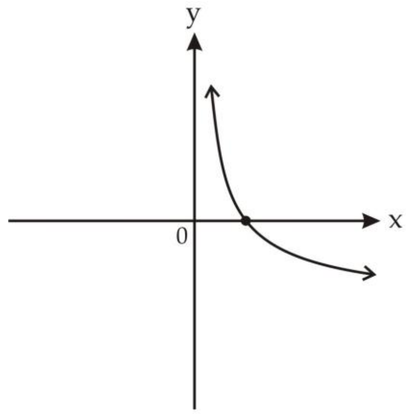
$Domain = (0, \alpha)$

$Range = (-\alpha, \alpha)$

۲. کــه چېــرې $0 < b < 1$ وي، نــو ګــراف، دومــين او رنــج يــې پــه لانــدې ډول ســره دی.

$y = Log_a^X$

$0 < b < 1$



$Domain = (0, \alpha)$
$Range = (-\alpha, \alpha)$

په عمومي ډول د لوګارتمي تابع د ګراف د رسمولو لپاره د لوګاريتمي $y = Log_a^x$ او نمايي $y = a^x$ تابع ګرافونه نسبت $y = x$ مستقيم خط ته متناظر دی.

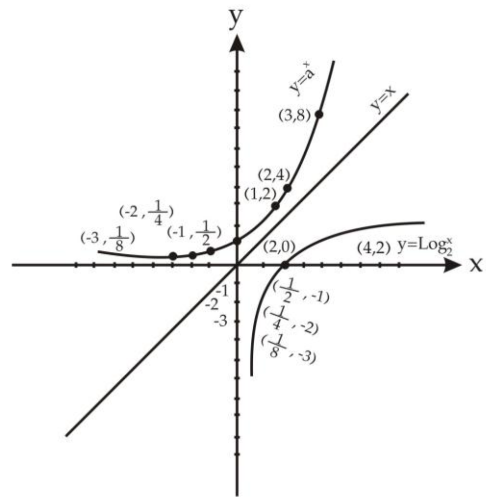
دلته (a) دوه حالتونه لري:

۱. که $a > 1$ وي، مثلا $y = Log_2^x$ ، يعني $a = 2$ فرض شي، نو دې ډول تابع ګراف صعودي دی او قايم مجانب يې $x = 0$ خط دی.

x	Log_a^y	لوګاريتمي تابع
1	0	$\Rightarrow (1,0)$
2	1	$\Rightarrow (2,1)$
1/2	-1	$\Rightarrow (1/2,-1)$
4	2	$\Rightarrow (4,2)$
1/4	-2	$\Rightarrow (1/4,-2)$
1/8	-3	

x	$y = 2^x$	نمايي تابع
3	8	$\Rightarrow (3,8)$
2	4	$\Rightarrow (2,4)$
1	2	$\Rightarrow (1,2)$
-1	1/2	$\Rightarrow (-1,1/2)$
-2	1/4	$\Rightarrow (-2,1/4)$
-3	1/8	$\Rightarrow (-3,1/8)$

الف شکل:



$Do\min of\ y = 2^x \Rightarrow (-\alpha, \alpha) \Leftrightarrow Range\,of\ y = Log_2^x$

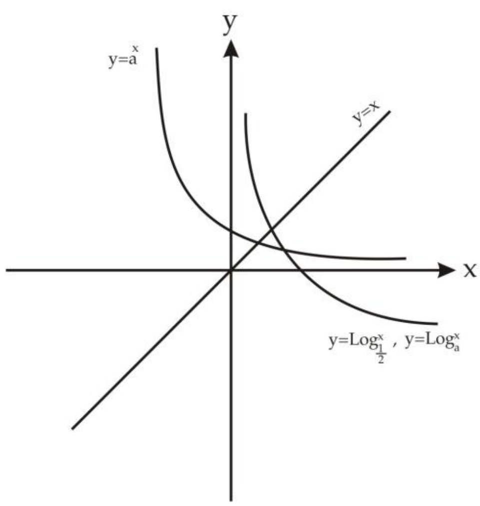
$Range\,of\ y = 2^x \Rightarrow (0, \alpha) \Leftrightarrow Do\min of\ y = Log_2^x$

۲. کـه چېـرې $0 < a < 1$ وي، یعنــې $a = \frac{1}{2}$ فــرض شــي، $y = Log_{\frac{1}{2}}^x$ وســاتو، پـــه دې صورت کې تابع نزولي ده.

نــو پــه هغــه صــورت کــې چــې $0 < a < 1$ وي، د $y = Log_x^a$ تــابع ګــراف پــه لانــدې ډول ده.

دیتر ګراف په خپر کمیتونه ورکوو:

ب شکل:



له بلې خوا پوهېږو چې لوګاریتمي او اکسپوننشیل تابعګانې یو د بل معکوس دي، اوس که چېرې f ته نمایي تابع او f^{-1} ته لوګاریتمي تابع ووایو، نو ددوی ترکیب هم په لاندې ډول دی:

$$fof^{-1} = f^{-1}of$$
$$fof^{-1} = f(f(x)^{-1}) = f(\log_a^x) = a^{\log_a^x} = x$$
$$f^{-1}of = f(f(x)) = f^{-1}(a^x) = \log_a^{a^x} = x$$

نتیجه: نو له دې ترکیب څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي.

$$\left.\begin{array}{l} Log_a^{a^x} \Rightarrow \\ a^{Log_a^x} = x \end{array}\right\} Log_a^{a^x} = a^{Log_a^x} = x$$

مثال: د $f(x) = Log_5^x$ تابع قیمتونه په $f(\frac{1}{25}), f(1), f(5)$ او $f(125)$ کې پیدا کړئ؟

حل: په راکړل شوي تابع کې د x پرځای قیمتونه لیکو، چې په نتیجه کې د تابع قیمت په لاس راځي.

$$f(x) = \log_5^x \Rightarrow f(5) = \log_5^5 = 1$$
$$f(x) = \log_5^x = f(1) = \log_5^1 = 0$$
$$f(x) = \log_5^x = f(\frac{1}{25}) = \log_5^{(\frac{1}{125})} = \log_5^{5^{-2}} = -2.\log_5^5 = -2.1 = -2$$
$$f(x) = \log_5^x = f(125) = \log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$$

مثال: د $f(x) = \log_3^x$ تابع قیمتونه په $f(1)$ ، $f(3)$ ، $f(27)$ او $f(81)$ کې په لاس راوړو.

حل: راکړل شوي قیمتونه په تابع کې د x پرځا وضع کوو.

$$f(x) = Log_3^X \Rightarrow f(1) = \log_3^1 = 0$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(3) = \log_3^3 = 10$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(27) = \log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(81) = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4$$

تمرین (Excerces):

۱. د $f(x)=Log_4^x$ تابع قیمتونه په $f(4), f(16), f(1)$ او $f(\frac{1}{16})$ کې پیدا کړئ؟

۲. د $f(x)=Log_2^x$ تابع قیمتونه په $f(1), f(64), f(32)$ او $f(\frac{1}{4})$ کې پیدا کړئ.

لوګاریتمي او اکسپوننشیل (نمایي) تابع ګانې یو پر بل تبدیلول

(Logarithmic Function)

لاندې نمایي مساوات په لوګاریتمي حالت تبدیلوو:

1). $100^{0} = 1 \Rightarrow \log_{100}^{1} = 0$

2). $10^{-4} = 0,0001 \Rightarrow \log_{10}^{0,0001} = -4$

3). $10^{\frac{1}{3}} = 10^{-3} \Rightarrow \log_{10}^{10^{\frac{1}{3}}} = -3$

4). $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} \Rightarrow \log_{2}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

5). $(\frac{1}{2})^{-4} = 16 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{16} = -4$

6). $10^{3} = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

لاندې لوګاریتمي مساوات په نمایي حالت تبدیلوو:

1). $\log_{2}^{4x} = x \Rightarrow 2^{x} = 4x$

2). $\log_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{9}} = 2 \Rightarrow (\frac{2}{3})^{2} = \frac{4}{9}$

3). $\log_{c}^{\frac{1}{x}} = -y \Rightarrow c^{-y} = \frac{1}{x}$

4). $\log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 10^{-2} = 0,01$

5). $\log_{8}^{1} = 0 \Rightarrow 8^{0} = 1$

6). $\log_{2}^{32} = 5 \Rightarrow 2^{5} = 32$

عملي مثالونه:

د اکسپوننشیل شکل څخه لوګاریتمي شکل ته د معادلو تبدیلول:

1). $4^2 = 16 \Rightarrow \log_4^{16} = 2$

2). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

3). $6^0 = 1 \Rightarrow \log_6^1 = 0$

4). $3^4 = 81 \Rightarrow \log_3^{81} = 4$

5). $12^2 = 144 \Rightarrow \log_{12}^{144} = 2$

6). $10^5 = 100000 \Rightarrow \log_{10}^{100000} = 5$

لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشیل شکل بدلول:

1). $\log_{10}^{100} = 2 \Rightarrow 10^2 = 100$

2). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

3). $\log_5^{125} = 3 \Rightarrow 5^3 = 125$

4). $\log_{10}^1 = 0 \Rightarrow 10^0 = 1$

5). $\log_3^3 = 1 \Rightarrow 3^1 = 3$

6). $\log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 10^{-1} = 0,1$

7). $\log_{10}^{0,001} = 3 \Rightarrow 10^{-3} = 0,001$

8). $\log_{10}^{0,0001} = -4 \Rightarrow 10^{-4} = 0,0001$

9). $\log_{125}^5 = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

10). $\log_2^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

11). $\log_3^{27} = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$

12). $\log_6^{36} = n \Rightarrow 6^n = 36 \Rightarrow 6^n = 6^2 = n = 2$

13). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

14). $\log_2^8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

15). $\log_7^{\frac{1}{49}} = -2 \Rightarrow 7^{-2} = \frac{1}{49}$

16). $\log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{1000}$

17). $\log_2^{16} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

عملي مثالونه:

لوګاریتمي شکل په اکسپوننشیل (نمایي) شکل بدلول او اکسپوننشیل شکل په لوګاریتمي شکل بدلول.

1). $Ex: \log_x^y = m \Leftrightarrow x^m = y$

2). $Ex: \log_{10}^{10^3} = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 10^3$

3). $Ex: \log_7^{49} = 2 \Leftrightarrow 7^2 = 49$

4). $Ex: \log_{10}^{10000000} = 7 \Leftrightarrow 10^7 = 10000000$

5). $Ex: \log_y^{\frac{1}{8}} = -3 \Leftrightarrow y^{-3} = \frac{1}{8}$

6). $Ex: \log_5^{625} = 4 \Leftrightarrow 625 = 5^4$

7). $Ex: \log_{12}^{144} = 2 \Leftrightarrow 12^2 = 144$

8). $Ex: \log_a^{\frac{1}{m}} = n \Leftrightarrow a^n = \frac{1}{m}$

9). $Ex: \log_4^{64} = 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64$ ذ

10). $Ex: \log_{10}^{1} = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

عملي مثالونه:

لانـدې افـادې د اکسپوننشـيل نـه پـه لوګـاريتمي او د لوګـاريتمي شـکل نـه پـه اکسپوننشيل واړوئ.

1). $4^3 = 64 \Rightarrow \log_4^{64} = 3$

2). $3^3 = 27 \Rightarrow \log_3^{27} = 3$

3). $10^{-3} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3$

4). $\log_9^{\frac{1}{9}} = -1 \Rightarrow 9^{-1} = \frac{1}{9}$

5). $\log_9^9 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1 \Rightarrow \log_9^9 = 1 \Rightarrow 9^1 = 9 \Rightarrow 9 = 9$

6). $\log_b^{\frac{1}{y}} = d \Rightarrow \frac{1}{y} = b^d$

7). $\log_{10}^{10000000} = 7 \Rightarrow 10000000 = 10^7$

8). $\log_{10000}^{1} = 0$

9). $\log_{10^3}^{10^3} = 1$

10). $\log_8^{8^{-3}} = -3.\log_8^8 = -3.1 = -3$

11). $\log_{13}^{13^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{2}.\log_{13}^{13} = -\frac{1}{2}.1 = -\frac{1}{2}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې په نمایي شکل ولیکئ.

1). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

2). $\log_{27}^3 = \frac{1}{3}$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}} = -\frac{5}{2}$

4). $\log^{0,01} = -2$

5). $\log^{1000} = 3$

6). $\log^1 = 0$

7). $\log_{144}^{12} = \frac{1}{2}$

8). $\log_5^{\frac{1}{625}} = -3$

9). $\log_{100}^{1000} = \frac{3}{2}$

10). $\log_{32}^4 = \frac{2}{5}$

تمرین:

لاندې اکسپوننشیل (نمایي) رابطې په لوګاریتمي شکل ولیکئ؟

1). $5^4 = 625$

2). $7^{-1} = \frac{1}{7}$

3). $10^{-4} = 0,0001$

4). $32^{2/5} = 4$

5). $256^{-1/4} = \frac{1}{4}$

6). $8^{2/3} = 4$

7). $4^{3/2} = 8$

8). $11^{-2} = \frac{1}{121}$

9). $10^{-2} = 0,01$

10). $4^{-1} = 0,25$

د لوګاریتم قوانین او مثالونه

د لوګاریتم قضیې او خواص
(Property of Logarithm)

لومړی خاصیت: د یو لوګاریتم د هر مثبت عدد په قاعده صفر (0) دی.

$\log_a^1 = 0$

$Proof: \quad \log_a^1 = 0 \;\Rightarrow\; a^0 = 1$

$\log_{1000}^1 = 0 \;\Rightarrow\; 1000^0 = 1$

دوېم خاصیت: د هر مثبت عدد لوګاریتم په خپله قاعده مساوي کېږي، له یو سره.

$\log_a^a = 1$

$Proof \;\Rightarrow \log_a^a = 1 \Rightarrow\; a = a^1$

د طاقت قانون دی:

$\log_{1000}^{1000} = 1 \;\Rightarrow\; 1000^1 = 1000$

$\log_a^1 = 0$

درېم خاصیت: د یوه طاقت عدد لوګاریتم په خپله قاعده د توان څخه عبارت دی.

$\log_b^{b^r} \Rightarrow r \qquad\qquad b \neq 1$

$Proof = \log_b^{b^r} = r \qquad \Rightarrow\; b^r = b^r$

$Ex = \log_{20}^{20^2} = 2 \Rightarrow 20^2 = 20^2$

$Ex = \log_{x}^{x^6} = 6 \Rightarrow x^6 = x^6$

ثلورم خاصیت: د یوه حاصل ضرب لوګاریتم په یوه قاعده باندې د ضربي عواملو د لوګاریتمو د مجموعې سره مساوي دی.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n$

$Proof = \quad \log_a^m = x \Rightarrow a^x = m$

$\log_a^n = y \Rightarrow a^y = n$

$a^x . a^y = m.n$

طرف په طرف ضربوو او د طاقت قانون پرې عملي کوو.

$a^{x+y} = m.n$ دا چې اکسپوننشیل (نمایي تابع) شکل لري، نو لوګاریتمي شکل ته اړوو.

$a^{x+y} = m.n \Rightarrow \log_a^{m.n} \Rightarrow x + y$

پورته معادله کې د x او y پرځای مخکیني قیمتونه ذکر کوو.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n \qquad \left.\begin{matrix} x = \log_a^m \\ y = \log_a^n \end{matrix}\right\}$

$Ex: \log_2^{(2x)} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^x \Rightarrow 1 + \log_x^2$

$Ex: \log_m^{my} \Rightarrow \log_m^m + \log_m^y \Rightarrow 1 + \log_m^y$

$Ex: \log_2^{14} \Rightarrow \log_2^{2.7} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^7 \Rightarrow 1 + \log_2^7$

$Ex: \log_A^{ARAZAN} = \log_A^A + \log_A^R + \log_A^A + \log_A^Z + \log_A^A + \log_A^N$

$= 1 + \log_A^R + 1 + \log_A^Z + 1 + \log_A^N \Rightarrow 3 + \log_A^R + \log_A^Z + \log_A^N$

لاندې افادې چې د ضرب په شکل لیکلی شوي دي، د جمعې په شکل (فورمول) باندې لیکو:

$1: \log_6^{(6x^2)} = ?$

$Solution: \log_6^{(6x^2)} = \log_6^6 + \log_6^{x^2} \Rightarrow 1 + 2\log_6^x$

$2: \log_{10}^{(10x^2.y)} = ?$

$Solution: \log_{10}^{10} + \log_{10}^{x^2} + \log_{10}^y \Rightarrow 1 + 2\log_{10}^x + \log_{10}^y$

$3: \log_2^{(x.y.z)} = ?$

$Solution: \log_2^{(x.y.z)} = \log_2^x + \log_2^y + \log_2^z$

لاندې افادې چې د جمعې په شکل ليکل شوي، د ضرب په شکل يې تبديل کړئ؟

$1.\ \log_7^{\frac{x^3}{5y^4}} + \log_7^{\frac{5.y^4}{x^2}} = ?$

$Solution:\ \log_7^{(\frac{x^3}{5.y^4}.\frac{5.y^4}{x^2})} = \log_7^{(\frac{x}{1})} \Rightarrow \log_7^x$

$2.\ \log_{10}^4 + \log_{10}^5 \Rightarrow \log_{10}^{4.5} \Rightarrow \log_{10}^{20}$

$3.\ \log_9^9 + \log_3^3 \Rightarrow 1+1=2$

$4.\ \log_{10}^{1000} + \log_{10}^{\frac{1}{100}} \Rightarrow \log_{10}^{(1000\frac{1}{100})} = \log_{10}^{10} = 1$

$5.\ \log_{12}^{36} + \log_{12}^4 = \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} = \log_{12}^{12^2} = 2$

$6.\ \log_3^{(\frac{8x}{3y^3})} + \log_3^{(\frac{3.y^4}{})} = \log_3^{(\frac{8x}{3y^3}.3y^4)} = \log_3^{8x.y} \Rightarrow \log_3^8 + \log_3^x + \log_3^y$

$7.\ \log_{10}^5 + \log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{1000} = \log_{10}^{10^2} = 2 \Rightarrow 3 - \log_5^2$

لاندې د خارج قسمت افادې د تفاضل په شکل ليکو:

$1.\ \log_4^{\frac{32}{2}} \Rightarrow \log_4^{16} = \log_4^{4^2} = 2.\log_4^4 = 2.1 \Rightarrow 2$

$2.\ \log_5^{\frac{250}{160}} = \log_5^{\frac{25}{16}} = \log_5^{25} - \log_5^{16} \Rightarrow \log_5^{5^2} - \log_5^{16}$

$\Rightarrow 2\log_5^5 - \log_5^{2^4} \Rightarrow 2.1 - 4.\log_5^2 \Rightarrow 2 - 4\log_5^2$

$3.\ \log_7^{(\frac{63}{49})} = \log_7^{63} - \log_7^{49} = \log_7^{7.9} - \log_7^{7^2} =$

$\Rightarrow \log_7^7 + \log_7^9 - 2.\log_7^7 \Rightarrow 1 + \log_7^9 - 2$

$\Rightarrow \log_7^9 - 1$

$4.\ \log_m^{(\frac{x.y.z}{d})} = \log_m^{(x.y.z)} - \log_m^d \Rightarrow \log_m^x + \log_m^y + \log_m^z - \log_m^d$

لاندې د تفاضل افادې د خارج قسمت په شکل ليکو:

$1.\ \log_a^{y^2a} - \log_a^{y^2} = \log_a^{\frac{ay^2}{y^2}} = \log_a^a = 1$

$2.\ \log_2^{32} - \log_2^{16} = \log_2^{\frac{32}{16}} = \log_2^2 = 1$

$3.\ \log_{10}^{10000} - \log_{10}^{1000} = \log_{10}^{\frac{10000}{1000}} = \log_2^2 = 1$

$4.\ \log_5^{625} - \log_5^{25} = \log_5^{\frac{625}{25}} = \log_5^4$

$5.\ \log_5^{125} - \log_5^{25} = \log_5^{\frac{125}{25}} = \log_5^5 = 1$

شپږم خاصيت: د يوه طاقت لرونکي عدد لوګاريتم پر بله قاعده د توان او همغه عدد دلوګاريتم د حاصل ضرب سره مساوي ده.

$\log_b^{m^r} \Rightarrow r.\log_b^m$

$\Pr oof = \log_b^m = x \Rightarrow m = b^x$

اوس دواړه خواوې د (r) په توان پورته کوو.

$m^r = (b^x)^r \Rightarrow m^r = b^{x.r}$

په لوګاریتمي معادله یې بدلوو.

$\log_b^{m^r} = x.r$

په آخر کې د x پرځای ذکر شوی قیمت وضع کوو.

$\log_b^{m^r} = x.r \Rightarrow \log_b^{m^r} = \log_b^m .r$

$\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$

$Ex: \log_2^{49^3} \Rightarrow 3.\log_2^{49}$

$Ex. \log_9^{81^5} \Rightarrow 5.\log_9^{81} \Rightarrow 5.\log_9^{9^2} \Rightarrow 5.2.1 = 10$

$Ex: \log_5^{(5x)^3} \Rightarrow 3(\log_5^{5x}) \Rightarrow 3(\log_5^5 + \log_5^x) \Rightarrow 3(1 + \log_5^x) \Rightarrow 3 + 3\log_5^x$

$Ex: \log_3^{(\frac{9}{5})5} \Rightarrow 5.\log_3^{\frac{9}{2}} \Rightarrow 5(\log_3^9 - \log_3^2) \Rightarrow 5(\log_3^{3^2} - \log_3^2) \Rightarrow 5(2 - \log_3^2) \Rightarrow 10 - 5\log_3^2$

اووم **خاصیت:** د یوه عدد لوګاریتم د یوه طاقت لرونکي عدد پر قاعده عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب یې د همغه عدد لوګاریتم د قاعدې د قاعدې په قاعده.

$\log_{a^b}^m = \frac{1}{b}\log_a^m$

$\Pr oof \Rightarrow \log_a^m = y \Rightarrow m = a^y \ldots\ldots\ldots\ldots I$

(I) رابطه په عین ضرب او تقسیموو ، کوم فرق نه کوي، یو طرف.

$m = a^y \Rightarrow m = (a^y)^{\frac{b}{b}} \Rightarrow m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \ldots\ldots\ldots\ldots II$

(II) د رابطې لوګاریتم نیو.

$m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \Rightarrow \log a^{b^m} = \frac{y}{b}$

$\log a^{b^m} = \frac{1}{b}.y \Rightarrow \log_a^{b^m} = \frac{1}{b}.\log_a^m$

پاملرنه:

د پورته قضيې څخه لاندې قضيې نورې هم لاسته راځي.

$$1.\ \log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n}\log_a^x$$

$$2.\ \log_{a^n}^{x^n} \Rightarrow \frac{n}{n}\log_a^x \Rightarrow \log_a^x$$

$$3.\ \log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{x}} = \log_a^x$$

د يادې قضيې په اثبات په لوګاريتم کې د لاندې خواصو نه هم استفاده کولای شو.

$$1.\ a^{\log_a^m} = x \Rightarrow x = m$$

$$2.\ \log_b^a.\log_a^b.\log_d^c\ \ldots\ldots\ldots\ldots\log_m^n \Rightarrow \log_n^a$$

$$3.\ \log_a^{\log_b^{\log_c^x}} = n \Rightarrow x = \left[(C^b)^a\right]^n$$

مثالونه:

$$Ex: \log_5^3.\log_8^5.\log_9^8 \Rightarrow \log_9^3$$

$$Ex: 5^{\log_5^{12}} \Rightarrow 12 \qquad Ex: \log_2^{\log_3^{\log_5^x}} = 8 \Rightarrow x = \left[(5^3)^2\right]^8$$

$$Ex: \log_{16}^{32} \Rightarrow \log_{2^4}^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}\log_2^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}.\log_2^{2^5} = \frac{5}{4}.1 = \frac{5}{4}$$

اتم خاصيت: د يوه جذر لرونکي عدد لوګاريتم د عدد لوګاريتم او جذر د درجې د تقسيم له حاصل سره مساوي دی.

$$\log_a^{\sqrt[n]{m}} \Rightarrow \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$\mathrm{Pr}oof: \sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$$

د دواړو خواوو نه لوګاريتم نيسو ، د a په قاعده:

$$\log_a^{\sqrt[a]{m}} = \log_a^{m^{\frac{1}{n}}} \Rightarrow \log_a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$Ex: \log_4^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_4^{16^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{1}{3}\log_4^{4^2} \Rightarrow \frac{1}{3}.2.1 = \frac{2}{3}$$

$$Ex: \log_5^{\sqrt[2]{5}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_5^5 \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$Ex: \log_R^{\sqrt[D]{R}} \Rightarrow \frac{1}{D}.\log_R^R = \frac{1}{D}.1 \Rightarrow \frac{1}{D}$$

$Ex:\ \log_{10}^{\sqrt[3]{1000}} \Rightarrow \frac{1}{3}.\log_{10}^{1000} \Rightarrow \frac{1}{3}.3 = 1$

نهم خاصیت: که قاعده د لوګاریتم په طاقت سره وي، نو په هغه صورت کې چې د لوګاریتم قاعده او د نیمایي تابع قاعده سره مساوي وي، خپله د عدد سره مساوي دي.

$a^{\log_a^y} = y$

$Proof = \log_a^y = x \Rightarrow y = a^x \Rightarrow y = a^{\log_a^y}$

$Ex:\ 10^{\log 10^4} = 4$

$Ex:\ 0,2^{\log_{0,2}^5} = 5$

$Ex:\ 2^{\log_2^3} = 3$

پاملرنه:

هیڅ وخت په لاندې ډول لوګاریتم نه شو لیکلی:

$Ex:\ \log_5^{4^5} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 3^{\log_4^3} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 8^{\log 3^8} \neq 8$

ځکه دا هم هیڅ قانوني قاعدې ته نه ده جوړه.

لسم خاصیت: که چېرې $a,b \in R$ او خلاف د یو $(b \neq 1 \ , \ a \neq 1)$ وي، نو لرو، چې:

$\log b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_b^a.\log_a^b = 1$

$Proof:\ \log_b^a = y \Rightarrow a = b^y$

که د اطراف لوګاریتم د a په قاعده ونیسو، لرو چې:

$a = b^y \Rightarrow \log_a^a = \log_a^{b^y} \Rightarrow 1 = y.\log_a^b \Rightarrow y = \frac{1}{\log_a^b}$

$\Rightarrow \log b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

$Ex:\ \log_3^5 . \log_5^3 = 1$

$Ex:\ \log_2^{1000} . \log_{1000}^2 = 1$

$Ex:\ \log_y^x . \log_x^y = 1$

$Ex:\ \log_{64}^2 = ?$

$$\log_{64}^2 = \frac{1}{\log_2^{64}} = \frac{1}{\log_2^{2^6}} = \frac{1}{6}$$

یوولسم خاصیت: د یوه معکوس عدد لوګاریتم د خپله عدد د منفي لوګاریتم سره مساوي دي، چېرې یوه عدد منفي لوګاریتم ته د هغه عددونو لوګاریتم هم وایي.

$$\log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A \Rightarrow Co\log_a^A$$

$$\text{Proof}:\ \log_a^{\frac{1}{A}} = \log_a^1 - \log_a^A = 0 - \log_a^A \Rightarrow -\log_a^A \Rightarrow co\log_a^A$$

$$\Rightarrow \log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = Co\log_a^A$$

دولسم خاصیت: د قاعدې د بدلولو فارمول:

که د یو عدد لوګاریتم په یوه قاعده غوښتل شوي وي، مګر د دغه عدد لوګاریتم پر دغه قاعده مشکل وي، نو د عدد او د لوګاریتم د قاعدې لوګاریتم پر یوه بله قاعده پیدا کوو، د عدد لوګاریتم پر دغه قاعده د لوګاریتم د قاعدې په لوګاریتم باندې وېشو، مطلوب عدد په لاس راځي.

$$\log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

ثبوت:

که چېرې $\log_a^m = x$ وښیو، نو په اکسپوننشیل شکل یې بدلوو.

$$\log_a^m = x \Rightarrow m = a^x$$

د دواړو خواوو لوګاریتم د b په قاعده نیسو.

$$\log_b^m = \log_b^{a^x} \Rightarrow x\log_b^a$$

$$\log_b^m = \log_a^m . \log_b^a$$

$$\frac{\log_b^m}{\log_b^a} = \frac{\log_a^m . \log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

د تبدیلۍ ($\log_a^x = \frac{\log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^x . \log_b^a = \log_b^x$) فارمول په مرسته لاندې مثالونه حلوو:

1. $\log_{64}^{16} = ?$

$Solutin: \ \log_{64}^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{64}} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^6}} = \frac{4.\log_2^2}{6.\log_2^2} = \frac{1.4}{6.1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2. $\log_{100}^{0,0001} = ?$

$Solution: \ \log_{10}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{100}} = \frac{\log_{10}^{10^{-4}}}{\log_{10}^{10^2}} = \frac{-4.\log_{10}^{10}}{2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-4.1}{2.1} = \frac{-4}{2} \Rightarrow -2$

3. $\log_{0,01}^{10000} = ?$`

$Solution: \ \log_{0.01}^{10000} = \frac{\log_{10}^{10000}}{\log_{10}^{0,01}} = \frac{\log_{10}^{10^4}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{4.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} = \frac{4.1}{-2.1} = \frac{4}{-2} = -2$

4. $\log_{16}^{32} = ?$

$Solution: \ \log_{16}^{32} = \frac{\log_2^{32}}{\log_2^{16}} = \frac{\log_2^{2^5}}{\log_2^{2^4}} = \frac{5.\log_2^2}{4.\log_2^2} = \frac{5.1}{4.1} = \frac{5}{4}$

5. $\log_{121}^{14641} = ?$

$Solution: \log_{121}^{14641} = \frac{\log_{11}^{14641}}{\log_{11}^{121}} = \frac{\log_{11}^{11^4}}{\log_{11}^{11^2}} = \frac{4.\log_{11}^{11}}{2.\log_{11}^{11}} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$

6. $\log_{0,001}^{0,0001} = ?$

$Solution: \log_{0,001}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{0,001}} = \frac{\log_{10}^{10^{-3}}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{-3.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-3.1}{-2.1} = \frac{3}{2}$

7. $\log_{0,1}^{1000} = ?$

$Solution: \log_{0,1}^{1000} = \frac{\log_{10}^{1000}}{\log_{10}^{0,1}} = \frac{\log_{10}^{10^3}}{\log_{10}^{10^{-1}}} = \frac{3.\log_{10}^{10}}{-1.\log_{10}^{10}} = \frac{3.1}{-1.1} \Rightarrow -3$

8. $\log_9^{27} = ?$

$Solution: \log_9^{27} = \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^{3^3}}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3.1}{2.1} = \frac{3}{2}$

9. $\log_{25}^{625} = ?$

$Solution: \log_{25}^{625} = \frac{\log_5^{625}}{\log_5^{25}} = \frac{\log_5^{5^4}}{\log_5^{5^2}} = \frac{4.\log_5^5}{2.\log_5^5} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$

10. $\log_{27}^{81} = ?$

$Solution: \ \log_{27}^{81} = \frac{\log_3^{81}}{\log_3^{27}} = \frac{\log_3^{3^4}}{\log_3^{3^3}} = \frac{4.\log_3^3}{3.\log_3^3} = \frac{4.1}{3.1} = \frac{4}{3}$

11. $\log_8^{16} = ?$

$Solution: \log_8^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{8}} = \frac{\log_2^{2^3}}{\log_2^{2^3}} = \frac{4.\log_2^2}{3.\log_2^2} = \frac{4}{3}$

12. $\log_b^a.\log_c^b.\log_a^d = 1$

$Solution: \frac{\log_m^a}{\log_m^b}.\frac{\log_m^b}{\log_m^c}.\frac{\log_m^c}{\log_m^a}.\frac{\log_m^d}{\log_m^a} = 1 \Rightarrow 1 = 1$

دیارلسم خاصیت: د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^\alpha}^A = \frac{1}{\alpha}\log_a^A$ **څخه په استفادې** بل خاصیت هم رامینځته کېږي.

$$\log_{a^\alpha}^{A^n} = \frac{n}{\alpha}\log_a^A$$

پاملرنه:

د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^m}^A = \frac{1}{m}\log_a^A$ **خاصیتونو څخه په استفادې سره لیکلی** شو.

1. $\log a^{m^{x^n}} \Rightarrow \frac{n}{m}\log_a^x$
2. $\log a^{x^m} \Rightarrow \log a^{\frac{1}{m}^x}$
3. $\log a^{m^x} \Rightarrow \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

مقصد دا دی، چې پورته شکلونه د خپل د ګټې لپاره په دا شان تبدیلولی شو.

څوارلسم خاصیت: که عدد او قاعده د یو واحد په یوه خوا کې قرار ولري، نو لوګاریتم یې مثبت او که یو یې یوه خوا او بل یې بله خوا قرار ولري، نو لوګاریتم یې منفي دی.

یعنې؛

۱. پوهېږو چې $a^x>1$ دی، کله چې $a>1$ او هم $x>0$ وي او یا دا رنګه چې $a<1$ او هم $x<0$ وي.

۲. که $a>1$ او $x<0$ او یا $a<1$ او $x>0$، نو پوهېږو چې $a^x<1$ لاسته راځي.

$a>1 \;,\; N<1 \Rightarrow \log_a^N < 0$

$a>1 \;,\; N>1 \Rightarrow \log_a^N > 0$

$a<1\ ,\ \ N>1 \Rightarrow \log_a^N<0$

$a<1\ ,\ \ N<1 \Rightarrow \log_a^N>0$

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی.

$a)\ \log_5^{13}$

$b)\ \log_9^{8}$

$c)\ \log_{2,1}^{0,3}$

حل:

a) $\log_5^{13}>0$ دی، ځکه چې (13) او هم 5 دواړه په یوه خوا قرار لري.

یعنې 13>1 او هم 5>1 ،نو په نتیجه کې ویلی شو، چې نوموړی لوګاریتم مثبت دی.

b) $\log_9^8>0$ دی، ځکه 8 او هم 9 په یوه خوا قرار لري، یعنې 8>1 او 9>1 دي، نو په نتیجه کې یاد لوګاریتم مثبت دی.

c) $\log_{2,1}^{0,3}<0$ دی، ځکه چې 0,3<1 او 2,1>1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی؟

$a).\ \log_{0,9}^{0,2}$

$b).\ \log_{0,3}^{8}$

$c).\ \log_2^{0,5}$

حل:

a) جز: $\log_{0,9}^{0,2}>0$ دی، ځکه چې 0,2<1 او هم 0,9<1 دی، یعنې دواړه په یو خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم مثبت دی.

b) جز: $\log_{0,3}^{8}<0$ دی، ځکه چې 8>1 او 0,3<1 دی، یعنې یو په یو خوا او بل یې په بله خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

c) جز: $\log_2^{0,5}<0$ دی، ځکه 0,5<1 او 2>1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري سره قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

پنځلسم خاصیت lemma: که چېرې $\log_a^M=\log_a^N$ وي، نو M=N دی.

$proof: \ M = N \Leftrightarrow a^{\log_a^M} = a^{\log_a^N}$

د طاقت د خاصيت نه په استفاده لرو ، چې:

$M = N \Leftrightarrow \log_a^M = \log_a^N$

شپاړلسم خاصيت: که a>1 او هم N>M>0 وي، نو:

$\log_a^N > \log_a^M$

ثبوت:

که چېرې N>M>0 وي، نو $\frac{N}{M} > 1$ دی او

$\log_a^{\frac{N}{M}} = \log_a^N - \log_a^M > 0$

او له دې څخه لرو ، چې:

$\log_a^{\frac{N}{M}} \Rightarrow \log_a^N > \log_a^M$

مثالونه:

د لوګاريتم قوانين عملي کول:

1). $\log_2^{\frac{1}{8}} = \log_2^{\frac{1}{2^3}} = \log_2^{2^{-3}} = (-3)\log_2^2 = (-3).1 = -3$

2). $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}^{\frac{1}{4}} = \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{1}{2^2}} = \log_{2^{-\frac{1}{3}}}^{2^{-2}} = \frac{-2}{-\frac{1}{3}}\log_2^2 = \frac{-2}{-\frac{1}{3}}. = 2.\frac{3}{1} = 6$

3). $\log_{10}^{(20x2y)} - \log_{10}^{\left(\frac{1}{5}x^2y\right)} = \log_{10}^{(\frac{20x^2y}{\frac{1}{5}x^2y})} = \log_{10}^{(\frac{20}{\frac{1}{5}})} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{(10)^2} = 2.\log_{10}^{10} = 2$

4). $\frac{\log_5^{16}}{\log_5^8 + \log_5^4} = \frac{\log_5^{16}}{\log_5^{8.4}} = \frac{10\log_5^{16}}{\log_5^{32}} = \log_{32}^{16}$

$\left(\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}\right)$

$= \log_{2^5}^{2^4} = \frac{4}{5}\log_2^2 = \frac{4}{5}$

5). $\log_a^{\left(\frac{\sqrt{3x-5}}{7x^3}\right)} = \log_a^{\sqrt{3x-5}} - \log_a^{7x^3} = \log_a^{(3x-5)^{\frac{1}{2}}} - \left[\log_a^7 + \log_a^{x^3}\right]$

$= \frac{1}{2}\log_a^{3x-5} - \log_a^7 - \log_a^{x^3} = \frac{1}{2}\log_a^{3x-5} - \log_a^7 - 3\log_a^x$

6). $\log_a^{\left(\frac{5x^2}{y}\right)^3} = 3\left[\log_a^{\frac{5x^2}{y}}\right] = 3\left[\log_a^{5x^2} - \log_a^{y}\right] = 3\left[\log_a^{5} + \log_a^{x^2} - \log_a^{y}\right]$

$= 3\left[\log_a^{5} + 2\log_a^{x} - \log_a^{y}\right] = 3\log_a^{5} + 6\log_a^{x} - 3\log_a^{y}$

7). $\frac{1}{2}\log_{10}^{x} - 3\log_{10}^{(x-1)} = \log_{10}^{x^{\frac{1}{2}}} - \log_{10}^{(x-1)^3} = \log_{10}^{\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^3}}$

8). $2\log(x+1) - \frac{1}{3}\log x + \frac{1}{3}\log y =$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}(\log x - \log y)$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}\left[\log\frac{x}{y}\right]$

$= \log(x+1)^2 - \log\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$

$= \log\left[\frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}\right]$

9). $\frac{1}{\log_2^{12}} + \frac{1}{\log_6^{12}} = \log_{12}^{2} + \log_{12}^{6} \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\log_b^{a} = \frac{1}{\log_a^{b}}\right)$

10). $\log_x^{\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{x}}\right)} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15}.x^{5}.x}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15+5+1}}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{21}}}$

$= \log_x^{\frac{21}{30}} = \log_x^{\frac{7}{10}} = \frac{7}{10}\log_x^{x} = \frac{7}{10}$

11). $(49)^{\left[1+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = (49)^{\left[\log_7^{7}+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = 49^{\log_7^{\frac{7}{2}}} = (\frac{7}{2})^{\log_7^{49}}$

$= (\frac{7}{2})^{\log_7^{7^2}} = (\frac{7}{2})^{2\log_7^{7}} = (\frac{7}{2})^{2} = \frac{49}{4}$

12). $(10)^{(2\log 5-1)} = 10^{(2\log 5-\log_{10}^{10})} = 10^{\log 5^2-\log 10} = 10^{\log\frac{25}{10}}$

$= \frac{25}{10}\log 10 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

13). $\frac{(\sqrt{3})^{(2\log 5-\log 7)}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log(0,3)}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 5^2-\log 7}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log 0,3}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 25-\log 7}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}$

$$= \frac{(\sqrt{3})^{\log\frac{25}{7}}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}} = \frac{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{3}}}{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{0,3}}}$$

$$= \left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{3}} - \log^{\sqrt{0,3}} = \left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{\frac{3}{0,3}}}$$

$$= \left(\frac{25}{7}\right)^{\log\frac{1}{\sqrt{0,1}}} = \left(\frac{25}{7}\right)^{\log^{10^{-\frac{1}{2}}}}$$

$$= \left(\frac{25}{7}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{7}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{7}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

لانــدي ســوالونه او ځوابونــه درکــړل شــوي، تاســې پــر ســوالونو عمليــه اجــرا کړئ او درکړل شوي ځوابونه مربوطه سوالونو ته په خانه خالي کې وليکئ؟

1). $5\log 2 + \log 3 - \log 8 = ?$ ( ) $A = -4\log 2$

2). $\log_6^{2.\sqrt{3}} + \log_6^{3.\sqrt{2}} = ?$ ( ) $B = \log 12$

3). $\log_{x.\sqrt{x}}^{(x.\sqrt[3]{x})} = ?$ ( ) $C = 0$

4). $5^{(2.\log_5^2 + 3.\log_5^3)} = ?$ ( ) $D = \frac{3}{2}$

5). $a^{\log_x^b} - b^{\log_x^a} = ?$ ( ) $E = \frac{8}{9}$

6). $2^{\log_4^9} = ?$ ( ) $F = 108$

7). $\log_y^x .\log_m^y .\log_x^m = ?$ ( ) $G = \log\left(\frac{256}{3}\right)$

8). $\log\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = ?$ ( ) $H = 1$

9). $\log 2^4 - \log 3 + \log 16 = ?$ ( ) $I = 3$

10). $\sqrt{\log 2(0,5)^4} = ?$ ( ) $J = \frac{1}{6}$

د لوګاریتم د خاصیتونو لنډیز

Property of Logarithm

1. $\log a^{1} = 0$
2. $\log_a^{(x.y)} \Rightarrow \log_a^x + \log_a^y$
3. $\log_a^a = 1$
4. $\log_b^{b^r} = r$
6. $\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$
7. $\log_a^{b^m} = \frac{1}{b}\log_a^m$
8. $a^{\log_a^m} = m$
9. $\log_b^a .\log_a^b .\log_d^c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\log_n^m = \log_n^a$

10.$\log a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$

11.$\log_N^m = \frac{\log_a^M}{\log_a^N}$

12.$\log_a^m = \frac{1}{\log_m^a}$

13.$\log a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = co\log_a^A$

14.$\log a^{m^{x^n}} = \frac{n}{m}\log_a^x$

15.$\log a^{x^m} = \log a^{\frac{1}{m}^x}$

16.$\log_{a^m}^x = \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

17.$a^{\log_a^x - \log_a^y} = \frac{x}{y}$

18.$a^{\log_a^x + \log_a^y} = x.y$

19.$a^{\log_b^x} = x^{\log_b^a}$

$20.\log_a^b.\log_b^a = 1$

$21.\frac{\log_a^m}{\log_{ab}^m} = 1+\log_a^b$

$22.\log a^{\log_b^{\log_c^x}} = m \Rightarrow x = c^{b^{a^m}}$

$23.\log_{ab}^c = \frac{1}{\log_c^a+\log_c^b}$

$24.\log_a^x = \log_a^y \Rightarrow x = y$

$25.\log_a^{(\frac{x}{y})} = \log_a^x - \log_a^y$

پاملرنه:

په لاندې ډول لیکل صحیح نه دي.

$1.\ \log\frac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي خوا نه موږ چپ طرف لاسته نه شو راوړلی، ګورو چې:

$\log_b^M - \log_b^N \Rightarrow \log_b^{(\frac{M}{N})}$

نو بناءً داسې $\log\frac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$ لیکل غلط دي.

$2.\ \log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي.

ثبوت:

په ښي طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، ګورو که چپ طرف تر لاس ته راغی صحیح ده او که نه، نو غلط ده.

نوټ: جمع په ضرب بدلېږي:

$\log_b^M + \log_b^N = \log_b^{(M.N)}$

نو ثبوت شوه چې $\log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$ لیکل غلط دي.

$3.(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي، د لوګاریتم د خواصو په تطبیقولو سره، اوس چپ طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، که چېرې چپ

طرف ترې لاسته راغ، نو صحيح ده او که رانه غی، نو غلطه ده.

$\log_b^{x^2} = 2.\log_b^x$

نو ثبوت شوه چې:

$(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

لاندې سوالونه څلور ځوابونه لري، تاسې په کې صحيح ځواب په لاس راوړئ؟

1. $\log_{10}^{0,0001} = ?$

$a).\ -4 \quad b).\ 4 \quad c).\ -3 \quad d).\ 3$

2. $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 9 \quad d).\ 3$

3. $\log_{10}^{(1000)^{\frac{5}{3}}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 5 \quad d).\ -5$

4. $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-4}} = ?$

$a).\ 4 \quad b).\ \frac{1}{5} \quad c).\ -4 \quad d).\ -\frac{1}{5}$

5. $\log_b^{(y^2.b)} - \log_b^{y^2} = ?$

$a).\ 2 \quad b).\ 1 \quad c).\ -2 \quad d).\ -1$

6. $\log_{\frac{1}{76}}^{8} = ?$

$a).\ -\frac{3}{2} \quad b).\ \frac{1}{2} \quad c).\ \frac{3}{2} \quad d).\ 3$

7. $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = ?$

$a).\ \frac{3}{2} \quad b).\ -\frac{3}{2} \quad c).\ 3 \quad d).\ 2$

د لوګاريتم د خواصو په اساس انکشاف وکړئ؟

1. $\log_b^{u^2v^7}$

2. $\log_b^{\frac{u}{vw}}$

3 $\log_b^{\sqrt[3]{x^2-y^2}}$

4. $\log_4 \sqrt[4]{\frac{x^2y^3}{\sqrt{z}}}$

5. $\log_b^{n^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{3}}}$

6. $\log_b^{\sqrt{n^2+1}}$

7. $\log_b^{\sqrt[5]{(\frac{x}{y^2.z^9})^3}}$

8. $\log_b^{\frac{m^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{1}{3}}}}$

9. $\log_b^{\frac{1}{a^2}}$

10. $\log\frac{\sqrt[3]{n}}{p^2q^3}$

11. $\log_b^{\frac{m^3}{n^5}}$

12. $\log_2^{\frac{1}{x^2}}$

13. $\log_a^{\frac{m^4n^3}{\sqrt{P}}}$

پر لاندې مثالونو د حل شوي مثال په څېر عمليه اجرا کړئ؟

مثال:

$$\log_b^{u^2}-\log_b^{v}=\log_b^{(\frac{u^2}{v})}$$

1. $2\log_b^x-\log_b^y=?$

2. $\log_a^m-\log_a^n-\log_a^p=?$

3. $9.\log_a^x+2\log_a^y-\frac{1}{4}\log_a^z=?$

4. $5.(\frac{1}{2}\log_b^m-2\log_b^n)=?$

5. $\frac{1}{8}(2.\log_b^x+3\log_b^y)=?$

6. $\log_b^w+\log_b^x-\log_b^y=?$

7. $\frac{1}{3}\log_b^w-3\log_b^x-5.\log_b^y=?$

8. $7(4\log_b^m+\frac{1}{3}\log_b^n)=?$

9. $\frac{1}{3}(4\log_b^x-2\log_b^y)=?$

د لوګاریتم اقسام

Kind of Logarithm

۱. اعشاري یا برګس لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې لس (10) وي، د اعشاري لوګاریتم جدول په 1931 م کال د هانربریکس امریکایي ریاضي دان له خوا ترتیب شوی دی، څرنګه چې د دغه لوګاریتم قاعده (10) ده، نو لیکلو ته ضرورت نه شته.

$$\log_{10}^{x} = \log x$$

۲. معمولي لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې یو کیفي عدد وي، دا چې کیفي هر عدد کېدای شي، نو په هر سوال کې مربوطه قاعده لیکل ضرور ده.

$$\log_{a}^{x} \quad , \quad a \in IR^{+} \setminus \{1\}$$

۳. طبیعي لوګاریتم یا نیپرین لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده (e) وي، دغه لوګاریتم په (1614) م کال د نیپرین انګلیسي ریاضي دان له خوا کشف شوی، دغه لوګاریتم په لاندې ډول لیکل کېږي.

$$\log_{e}^{x} = \ln x$$

e یو غیر نسبتي عدد دی، چې د نیپرین عدد په نوم هم یادېږي، او تقریبي

قیمت یې په لاندې ډول سره دی.

$$\ln_{x\to\alpha}(1+\frac{1}{x})^x = 2 = 2{,}718281824$$

استعمال ځایونه:

د طبیعـي لوګـاریتم نـه پـه عـالي ریاضـیاتو ، سـاینس، انجینـري، تخنیـک او طبابت کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

د اعشـاري لوګـاریتم او معمـولي لوګـاریتم څخـه پـه بـانکي، مـالي، د راکـټ پـه فیـر، د اوازونـو د سـرعت پـه معلومولـو ، د زلزلـې پـه انـدازه او د محاسـباتو پـه ساده کولو کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

Table of Logarithm

Common Logarithm	Natural Logarthim
$\log x.y = \log x + \log y$	$\ln xy = \ln x + \ln y$
$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$	$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$
$\log x^y = y.\log x$	$\ln x^y = y.\ln x$
$\log \sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\log x$	$\ln \sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\ln x$
$\log x = \log y \ if \ \ x = y$	$\ln y = \ln x \ \ if \ \ x = y$

د lnx او logx ترمینځ رابطه

د ln او log یو د بل له جنسه پیدا کول:

مخکې ثبوت شو ، چې $\log_a^x = \log_b^x . \log_a^b$ او س کـه چېرې a او b مثبت عددونـه او b,a خلاف د یو وي، که چېرې a=10 او b=e وضع کړو ، نو لرو چې:

دا چې وي، $e = 2,71828281$ نو :

$$\log_{10}^x = \log_e^x . \log_{10}^e \Rightarrow \log x = \ln x . \log e$$

فورمول:

$$\Rightarrow \log x = 0,4343 . \ln x$$

نو:

او یا که د مساوات دواړه خواوې په 0,4343 تقسیم کړو ، نو:

$$\log x = 0,4343 \ln x \Rightarrow \frac{1}{0,4343} . \log x = \frac{0,4343}{0,4343} \ln x$$

$$\Rightarrow 2,3026 \log x = \ln x$$

فورمول:

$$\Rightarrow \ln x = 2,3026 \log x$$

د ذکر شوو فورمولونو په واسطه کولی شو ، چې د لسو د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د e قاعدې ته او د e د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د لسو قاعدې ته تبدیل کړو.

مثال: ln4,69 پیدا کړئ، داسې چې log4,69=0,6712

حل: د $\ln x = 2{,}3026\log x$ فورمول څخه استفاده کوو.

$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026\ \log 4{,}69 \Rightarrow$$
$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026.0{,}6712$$
$$\ln 4{,}69 = 15455$$

مثال: $\ln 8910$ پیدا کړئ؟

$$\ln x = 2{,}3026\log x \qquad \ln 8910 = 2{,}3026\ .\ \log 8910$$
$$\Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91.10^3 \Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91 + \log 10^3$$
$$\ln 8910 = 2{,}3026(\log 8{,}91 + 3\log 10) \Rightarrow 2{,}3026(0{,}9499 + 3) = 9{,}095$$

مثال: تاسې ln70,9 پیدا کړئ، په هغه صورت کې چې Log70,9=1,8506 وي؟

$$\ln 70{,}9 = 2{,}3026.\log 70{,}9 \Rightarrow 2{,}3026.1{,}8506 = 4{,}25981$$
$$\ln 70{,}9 = 4{,}2{,}5981$$

مثال: تاسې $\ln 15$ پیدا کړئ، داسې چې $\log 15 = 1{,}17609$

$$\ln 15 = 2{,}3026.\log 15 = 2{,}3026.1{,}1709 = 2{,}69611434$$
$$\ln 15 = 2{,}69611434$$

مثال: $\ln(\frac{3}{4})$ پیدا کړئ، داسې چې $\log(\frac{3}{4}) = -0{,}12486$ وي.

$$\ln(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.\log(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.(-0{,}12486) = -0{,}287502$$
$$\ln(\frac{3}{4}) = -0{,}287502$$

مثال: که $\ln 11 = 2{,}3978952$ وي، $\log 11 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 11 = 0{,}4343.\ln x = 0{,}4343.2{,}3978952$$
$$\log 11 = 1{,}04140589$$

مثال: که $\log_{10}^{1} = 0$ وي، نو $\ln_e^1 = ?$ ده.

$$\ln_e^1 = 2{,}3026.\log_{10}^1 = 2{,}3026.0 = 0$$
$$\ln_e^1 = 0$$

مثال: $\ln 10^4 = 9{,}2104$ ده، نو $\log 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 10^4 = 0{,}4343.\ln 10^4 = 0{,}4343.9{,}2104 = 4{,}0007$$

مثال: $\log 10^4 = 4$ ده، نو $\ln 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$\ln 10^4 = 2{,}3026.\log 10^4 = 2{,}3026.4 = 9{,}2104$
$\ln 10^4 = 9{,}2104$

تمرین:

۱. د $\log 6{,}73$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\ln 6{,}73 - 1{,}906$ وي؟
۲. د $\ln 481 = ?$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 481 = 2{,}6821$ وي؟
۳. د $\ln(48100)$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 48100 = 4{,}6821$ وي؟
۴. د $\ln 0{,}0481$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 0{,}0481 = \bar{2}{,}6821$ وي؟

انتي لوګاریتم Anti Logarithm

هر عدد د خپل لوګاریتم انتي لوګاریتم دی.

مثلا؛ $\log 1000 = 3$ دی، نو $Anti\log 3 = 1000$ دی.

عمومي قاعده:

که چېرې $\log_a^y = x$ وي، نو y د x انتي لوګاریتم دی.

$$\log_a^y = x \;\Rightarrow\; y = Anti\log x$$

د انتي لوګاریتم پیدا کول:

که د یوه عدد لوګاریتم راکړل شوی وي او وغواړو چې انتي لوګاریتم یې پیدا کړو، نو مانتیس یې په جدول کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د مانتیس د ستون او د N په کرښه واقع دی، لیکو او هغه رقمونه چې د مانتیس د کرښې او د N په ستون کې واقع دی، وروسته یې لیکو، په دې ترتیب هغه رقمونه او د هغوی ترتیب پیدا کېږي، چې لوګاریتم یې نیول شوی وي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک د انتي لوګاریتم د رقمونو څخه یو کم دی او که کرکترستیک منفي وو، نو د اعشاریې د علامې د دواړو خواوو د صفرونو د شمېر سره مساوي دي، یو صفر د اعشاریې د علامې چپې خواته او نورې ښې خواته دي.

مثال: $Anti\log 4{,}6590 = ?$

0,6590 د یو لوګاریتم په جدول کې پیدا کوو، په ستون کې یې 6 او په کرښه کې یې 45 دی، 6 په یو یز مرتبه کې او 45 ورپسې لیکو، چې 456 ورنه

جوړېږي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 4 دی، نو هغه عدد چې لوګاریتم یې نیول شوی دی، رقمونه یې پنځه دي، نو 456 مخې ته دوه صفرونه لیکو، چې 45600 په لاس راځي.

یعنې: $Anti\log 4{,}5690 = 45600$ دی.

مثال: $\log \bar{3}{,}3598$ پیدا کړئ؟

حل: 0,3598 په جدول کې پیدا کوو، د 0,3598 په ستون کې 9 او په کرښه کې یې 22 دی، نو 229 هغه رقمونه دي، چې مانتیس 0,3598 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 3- دی، نو عدد اعشاري دی او د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته یې 3 صفرونه ږدو، نو:

$$Anti\log \bar{3}{,}3598 = 0{,}00229$$

مثال: $Anti\log(-5{,}2628)$ پیدا کړئ؟

حل: د 5- څخه (1+) منفي کوو او د (0,2628-) سره (1+) جمع کوو، په نتیجه کې کرکترستیک (6-) او مانتیس یې 0,7372+ په جدول کې پیدا کوو، په نتیجه کې 549 کېږي، ددې رقمو شاته د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته 6 صفرونه ږدو.

$$Anti\log(-5{,}2628) = 0{,}00000546$$

مثال: $\log x = 3{,}9939$ راکړل شوی دی، نو x یې پیدا کړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3 دی، نو x باید څلور رقمي عدد ولرو، څرنګه چې 0,9939 په جدول کې په 9,8 سطر او 6 ستون کې واقع دی، نو:

$$\log x = 3{,}9939 \Rightarrow x = 9860 \Rightarrow \log 9860 = 3{,}9939$$

$$Anti\log 3{,}9939 = 9860$$

مثال: $\log N = 3{,}82530$ دی، د N قیمت پیدا کړئ؟

حل: څرنګه چې کرکترستیک 3 دی، نو مطلوب عدد باید څلور رقمي وي او د راکړل شوي عدد مانتیس په 668 سطر او 8 ستون کې پروت دی، نو لیکو چې:

$\log N = 3{,}82530 \Rightarrow N = 6688$

مثال: د 3,8182 انتي لوګاريتم پيدا کړئ؟

حـل: د 0,8182 پـه سـتون کـې د N پـه کرښـه کـې (8) او د 0,8182 پـه کرښـه او د N پـه سـتون کـې 6,5 ليکـل شـوی دی، نـو د هغـه عـدد رقمونـه چـې لوګـاريتم يـې نيـول شـوی 658 دی، بيـا کرکترسـتيک تـه ګـوروو کرکترسـتيک (3) دی، نـو عدد څلور رقمه دی، يعنې $Anti\log 3{,}8182$ عبارت د 6580 څخه دی، نو:

$Anti\log 3{,}8182 = 6580$

انتي لوګاريتم يې پيدا کړئ؟

1. $x = anti\log 3{,}3214$
2. $x = anti\log 4{,}5436$
3. $x = anti\log 5{,}7180$
4. $x = anti\log 2{,}4935$
5. $x = anti\log \bar{1}{,}4982$
6. $x = anti\log 4{,}8972$
7. $x = anti\log \bar{4}{,}4256$
8. $x = anti\log 2{,}23852$
9. $x = anti\log 0{,}5093$
10. $x = anti\log(-5{,}5744)$
11. $x = anti\log(-4{,}3645)$
12. $x = anti\log 2{,}4416$
13. $x = anti\log 2{,}5946$
14. $x = anti\log 5{,}7180$

کرکترستیک او مانتیس

راکړل شوی عدد په عملي ډول (Scientific Notation) لیکو:

مثلا ؛ که x یو مثبت عدد وي، نو $x = S.10^n$

په پورته مساوات کې $1 \le S < 10$ او n یو تام عدد دی.

$$\log x = \log(S.10^n) \Rightarrow \log x = \log S + \log 10^n \Rightarrow \log x = \log 5 + n.\log 10$$

$$\log x = \log S + n.1 \Rightarrow \log x = n + \log S$$

په پورته مساوات کې $\log S$ په لاندې ډول پیدا کېږي.

$$\log 1 \le \log S < \log 10$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$0 \le \log S < 1$$

لیدل کېږي، چې $\log x$ او n مجموعه ده، د $\log S$ کسري برخه (Mantissa) مانتیس او n یو تام عدد، چې د $\log x$ د صحیح یا مشخصي یا کرکترستیک (Characteristic) په نوم یادېږي.

یا په بل عبارت سره د یوه عدد لوګاریتم دوه برخې لري، یوه برخه یې صحیح او بله برخه یې اعشاري ده، صحیح برخې ته یې کرکترستیک (Characteristic) او اعشاري برخې ته یې مانتیس وایي.

کرکترستیک د محاسبې په واسطه پیدا کېږي او مانتیس د حساب د ماشین یا د لوګاریتم د جدول له مخې پیدا کېږي.

$\log x =$ کرکترستیک + مانتیس

د کرکترستیک یا مشخصې ټاکل په اعشاري لوګاریتم:

Finding the Characteristic of a Common Logarithm

د یو عدد د لوګاریتم مشخصه (کرکترستیک) د لاندې دوو قاعدو (اصولو) له مخې ټاکل کېږي.

۱. د هغه عدد کرکترستیک چې د یوه څخه لوی وي، د عدد د صحیح برخې د رقمونو له شمېر څخه یو کم دی، که عدد په صحیح برخه کې n رقمونه ولري، نو کرکترستیک به یې د (n-1) سره مساوي وي.

۲. د هغه عدد کرکترستیک چې له یوه څخه کوچنی د صفر او یو ترمینځ وي، د هغو صفرونو له شمېر څخه یو زیات دی، کوم چې د اعشاري علامې او د اعشاري برخې د کیڼې خوا د لومړي رقم په مینځ کې وجود لري، خو علامه یې منفي ده، که د نوموړو صفرونو شمېر n وي، نو کرکترستیک یې (n+1)- دی، له صفر څخه کوچنی یعنې د منفي عدد لوګاریتم نه لري.

مثال: که چېرې P یو عدد او n د صحیحو رقمونو شمېر وي، نو:

$$10^{n-1} < P < 10^{n}$$

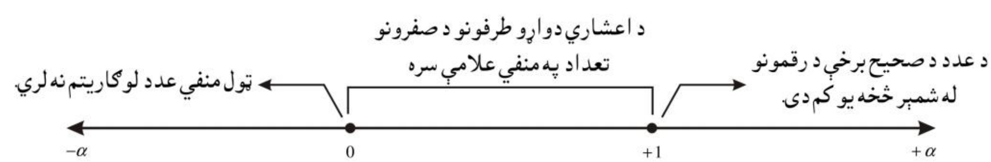
که چېرې د ټولو طرفونو څخه لوګاریتم ونیسو، نو $\log 10^{n-1} < \log P < \log 10^{n}$

$$n-1 < \log P < n$$

دا چې د n او (n-1) عددونو ترمینځ کوم عدد وجود نه لري، نو لهذا:

$\log P = n - 1 +$ کسري عدد

له دې څخه دا نتیجه لاس ته راځي، چې P کرکترستیک عدد چې لرونکی د n تامو عددونو عبارت دی، له (n-1) څخه:



مثال: د $\log 814,6$ کرکترستیک (ch) وټاکئ؟

حل: دلته ګورو چې د صحیح ارقامو شمېر 3 دی، نو د قاعدې مطابقت

کرکترستیک (Ch) یې 2=1-3 دی.

مثال: د $\log 0,009$ کرکترستیک (Ch) وټاکئ؟

حل:

$$\log 0,009 = \log 9.10^{-3} = \log 9 + \log 10^{-3}$$
$$= \log 9 - 3.\log 10 \Rightarrow \ \log 9 - 3$$

نو کرکترستیک یې عبارت دی له 3- څخه.

یا همدا مثال حل په بله وینا سره:

دلته ګورو $\log 0.009$ چې عدد د یو څخه کوچنی دی او دغه قسم عددونو کرکترستیک د اعشاري د علامې د ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د یوه عدد په اندازه زیات دی، خو علامه منفي نیول کېږي.

په یاد مثال کې ګورو، چې د اعشاري علامې نه ښي خواته دوه صفرونه موجود دي، نو د قاعدې له مخې یو ورسره جمع کوو، چې درې عدد لاسته راځي، خو د قاعدې له مخې علامه ورته منفي نیسو، نو د $\log 0,009$ کرکترستیک عبارت دی له 3- څخه.

له تېرو مثالونو څخه په ګټه اخیستنې سره د لاندې عددونو کرکترستیک په لاس راوړو.

$1.Ex: \ \log 0,27 \Rightarrow Characteristic = -1$

$2.Ex: \ \log 0,0783 \Rightarrow Ch = -2$

$3.Ex: \log 0,0008 \Rightarrow Ch = -4$

$4.Ex: 0,00005 \Rightarrow Ch = -5$

$5.Ex: \ \log 0,000000000321 = Ch = -11$

$6.Ex: \ \log 5 \Rightarrow Ch = 0$

$7.Ex: \ \log 12 \Rightarrow Ch = 1$

$8.Ex: \ \log 4,2 \Rightarrow Ch = 0$

$9.Ex: \ \log 49,7 \Rightarrow Ch = 1$

$10.Ex: \log 547,11 \Rightarrow Ch = 2$

$11.Ex: \log 2134632 = 3$

$12.Ex: \log 10000000 \Rightarrow Ch = 6$

$13.Ex: \log 93{,}41 \Rightarrow ch = 1$

$14.Ex: \log 1{,}42305 \Rightarrow ch = 0$

$15.Ex: \log 0{,}010002 \Rightarrow ch = -2$

$16.Ex: \log 0{,}00004 \Rightarrow ch = -5$

$17.Ex: \log 8 \Rightarrow ch = 0$

$18.Ex: \log 3466 \Rightarrow ch = 3$

$19.Ex: \log 0{,}8 \Rightarrow ch = -1$

$20.Ex: \log 0{,}00008 \Rightarrow ch = -5$

$21.Ex: \log 33{,}02 \Rightarrow ch = 1$

د مانتیس ټاکل:

مانتیس همېشه مثبت وي او د لوګاریتم په ټولو جدولونو کې مثبت حفظ او ترتیب شوی دی، که چېرې کوم مانتیس منفي په لاس راشي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي، نو مانتیس سره یو جمع او له کرکترستیک سره یو تفریق کوو.

$Ex: \log = -2{,}6198$

دا چې مانتیس او کرکترستیک دواړه منفي دي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي؛ لرو چې:

$\log = -2{,}6198 \Rightarrow -0{,}6198 + (-2) \Rightarrow (-0{,}6198 + 1) + (-2 + 1)$

$\log x = 0{,}3802 - 3 \Rightarrow \bar{3}{,}3802$

نو اوس په دې ځای کرکترستیک منفي او مانتیس یې مثبت دی.

پاملرنه:

کرکترستیک کله مثبت او کله منفي وي، مګر مانتیس همېشه لپاره مثبت وي، خو کله چې په سوال کې منفي راکړل شوی وي، باید مثبت ته یې د پورته

طریقې په شان مثبت ته واړوو.

د اعدادو د لوګاریتمونو مشخصه یا کرکترستیک په خپله د عدد څخه په لاس راځي، حال دا چې اعشاري برخه د ترتیب شوو جدولونو له مخې چې څلور رقمي او پینځه رقمي ... دي په لاس راځي.

د عددونود لیکلو د علمي روش (طریقې) او د لوګارېتم د قوانینو څخه په استفادې سره هم کولای شو، د عددونو لوګاریتم لاس ته راوړو.

1). $\log 0{,}035 = \log(3{,}5.10^{-2}) \Rightarrow \log 3{,}5 + \log_{10}^{-2} = 0{,}5441 + (-2) \Rightarrow \bar{2}{,}5441$

2). $\log 85300 \Rightarrow \log(8{,}33.10^{10}) = \log 8{,}33 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}7657 + 4 \Rightarrow 4{,}7657$

3). $\log 0{,}00024 \Rightarrow \log(2{,}4.10^{-4}) = \log 2{,}4 + \log 10^{-4} \Rightarrow 0{,}3802 + (-4) \Rightarrow \bar{4}{,}3802$

4). $\log 0{,}000428 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-5} \Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675$

مثال: په هغه صورت کې چې $\log 9{,}28 = 0{,}9675$ وي، نو د لاندې عددونو لوګاریتم پیدا کړئ، البته د عملي روش نه ګټه پورته کړئ؟

a). $\log 92800$

b). $\log 92{,}800$

c). $\log 0{,}00928$

d). $\log 0{,}0000928$

حل:

د (a) جز حل:

a). $\log 92800 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{4}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}9675 + 4 \Rightarrow 4{,}9675$

د (b) جز حل:

b). $\log 92{,}800 \Rightarrow \log(9{,}28.10) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10 \Rightarrow 0{,}9675 + 1 \Rightarrow 1{,}9675$

د (c) جز حل:

c). $\log(9{,}28.10^{-3}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-3} \Rightarrow 0{,}9675 + (-3) \Rightarrow \bar{3}{,}9675 = -2{,}0325$

د (d) جز حل:

d). $\log 0{,}0000928 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) = \log 9{,}28 + \log 10^{-5}$

$\Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675 \Rightarrow -4{,}0325$

لاندې عددونه په علمي روش ولیکئ؟

1.) 789000

2). 0.00521

3). 6753102

4). 405

5). 8600000

6). 0.00052

7). 0,780905

8). 0,00081202

9). 0,00001111

10). 10000

د لوګاریتم د جدول ترتیب

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

په پورته رابطه کې د x پرځای (x-) لیکو.

$$\ln(1-x)=-x-\frac{(-x)^2}{2}+\frac{(-x)^3}{3}-\frac{(-x)^4}{4}+\frac{(-x)^5}{5}-\frac{(-x)^6}{6}+\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln(1-x)=-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots\ldots(II)$$

اوس د (I) رابطې نه دوېم (II) رابطه منفي کوو.

$$Ln(1+x)-\ln(1-x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}\ldots\ldots-(-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6})$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^6}{6}$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2x+\frac{2x^3}{3}+\frac{2x^5}{5}+\frac{2x^7}{7}\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\ldots..)\ldots\ldots(III)$$

په (III) رابطه کې د x پرځای $\frac{1}{2n+1}$ وضع کوو.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2n+1}}{1-\frac{1}{2n+1}}=2(\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{3(2n+1)^3}+\frac{1}{5(2n+1)^5}+\frac{1}{7(2n+1)^7}\}\ldots\ldots(IV)$$

اوس نو که په (IV) رابطه کې د n پرځای (1) وضع کړو ، نو ln2 کېږي.

$$\ln 2=2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3.3^3}+\frac{1}{5.3^5}+\frac{1}{7.3^7}\right)$$

$$\ln 2=0,693147180$$

اوس د ln2 د کمیت څخه log2 هم پیدا کولی شو.

$$\log 2 = 0{,}434294.\ln 2$$

$$\log 2 = 0{,}30103$$

که چېرې د n=2 وضع کړو ، نو Ln3 لاسته راځي.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.2=1}}{1-\frac{1}{2.2+1}} = 2\left(\frac{1}{2.2+1}+\frac{1}{3(2.2+1)^3}+\frac{1}{5(2.2+1)^5}+\frac{1}{7(2.2+1)^7}.......\right)$$

$$\ln\frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+.....\right)$$

$$\ln\frac{6}{4} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+.......\right)$$

$$\ln\frac{3}{2} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+....\right)$$

$$\ln 3-\ln 2 = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = \ln 2 + 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = 1{,}0986122$$

اوس log3 هم پیدا کولی شو.

$$\log 3 = 0{,}434294.\ln 3$$

$$\log 3 = 0{,}434294.1{,}0986122 \Rightarrow \log 3 = 0{,}47712$$

اوس نو log4 د log2 څخه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 4 = \log 2^2 = 2.\log 2 = 2.0{,}30103 = 0{,}60206$$

$$\log 4 = 0{,}60206$$

د log5 پیدا کولو لپاره n=4 وضع کوو ، په (IV) رابطه کې.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.4+1}}{1-\frac{1}{2.4+1}} = 2\left(\frac{1}{2.4+1}+\frac{1}{3(2.3+1)^3}+\frac{1}{5(2.4+1)^5}+\frac{1}{7(2.4+1)^7}\right)$$

$$\ln\frac{\frac{10}{9}}{\frac{8}{9}} = 2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5-\ln 4=2.\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=\ln 4+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.\ln 2+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.0{,}693147180+2(0{,}11156)$$

$$\ln 5=1{,}386254360+0{,}22312$$

$$\ln 5=1{,}609414360\Rightarrow \log 5=0434294.1{,}60941436=0{,}698466$$

$$\log 5=0{,}69896676$$

Log6 هم په اسانه د log2 او log3 نه پیدا کېږي.

$$\log 6=\log 2.3=\log 2+\log 3$$

$$=0{,}30103+047712$$

$$\log 6=0{,}77815$$

د log7 پیدا کولو لپاره په (IV) رابطه د n پر ځای 6 لیکو.

$$\ln\frac{6+1}{6}=2\left\{\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right\}$$

$$\ln\frac{7}{6}=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7-\ln 6=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=\ln 6+2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=0{,}84510$$

اوس نو log7 لاسته راوړو ، له ln7 څخه.

$$\log 7=0{,}434294.\ln 7=0{,}434294.0{,}84510$$

$$\log 7=0{,}36702186$$

Log8 هم د log2 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 8=\log 2^3=3.\log 2=3.0{,}30103=0{,}90309$$

$$\log 8=0{,}90309$$

Log9 د log3 له جنسه اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 9 = \log 3^2 = 2.\log 3 = 2.0{,}47712 = 0{,}95424$$

$$\log 9 = 0{,}95424$$

Log10 د log2 او log5 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 10 = \log 2.5 = \log 2 + \log 5 = 0{,}30103 + 0{,}69896676$$
$$\log 10 = 0{,}9999676 \sim 1$$
$$\log 10 = 1$$

معلومه شوه چې log10=1 دی.

په هم دې ترتیب د ټولو عددونو لوګاریتم پیدا کولی شو.

د لوګاریتم د جدول استعمال

د اعشاري لوګاریتم (برکس لوګاریتم) مانتیسونه محاسبه او په جدول کې لیکل شوي دي، ځینې جدولونه تر اوو، ځینې تر پینځو، ځینې تر څلورو او دریو اعشاري مرتبو پورې مانتیسونه لري، چې د همدې مرتبو له مخې جدولونه اووه رقمیز، پینځه رقمیز او داسې نور نومول کیږي، هغه جدول چې له ټولو نه زیات استعمالیږي، څلور رقمیز جدول دی.

۱. د پینځه رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه څلور رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا درې رقمونه د عددونو په ستون (N) کې پیدا کوو او وروستې څلورم رقم د جدول په سر (لومړي کرښه) کې پیدا کوو.

هغه عدد چې په دې کرښه او نوموړي ستون کې واقع دي، د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: د $\log 7545$ پیدا کولو لپاره د پینځه رقمیز جدول څخه استفاده کوو؟

حل: د راکړل شوي عدد کرکترستیک 3 دی او مانتیس یې په جدول کې د 5 تر ستون لاندې په 754 کرښه کې 0,87766 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 7545 = 3 + 0{,}87766$$

مثال: $\log 0{,}008743$ په لاس راوړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3- او مانتیس یې په 874 کرښه کې د 3 تر ستون لاندې 0,94166 دی، نو:

$$\log 0{,}0038743 = 0{,}94166 + (-3) = \bar{3}{,}94166$$

۲. د څلور رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه درې رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا دوه رقمونه د (N) په ستون او دریم رقم یې د (N) په سطر کې پیدا کوو، چې ددې سطر او ستون تقاطع د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: $\log 431$ په لاس راوړئ؟

حل: د دې عدد کرکتریستریک 2 دی او مانتیس یې په 41 کرښه کې د 3 ستون لاندې 0,1660 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 431 = 2{,}6160$$

مثال: $\log 0{,}0452$ پیدا کړئ.

حل: ددې کرکترستیک (2-) دی او مانتیس یې د جدول د 45 کرښه کې د 2 ستون لاندې (0,6551) دی، نو :

$$\log 0{,}0452 = \bar{2}{,}6551$$

مثلا د 386 لوګاریتم په لاس راوړو.

$$386 = 3{,}86.10^{2}$$

$$\log 386 = \log(3{,}86.10^{2})$$

$$\Rightarrow \log 3{,}86 + \log 10^{2}$$

$$= \log 3{,}86 + 2$$

اوس $\log 3{,}86$ په جدول کې ګورو او داسې یې په لاس راوړو.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	5563	5575	5587	5599	5611		5835		5658	
3,6						5623		5658		5670
3,7										
3,8	5789	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
3,9										
40										

د چپ خوا دوه رقمه یعنې 3,8 د N په سطر کې او د (6) عدد د N په ستون

کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د 3,8 د کرښې او د (6) ستون د تقاطع په ځای کې واقع وي، د 3,86 عدد د لوګاریتم د مانتیس ښخه عبارت دی، (لکه چې په جدول کې لیدل کېږي)، یعني:

$$\log 3{,}86 = 0{,}5866$$

$$\log 386 = \log 3{,}86 + 2$$

$$\log 386 = 0{,}5866 + 2$$

$$\log 386 = 2{,}5866$$

لوګاریتمي افاده
Logarithmic Expressions

هــره الجبــري افــاده او يــا عــدد چــې لــه دې ســره (log) موجــود وي، نــو د لوګــاريتمي افــادې پــه نــوم يــادېږي. د دې د ســاده کولــو لپــاره د لوګــاريتم د مربوطو قضيو څخه استفاده کېږي.

د لوګــاريتمي افــادې د حــل کولــو لپــاره بايــد کوښــښ وشــي، چــې وروســتۍ نتيجه يې $\log_a^a = 1$ شي، چې له دې څخه آخري ځواب لاسته راځي.

پاملرنه:

افاده (Expression): د حدونو د جمع او تفريق حالاتونو ته افاده وايي.

لکه؛ $\log_{12}^{36} + \log_{12}^{4} - \log_{5}^{5} = ?$ لوګاريتمي افاده

Logarithmic Expression
اسانه مثالونه

1). $\log_{10}^{100} = 2$

2). $\log_{3}^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

3). $\log_{7}^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

4). $\log_{5}^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

5). $\log_{2}^{4} = 2 \Rightarrow 2^2 = 4$

6). $\log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$

7). $\log_5^1 = 0 \Rightarrow 5^0 = 1$

8). $\log_5^{\frac{1}{5}} = -1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 5^{-1}$

9). $\log_2^{0,002} = -3 \Rightarrow 0,002 = 2^{-3}$

10). $\log_{\sqrt{2}}^1 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}^0 = 1$

11). $\log_{100}^{100} = 1 \Rightarrow 100 = 100^1$

1). $\log_e^1 = 0$

2). $\log_e^{e^{2x+2}} = 2x+2$

3). $e^{\log_e^{x^2+1}} = x^2+1$

4). $\log_e^{e^{m+n}} = m+n$

5). $e^{\log_e^{(x^4+1)}} = x^4+1$

6). $\log \frac{mn}{b^{pq}} = \log_b^{mn} - \log_b^{pq} = \log_b^m + \log_b^n - (\log_b^p + \log_b^q)$

7). $\log_b^{(m.n)^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3}\log_b^{(m.n)} = \frac{2}{3}(\log_b^m + \log_b^n)$

Logarthim Expressions

1). $Ex:\log_{\frac{1}{3}}^{625^{-1}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} = 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} = 4$

2). $Ex:\log_3^{(9.27)} \Rightarrow \log_3^9 + \log_3^{27} \Rightarrow \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} \Rightarrow 2\log_3^3 + 3\log_3^3 \Rightarrow 2+3=5$

3). $Ex:\log_{10}^{(20x^2z)} - \log_{10}^{(\frac{1}{5}x^2z)} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{20x^2z}{\frac{1}{5}x^2z})} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{20}{\frac{1}{5}}} \Rightarrow \log_{10}^{100} = 8$

4). $Ex:\log_5^{(10y^2x)} - \log_5^{(2xy^2)} \Rightarrow \log_{50}^{(\frac{10y^2x}{2xy^2})} = \log_5^5 = 1$

5). $Ex:\log_2^{8^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{3}.\log_2^{2^3} = -\frac{1}{3}.3\log_2^2 = -1$

6). $Ex:\log_4^{\sqrt{256}} \Rightarrow \log_4^{(256)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_4^{4^4} = \frac{1}{2}.4.\log_4^4 = \frac{1}{2}.4 = 2$

7). $Ex:\log_9^{27} \Rightarrow \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^3}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3}{2} = 1,5$

8). $Ex:\log_{10}^{(0,1)^5} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{10})^5} \Rightarrow \log_{10}^{10^{(-1)^5}} \Rightarrow 5.-1\log_{10}^{10} = -5$

9). $Ex:\log 0,0001 \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{4})} \Rightarrow \log_{10}^{-4} = -4$

10). $Ex:\log\frac{1}{1000} \Rightarrow \log\frac{1}{10^3} \Rightarrow \log 10^{-3} = -3$

11). $Ex:\ln(e,e.e) \Rightarrow \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1=3$

12). $Ex:\ln\left(\frac{1}{e.e}\right) \Rightarrow \ln\frac{1}{e^2} \Rightarrow \ln e^{-2} = -2$

13). $Ex:\log\frac{1}{10^{-2}} \Rightarrow \log 10^2 = 2$

14). $Ex:\log 0,01 = \log 10^{-2} = -2$

15). $Ex:\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3$

16). $Ex:\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100.\frac{1}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

17). $Ex:\log_{10}^5 + \log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{10^2} = 2$

18). $Ex:\log_{12}^{36} + \log_{12}^4 \Rightarrow \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} \Rightarrow \log_{12}^{(12)^2} = 2$

19). $Ex:\log_a^{ax^2} - \log_a^{x^2} \Rightarrow \log_a^{\frac{ax^2}{x^2}} \Rightarrow \log_a^a = 1$

20). $Ex:\log_{10}^{0,001} \Rightarrow \log_{10}^{0,0011.10^3.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^1 + \log_{10}^{-3} = 0-3 = -3$

21). $Ex:\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.9.\log_2^2 = 9$

22). $Ex:\log_{\frac{1}{5}}^{625^{-1}}=\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}}=\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4}=4.1=4$

23). $Ex:\log_{16}^{32}=\log_{2^4}^{2^5}=\frac{5}{4}\log_2^2=\frac{5}{2}$

24). $Ex:\log_3^{81}=\log_3^{3^4}=4.\log_3^3=4$

25). $Ex:\log_{0,01}^{0,001}=\log_{10^{-2}}^{10^{-4}}=\frac{-4}{-2}\log_{10}^{10}=2$

26). $Ex:10^{\log_{10}^{10}+\log_{10}^{\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{10\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{90}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{45}{2}}}=\frac{45}{2}=22,5$

27). $Ex:5^{\log_5^7}=7$

28). $Ex:3,2^{\log_{3,2}^{100}}=100$

29). $Ex:\log_3^{\frac{1}{9}}=\log_3^{3^{-2}}=-2$

30). $Ex:\log_8^{\sqrt[5]{8}}\Rightarrow\log_8^{8^{\frac{1}{5}}}=\frac{1}{5}\log_8^8=\frac{1}{5}$

31). $\log_{\sqrt{5}}^{25}\Rightarrow\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5^2}=2.\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5}=2.\frac{1}{\frac{1}{2}}.\log_5^5=2.2.1=4$

1). $\log_{10}^{1000^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{(10^3)^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{10^4} = 4.\log_{10}^{10} = 4.1 = 4$

2). $\log_2^{16} = \log_2^{2^4} = 4.\log_2^2 = 4.1 = 4$

3). $\log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4.1 = 4$

4). $\log_5^{625} = \log_5^{5^4} = 4.\log_5^5 = 4.1 = 4$

5). $\log_4^{256} = \log_4^{4^4} = 4.\log_4^4 = 4.1 = 4$

6). $\log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3.1 = 3$

7). $\log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$

8). $\log_2^{8} = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

9). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{10^3} = 3.\log_{10}^{10} = 3.1 = 3$

10). $\log_4^{64} = \log_4^{4^3} = 3.\log_4^4 = 3.1 = 3$

11). $\log_2^{4} = \log_2^{2^2} = 2.\log_2^2 = 2.1 = 2$

12). $\log_5^{25} = \log_5^{5^2} = 2.\log_5^5 = 2.1 = 2$

13). $\log_3^{9} = \log_3^{3^2} = 2.\log_3^3 = 2.1 = 2$

14). $\log_{216}^{1296} = \log_{6^3}^{6^4} = 4.\frac{1}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}.1 = \frac{4}{3}$

15). $\log_{\frac{1}{16}}^{8} = \log_{\frac{1}{2^4}}^{2^3} = \log_{2^{-4}}^{2^3} = 2.-\frac{1}{2}\log_2^2 = -\frac{3}{2}.\log_2^2 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

16). $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = \log_{6^{-2}}^{6^3} = -\frac{3}{2}\log_6^6 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

17). $\log_{49}^{7} = \log_{7^2}^{7} = \frac{1}{2}\log_7^7 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$

18). $\log_{84}^{4} = \log_{4^3}^{4} = \frac{1}{3}\log_4^4 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

19). $\log_{64}^{2} = \log_{2^6}^{2} = \frac{1}{6}\log_2^2 = \frac{1}{6}.1 = \frac{1}{6}$

20). $\log_{10000}^{10} = \log_{10^4}^{10} = \frac{1}{4}.\log_{10}^{10} = \frac{1}{4}.1 = \frac{1}{4}$

21). $\log_{125}^{5} = \log_{5^3}^{5} = \frac{1}{3}\log_5^5 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

22). $\log_3^{(9.27)} = \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} = 2.\log_3^3 + 3.\log_3^3 = 2.1 + 3.1 = 2 + 3 = 5$

23). $\log_2^{\frac{1}{16}} = \log_2^{2^{-4}} = -4.\log_2^2 = -4.1 = -4$

24). $\log_{10}^{\frac{1}{10^8}} = \log_{10}^{10^{-8}} = -8.\log_{10}^{10} = -8.1 = -8$

25). $\log_2^8 = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

26). $2^{\log 4^x} \Rightarrow 2^{\log 2^{2x}} = 2x$

27). $\log_4^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \log_{2^2}^{4^{-1}} = \frac{1}{2}\log_2^{2^{-2}} = \frac{-2}{2}\log_2^2 = -1$

28). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{\frac{8}{2}} + \log_7^3 = \log_7^4 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{4.3}$

حل شوي مثالونه:

1). $\log_{10}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{0,001\,1.10^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1} + \log_{10}^{10^{-3}} = 0 - 3\log_{10}^{10}$$
$$\Rightarrow 0 - 3.1 = -3$$

2). $\log_{3}^{81} = ?$

حل:

$$\log_{3}^{81} \Rightarrow \log_{3}^{3^{4}} \Rightarrow 4.\log_{3}^{3} \Rightarrow 4.1 = 4$$

3). $\log_{0,01}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{0,01}^{0,001} \Rightarrow \log_{10^{-2}}^{10^{-3}} \Rightarrow -3.\frac{1}{-2}\log_{10}^{10} \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

4). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{(10^{2})^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} \Rightarrow 3.\log_{10}^{10} \Rightarrow 3.1 = 3$$

5). $\log_{64}^{16} = ?$

حل:

$$\log_{64}^{16} = 2.\frac{1}{3}\log_{4}^{4} \Rightarrow \frac{2}{3}.\log_{4}^{4} = \frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$$

6). $\log_{a}^{ax^{2}} - \log_{a}^{x^{2}} = ?$

حل:

$$\log_{a}^{\frac{ax^{2}}{x^{2}}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$$

7). $\log_7^{\frac{63}{49}} = ?$

حل:

$\log_7^{63} - \log_7^{49} \Rightarrow \log_7^{7.9} - \log_7^{7^2} \Rightarrow \log_7^7 + \log_7^9 - 2\log_7^7$

$\Rightarrow 1 + \log_7^9 - 2 \Rightarrow -1 + \log_7^9 \Rightarrow \log_7^9 - 1$

8). $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-1}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} \Rightarrow 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 4.1 = 4$

9). $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{2}}^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2^{-9}} \Rightarrow \log_{2^{-1}}^{2^{-9}} \Rightarrow -1\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.-9\log_2^2$

$\Rightarrow +9\log_2^2 \Rightarrow 9.1 = 9$

10). $\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} = ?$

حل:

$\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{100}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

11). $\log_{10}^5 + \log_{10}^{20} = ?$

حل:

$\log_{10}^{5.20} \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow \log_{10}^{10^2} \Rightarrow 2.\log_{10}^{10} = 2.1 = 2$

12). $\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^5 = ?$

حل:

$\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^5 \Rightarrow 2.\log_{12}^6 + 2.\log_{12}^2 - \log_5^5 \Rightarrow 2(\log_{12}^6 + \log_{12}^2) - \log_5^5$

$\Rightarrow 2\left(\log_{12}^{6.2}\right)-1 \Rightarrow 2\left(\log_{12}^{12}\right)-1 \Rightarrow 2(1)-1 \Rightarrow 2.1-1 \Rightarrow 2-1=1$

13). $\log_5^{5x^2}=?$

حل:

$\log_5^{5x^2} \Rightarrow \log_5^5+\log_5^{x^2} \Rightarrow 1+2\log_5^x$

14). $-\log_n^{mp}+\log_{\frac{1}{n}}^{\frac{1}{mp}}=?$

حل:

$-\log_n^{mp}+\log_{n^{-1}}^{(mp)^{-1}} \Rightarrow -\log_n^{mp}+-1.-1\log_n^{mp}$

$-\log_n^{mp}+\log_n^{mp} \Rightarrow 0$

15). $\log_{27}^{3c}=?$

حل: که $\log_3^c=0,2$ Note: if

$\log_{27}^{3c} \Rightarrow \log_{27}^3+\log_{27}^c \Rightarrow \log_3^{3^3}+\log_{3^3}^c$

$\Rightarrow \frac{1}{3}\log_3^3+\frac{1}{3}\log_3^c \Rightarrow \frac{1}{3}.1+\frac{1}{3}.0,2$

$\Rightarrow \frac{1}{3}+\frac{0,2}{3} \Rightarrow \frac{1+0,2}{3} \Rightarrow \frac{1,2}{3}$

16). $9^{2\log_9^8}=?$

حل:

$9^{2\log_9^8} \Rightarrow 9^{\log_9^{8^2}} \Rightarrow 8^2=64$

17). $\log_{27}^{(\frac{1}{3})^{18}}=?$

حل:

$\log_{27}^{(3^{-1})^{18}} \Rightarrow \log_{3^3}^{3^{-18}} \Rightarrow -18.\frac{1}{3}\log_3^3 \Rightarrow \frac{-18}{3}.1=-6$

18). $\log_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10^{10}}} = ?$

حل:

$\log_{10^{-1}}^{10^{-10}} \Rightarrow -10.-1\log_{10}^{10} \Rightarrow +10.1=10$

19). $\dfrac{\log_5^{125}+\log_{12}^{144}}{\log_{1000}^{10^6}} = ?$

حل:

$\dfrac{\log_5^{5^3}+\log_{12}^{12^2}}{\log_{10^3}^{10^6}} \Rightarrow \dfrac{3.\log_5^5+3.\log_{12}^{12}}{6.\frac{1}{3}\log_{10}^{10}} = \dfrac{3.1+2.1}{\frac{6}{3}.1}$

$\Rightarrow \dfrac{3+2}{2} = \dfrac{5}{2} \Rightarrow 2\dfrac{1}{2}$

20). $\log_2^8+\log_4^{16}+\log_3^{27} = ?$

حل:

$\log_2^{2^3}+\log_4^{4^2}+\log_3^{3^3} \Rightarrow 3.\log_2^2+2.\log_4^4+3.\log_3^3$

$\Rightarrow 3.1+2.1+3.1 \Rightarrow 3+2+3 \Rightarrow 8$

21). $1+\log_n^{\frac{1}{n}} = ?$

حل:

$1+\log_n^{\frac{1}{n}} \Rightarrow 1+\log_n^{n^{-1}} \Rightarrow 1-1\log_n^n \Rightarrow 1-1.1 \Rightarrow 0$

22). $\log_{p^2}^{p^3}+\log_{\frac{1}{m}}^{m^2} = ?$

حل:

$\log_{p^2}^{p^3}+\log_{\frac{1}{m}}^{m^2} \Rightarrow \dfrac{1}{2}.3\log_p^p+\log_{m^{-1}}^{m^2}$

$\Rightarrow \dfrac{3}{2}.1+-1.2 \Rightarrow \dfrac{3}{2}-2 \Rightarrow -\dfrac{1}{2}$

23). $\log_n^{n^2}+\log_m^{m^3}=?$

حل:

$$\log_n^{n^2}+\log_m^{m^3}\Rightarrow 2.\log_n^{n}+3.\log_m^{m}\Rightarrow 2.1+3.1\Rightarrow 2+3=5$$

24). $a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}}=?$

حل:

$$a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}}\Rightarrow a^{\log_a^{16^{\frac{1}{2}}}}\Rightarrow 16^{\frac{1}{2}}=\sqrt{16}\Rightarrow 4$$

25). $2^{1-\log_2^5}=?$

حل:

$$2^{1-\log_2^5}\Rightarrow 2^1-2^{\log_2^5}\Rightarrow 2^1.\frac{1}{2^{\log_2^5}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2^{\log_2^5}}\Rightarrow \frac{2}{5}$$

لاندې افادې ثبوت کړئ؟

$Ex:\ \log_3^7.\log_5^3.\log_7^5 = ?$

$$Solve:\ \log_3^7.\log_5^3.\log_7^5 = \log_3^7.\frac{\log_3^3.\log_3^5}{\log_3^5.\log_3^7} = \log_3^3 = 1$$

$Ex:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}}.\log_{\sqrt{3}}^{0,1}.\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = ?$

$$Solve:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}}.\frac{\log_{0,1}^{0,1}.\log_{0,1}^{\sqrt{3}}}{\log_{0,1}^{\sqrt{3}}.\log_{0,1}^{\sqrt{2}}} = \log_{0,1}^{0,1} = 1$$

$Ex:\ \log_b^a.\log_c^b.\log_a^c = ?$

$$Solve:\ \log_b^a.\frac{\log_b^b.\log_b^c}{\log_b^c.\log_b^a} = \log_b^b = 1$$

مثال: که $\log 2 = 0,3010$ او $\log 6 = 0,7782$ وي، $\log 12$ پیدا کړئ؟

$$\log 12 = \log 2.6 = \log 2 + \log 6 = 0,3010 + 0,7782$$

$$\log 12 = 1,0792$$

مثال: که $\log 6 = 0,7782$ او $\log 5 = 0,6990$ وي، نو $\log 30$ به څو وي؟

$$\log 30 = \log 6.5 = \log 6 + \log 5 = 0,7782 + 0,6990$$

$$\log 30 = 1,4772$$

مثال: که $\log 7 = 0,367021$ او $\log 4 = 0,60206$ وي، نو $\log \frac{4}{7}$ به څو وي؟

$$\log \frac{7}{4} = \log 7 - \log 4 = 0,367021 - 0,60206$$

$$\log(\frac{7}{4}) = -0,235039$$

مثال: که $\log 31 = 1,4914$ او $\log 17 = 1,2305$ وي، نو $\log \frac{31}{17}$ پیدا کړئ؟

$$\log \frac{31}{17} = \log 31 - \log 17 = 1,4914 - 1,20305 = 0,2609$$

$$\log \frac{31}{17} = 0,2609$$

مثال: که $\log_e^3 = 1,10$ او $\log_e^7 = 1,95$ کمیت ولري، نو د لاندې افادو کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ (A)\ \log_e^{(\frac{7}{3})}$$

$$Solution:\ \log_e^{(\frac{7}{3})} = \log_e^7 - \log_e^3 = 1,95 - 1,10 = 0,85$$

$$find:\ \log_e^{\sqrt[3]{21}} = \log_e^{(21)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}.\log_e^{(3.7)} = \frac{1}{3}(\log_e^3 + \log_e^7)$$

$$= \frac{1}{3}(1,95 + 1,10) = 1,02$$

مثال: که $\log_e^5 = 1,609$ او $\log_e^8 = 2,079$ کمیت ولري، نو تاسې د لاندې افادې کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = ?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = \log_e^{5^{10}} - \log_e^8 = 10.\log_e^5 - \log_e^8$$

$=10.1{,}609-2{,}079\Rightarrow 14{,}011$

مثـــال: کـــه $\log_e^5=1{,}609$ او $\log_e^8=2{,}079$ کمیـــت ولـــري، نـــو تاســـې د لانـــدې افـــادې کمیت پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\sqrt[4]{\frac{8}{5}}}=?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{4}.\log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)}=\frac{1}{4}\left(\log_e^8-\log_e^5\right)$$

$$=\frac{1}{4}(2{,}079-1{,}609)=\frac{1}{4}(0{,}47)\Rightarrow 0{,}1175$$

مثال: لاندې مثال محاسبه کړئ؟

$$Ex:\ \log 5000-\log\frac{1}{0{,}01}-\log_2^5=?$$

په داسې حال کې چې $\log 2=0{,}3010$ او $\log 5=0{,}6990$ وي.

$$Slove:\ \log 5.10^3-\log\frac{1}{10^{-2}}-\log_2^5$$

$$\Rightarrow \log 5+\log 10^3-\log 10^2-\frac{\log 5}{\log 2}=0{,}6990+3-2-\frac{0{,}6990}{0{,}3010}$$

$$\Rightarrow 0{,}6990+1-2{,}32=-0{,}621$$

مثال: که $\log 5=0{,}6990$ وي، نو تاسې د $\log 25+\log\sqrt{5}-\log 125$ پیدا کړئ؟

$$Solve:\ \log 5^2-\log 5^{\frac{1}{2}}-\log 5^3=2.\log 5+\frac{1}{2}.\log 5-3.\log 5$$

$$\Rightarrow 2.0{,}6990+\frac{1}{2}.0{,}6990-3.0{,}6990\Rightarrow 1{,}398+0{,}3495-2{,}097$$

$$\Rightarrow 1{,}7475-2{,}097$$

$$\Rightarrow -0{,}3495$$

مثال: که $\log 3=0{,}4771$ او $\log 5=0{,}6990$ وي، نو $\log 16875$ محاسبه کړئ؟

$$Solve:\ \log 16875=\log(27.625)=\log 27+\log 625$$

$$\Rightarrow \log 3^3+\log 5^4=3.\log 3+4.\log 5$$

$$\Rightarrow 3(0{,}4771)+4(0{,}6990)=1{,}4313+2{,}796$$

$$\log 16875=4{,}495$$

که چېرې $\log_b^2 = 0,69$ او $\log_b^3 = 1,10$ او $\log_b^5 = 1,61$ وي، نو تاسې د لاندې افادو کمیتونه د دوی له مخې پیدا کړئ؟

1). $\log_b^{30} = ?$

2). $\log_b^{16} = ?$

3). $\log_b^{16} = ?$

4). $\log_b^{\sqrt[3]{2}} = ?$

5). $\log_b^{\sqrt{3}} = ?$

6). $\log_b^{\left(\frac{2}{5}\right)} = ?$

7). $\log_b^{\left(\frac{5}{3}\right)} = ?$

8). $\log_b^{\sqrt{0,9}} = ?$

9). $\log_b^{27} = ?$

10). $\log_b^{\sqrt[3]{1,5}} = ?$

که چېرې $\log 5 = 0{,}6990$ ، $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو تاسې د لاندې افادو لوګاریتم محاسبه کړئ؟

1). $\log \frac{410}{16} - \log 41 = ?$

2). $3.\log 5 - \log 64 = ?$

3). $\log 27 = ?$

مثال:

$$\ln(e.e.e) = \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln(e.e.e) = \ln e^3 = 3.\ln e = 3.1 = 3$$

مثال:

$$\ln\frac{1}{e.e} = ?$$

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e} + \ln\frac{1}{e} = \ln e^{-1} + \ln e^{-1} = -1.\ln e + (-1).\ln e$$

$$\Rightarrow -1.1 + (-1).1 = -1 - 1 = -2$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e^2} = \ln e^{-2} = -2.\ln e = -2.1 = -2$$

مثال:

$$\ln 12e = ?$$

$$\ln 12e = \ln 12 + \ln e = \ln 12 + 1$$

$$\Rightarrow 1 + \ln 12$$

مثال:

$$\ln\frac{30}{e} = ?$$

$$\ln\frac{30}{e} = \ln 30 - \ln e = \ln 6.5 + 1$$

$$\Rightarrow \ln 6 + \ln 5 + 1$$

د لوګاریتمي افادو تمرینات

لاندې لوګاریتمي افاده محاسبه کړئ؟

1). $\log 30+1-\log \sqrt[5]{100}=?$

2). $\log \frac{7100}{64}-\log 71=?$

3). $\log_{3}^{\sqrt[5]{243}}-\log 100+2=?$

4). $\log_{3}^{\frac{1}{81}}+5=?$

5). $(\log 4+\log 8-\log 16)-\log 2=?$

6). $\log_{10}^{3}+\log_{10}^{2}+\log_{10}^{4}=?$

7). $\log_{2}^{6}+\log_{2}^{5}-\log_{2}^{10}=?$

8). $\log_{4}^{3}+\log_{4}^{2}=?$

9). $\log_{5}^{250}-\log_{5}^{2}=?$

10). $\log_{4}^{32}+\log_{4}^{2}=?$

11). $\log_{7}^{2}+\log_{4}^{2}=?$

12). $4.\log_{5}^{2}-\log_{5}^{8}=?$

13). $\log_{3}^{405}-\log_{3}^{5}=?$

14). $\log_{25}^{3}-\log_{3}^{5}=?$

15). $\log_{7}^{8}-\log_{7}^{2}+\log_{7}^{3}=?$

16). $\log_{5}^{24}-\log_{5}^{50}=?$

17). $\log_{8}^{2}+\log_{8}^{4}=?$

18). $\log_{2}^{25}-\log_{2}^{5}=?$

19). $5\log_3^2 - \log_3^4 + 2\log_3^5 = ?$

20). $\log 7 - \log 4 + \log 2 = ?$

21). $2\log_4^6 + \log_4^9 - 3\log_4^3$

22). $\log_8^2 + \log_8^4 + \log_8^1 = ?$

23). $2\log_7^4 - \log_7^4 = ?$

24). $4\log_2^3 - \log_2^9 + \log_2^7 = ?$

25). $6\log_3^2 + \log_3^4 - 3\log_3^2 = ?$

26). $\log_8^5 + \log_8^3 + \log_8^6 = ?$

27). $2\log 9 - \log 4 = ?$

28). $\log 11 + 4\log 8 = ?$

29). $\log 4 + \log 6 + \log 5 = ?$

30). $5\log_3^2 - \log_3^4 + \log_3^5 = ?$

31). $\log_3^{\sqrt{5}} = 5$

32). $\log 0{,}1 = -1$

33). $\log_{16}^{64} = \dfrac{3}{2}$

34). $\log_8^2 = \dfrac{1}{3}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې ساده کړئ؟

35). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{1000} = ?$

36). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

37). $\log_3^{\frac{1}{81}+5} = ?$

38). $\log \frac{4100}{64} - \log 71 = ?$

39). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

40). $\log 210(\log 32) - \log 21 = ?$

تمرین:

د لوګاریتم قوانین پرې تطبیق کړئ؟

1). $\ln\frac{\sqrt{a}.b^{-2}}{\sqrt[3]{c}.d^{-3}}$

2). $\ln\sqrt{\frac{5e}{e^{\ln 5}}}$

3). $\ln\left(\sqrt{e}\right)^3$

4). $\ln\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}}$

5). $\ln\sqrt{e^{3(\ln e^2+\ln e^6)}}$

6). $\log\frac{x^2.\sqrt{y}}{\sqrt{x^5.y^3}}$

7). $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{xy^2}{m.n}}$

8). $\log 8.\sqrt{3.\sqrt[3]{x^2.y.\sqrt[4]{x.p^2}}}$

9). $\log\frac{x^2y^3}{p^2}$

10). $\frac{1}{5}.\log(x+y)+\frac{1}{5}\log(x-y)^{-1}$

11). $\log x-\frac{1}{8}\log p+\frac{5}{2}\log y$

12). $\log x+m.\log(x+y)+m.\log(x-y)$

13). $\frac{1}{4}\log(x^2-y^2)-\frac{1}{2}\log(x-y)-\frac{1}{2}\log(x+y)$

14). $\frac{1}{2}\log(x^2+y^2)-\frac{1}{3}\{\log(x-y)+\log(x+y)\}$

15). $(\log x+3\log y)^{\frac{1}{3}}-(4\log y-2\log p)^{\frac{1}{2}}$

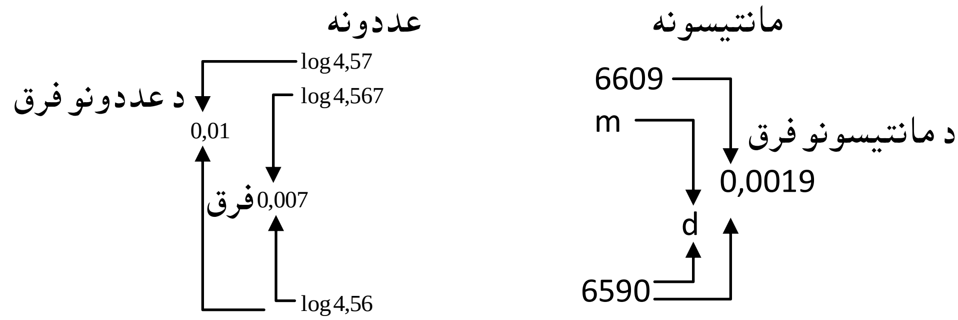
انترپولېشن
Interpolation

انترپولېشن په لغت کې پر بل عبارت اړولو ته وايي.

او په اصطلاح کې انترپولېشن د هغه طريقې نوم دی، چې د هغه اعدادو مانتيس پيدا کوي، کوم چې جدول يې ترتيب شوی نه وي.
يا د يو عدد انتي لوګاريتم د پيدا کولو لپاره چې په لوګاريتمي جدول کې مجود نه وي، د انترپولېشن څخه کار اخلو.

طريقه:

د انترپولېشن په واسطه د يوه عدد د مانتيس پيدا کولو لپاره په جدول کې دوه پرلپسې عددونه چې يو عدد د رکړل شوی عدد څخه زيات او بل ورڅخه کوچنی وي پيدا کوو.
بيا د دې دوو عددونو مانتيسونه له جدول څخه لاسته راوړو، بيا د عددونو او د هغوی د مانتيسونو له فرق څخه يو تناسب جوړوو، له دې تناسب څخه مجهول فرق پيدا کوو او د کوچني عدد له مانتيس سره يې جمع کوو، دغې د جمعې حاصل ته د راکړل شوي عدد مانتيس وايي.
د $\log 4567$ لوګاريتم مانتيس پيدا کړئ، په داسې حال کې چې د دې لوګاريتم مانتيس په جدول کې وجود نه لري.



$$\frac{0{,}007}{0{,}01}=\frac{d}{0{,}0019}\Rightarrow d=\frac{0{,}007.0{,}0019}{0{,}01}$$

$$\Rightarrow d=\frac{7.19}{100000}\Rightarrow\frac{133}{100000}\Rightarrow d=0{,}00133$$

$m=0{,}6590+0{,}0013\Rightarrow m=0{,}6603$ مربوط مانتیس

$\log 4567=3{,}6603$

مثال: $\log 2245{,}8$ مانتیس پیدا کړئ، په داسې حال کې چېددې عدد مانتیس په جدول کې وجود نه لري؟

$$\frac{x}{0{,}00019}=\frac{0{,}8}{1}$$

$x=(0{,}8.0{,}00019)\Rightarrow x=0{,}000152$

اوس د x قیمت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو او یا یې د لوی عدد له مانتیس څخه تفریقوو.

$m=0{,}35122+0{,}000152\Rightarrow 0{,}351372$ دغه مانتیس دی

$\log 2245{,}8 = 4{,}351372$

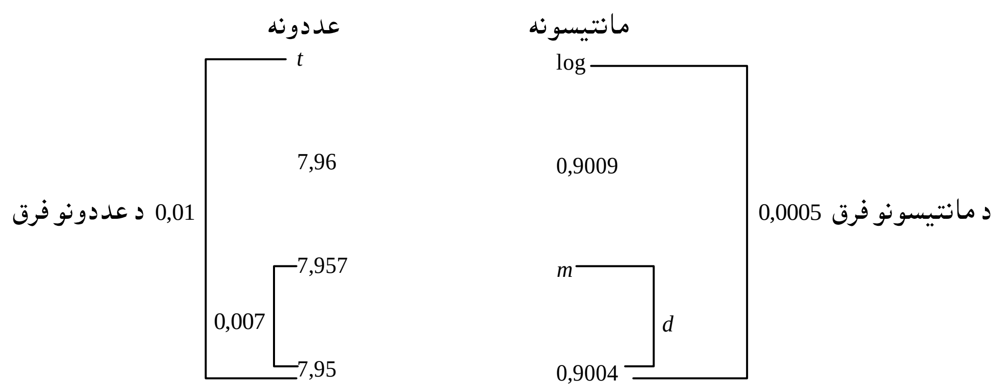
مانتیس + کرکترستیک = لوګاریتم

مثال: $\log 0{,}0007957$ پیدا کړئ؟

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow \log 7{,}957.10^{-4} \Rightarrow \log 7{,}957 + \log 10^{-4}$

$\Rightarrow m - 4$

دا چې $7{,}95 < 7{,}957 < 7{,}96$ نو m د لاندې جدول په استفادې سره پیدا کوو.



$\Rightarrow \dfrac{0{,}007}{0{,}01} = \dfrac{d}{0{,}0005} \Rightarrow d = \dfrac{(0{,}007).(0{,}0005)}{0{,}01}$

$\Rightarrow d = 0{,}00035 \approx 0{,}0004$

$m = 0{,}9004 + d \Rightarrow 0{,}9004 + 0{,}0004 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008 - 4 \Rightarrow \bar{4}{,}9008 \Rightarrow -3{,}0992$

انترپولېشن بله طریقه:

مثال: د 7453,27 عدد لوګاریتم غواړو پیدا کړو، کوم جدول په خپله وجود نه لري، ددې عدد نه لوی عدد مانتیس د جدول څخه راخلو او له دې د کوچني عدد مانتیس له جدول څخه راخلو او د عددونو او د دوی د مانتیسونو فرق پیدا کوو.

مانتیسونه		عددونه	
0,87239		7454	لوی له 7453,27
0,78233		7453	کوچنی له 7453,27
0,00006	د مانتیسونو فرق	1	د عددونو ترمینځ فرق
x		0,27	د کوچني عدد او خپله اصل عدد فرق

$$x=\frac{0{,}27\,.\,0{,}00006}{1}\Rightarrow 0{,}0000162$$

دا چې د عددونو 0,27 دی، نو تفاوت مانتیس 0,0000162 ده، چې دغه د مانتیس تفاوت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو، چې د 7453,27 عدد حاصل په لاس راځي.

$$0{,}8723+0{,}0000162\Rightarrow 0{,}8723462$$

چې دغه مانتیس د 7453,27 عدد دی.

دا چې اولنی عدد چې لوګاریتم یې هدف وو، عبارت دی له 745327 چې شپږ رقمي عدد دی، ددې عدد کرکترستیک 5 دی، نو له دې ځایه نتیجه کیږي.

$$\log 745327\Rightarrow 5{,}872362$$

مثال: $\log 8752,8$ پیدا کړئ؟

حل: 8752,8 عدد تقریبا د 8752 او 8753 په مینځ کې موجود دی.

$$\begin{array}{r} 8753 \\ 8752 \\ \hline 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 94216 \\ 94211 \\ \hline 5 \end{array}$$

د عدد فرق 0,8   د مانتیسونو فرق x

$$x = \frac{5.0,8}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

د 4 عدد د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو.

$$94211 + 4 = 94215$$

دا چې په خپله عدد 87,528 دوه رقمي دی، نو کرکترستیک یې (1) دی، نو لوګاریتم یې عبارت دی له:

$$\log 87,528 \approx 1,94215$$

که وغواړو چې د څلور رقمه عدد لوګاریتم پیدا کړو، نو دریم رقم لوګاریتمي جدول په پام کې نیسو.

مثال: 3275 لوګاریتم په لاس راوړو.

پوهېږو چې:

$$3270 < 3275 < 3280$$

څرنګه چې د لوګاریتم په جدول کې 327 او 328 موجود دی، نو لیکو:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \log 3270 \\ \log 3275 \end{array}\right\} 5 \\ \log 3280 \end{array}\right\} 10 \qquad \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} =3,5145 \\ =X \end{array}\right\} d \\ =3,5159 \end{array}\right\} 0,0014$$

یعني لرو چې:

$$3275-3270=5$$

3280-3270=10

او:

3,5159-35145=0,0014

x-3,5145=d

او له دې ځایه لیکو چې:

$$\frac{5}{10}=\frac{d}{0,0014}\Rightarrow d=\frac{5}{10}.0,0014=0,007$$

اوس که 0,0014 , 3,5145 سره جمع شي، په لاس راځي.

$$3,5145+0,007=3,5152$$

یعنې د 3275 لوګاریتم عبارت دی له 3,5152

$$\log 3275=3,5152$$

مثال: د 31,76 عدد لوګاریتم په لاس راوړو.

لیکلی شو چې:

$$3170<3176<3180$$

log3,170 =1,5011

log31,76 = X

log31,90 =1,5024

(log3,170 – log31,76: 6; log3,170 – log31,90: 10; =1,5011 – = X: d; =1,5011 – =1,5024: 0,0013)

یعنې:

$$\frac{6}{10}=\frac{d}{0,0013}\Rightarrow d=\frac{6}{10}.0,0013$$

نو:

$$1,5011+0,0008=1,5019$$

او په دې ډول لرو:

$$\log 31,76=1,5019$$

که وغواړو چې د پینځه رقمي عدد لوګاریتم په لاس راوړو، نو د څلور رقمي لوګاریتمي جدول څخه استفاده کوو.

مثال: د 51826 لوګاریتم محاسبه کړئ؟

حل: ګورو چې:

$$51800 < 51826 < 51900$$

دی او څرګنده ده، چې:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 51800 = 4,7143\\ \log 51826 = X\end{array}\right\} 26 \;\; \left. \right\} d\\ \log 51900 = 4,7152\end{array}\right\} 100 \;\; \left. \right\} 0,0009$$

په دې ډول لرو چې:

$$\frac{26}{100} = \frac{d}{0,0009} \Rightarrow d = \frac{26}{100}.0,0009$$

اوس که 0,0002 د 4,7143 سره جمع کړو، په لاس راوړو.

$$4,7143 + 0,0002 = 4,7145$$

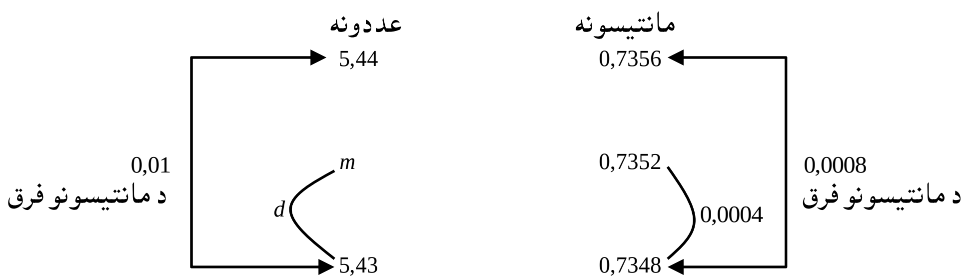
نو د ورکړل شوي عدد لوګاریتم دا دی:

$$\log 51826 = 4,7145$$

د انترپولېشن
په واسطه د انتي لوګاریتم پیدا کول

د انتي لوګاریتم د پیدا کولو لپاره مانتیس په جدول کې لټوو، که مانتیس په جدول کې نه وو، نو دد غه مانتیس انتي لوګاریتم په یوه حرف ښیو، د مانتیس نه ښکته او پورته مانتیسونه په جدول کې پیدا کوو، شپږ عددونه چې یو یې مجهول او نور پینځه یې معلوم دي لاسته راځي، دوه دوه عددونه یو له بل څخه منفي کوو، چې څلور عددونه لاس ته راځي، چې یو یې مجهول او درې یې معلوم دي، د تناسب په واسطه مجهول عدد پیدا کوو، بالاخره د راکړل شوي مانتیس انتي لوګاریتم پیدا کېږي.

مثال: $Anti\log = 3{,}7352$ پیدا کړئ؟



$$\frac{d}{0{,}01} = \frac{0{,}0004}{0{,}0008} \Rightarrow \frac{d}{0{,}01} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\ .\ 0{,}01}{8} \Rightarrow d = \frac{4}{800} \Rightarrow d = 0{,}005$$

$m = 0{,}005 + 5{,}43 \Rightarrow 5{,}435$

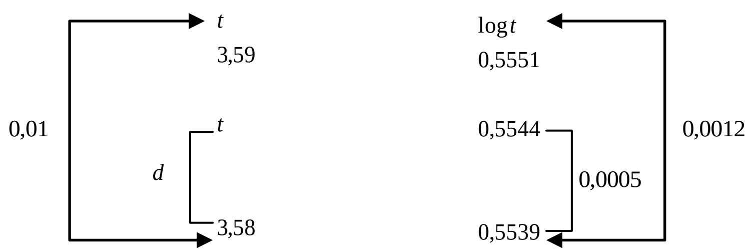
$Anti \log 3{,}7352 = 5{,}435$

مثال: د 4,5544 عدد انتي لوګاريتم پيدا کړئ؟

$x = anti \log 4{,}5544$

$\log x = 4{,}5544 \Rightarrow 0{,}5544$

0,5544 په جدول کې نشته، خو 0,5539 او 0,5551 په جدول کې شته، د دغو عددونو انتي لوګاريتم پيدا کوو، د دغه عددونو او انټرپولېشن په مرسته د x قيمت پيدا کوو.



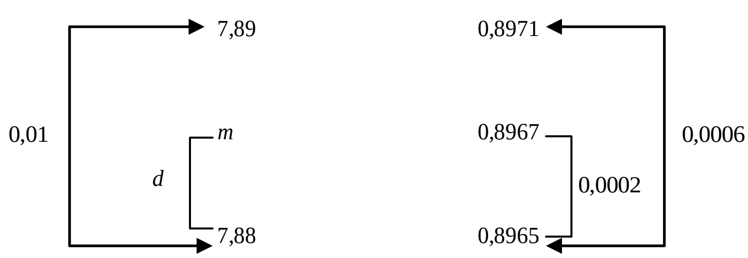
$$\frac{d}{0{,}01} = \frac{0{,}0005}{0{,}0012} \Rightarrow d = 0{,}0042$$

$t = 3{,}58 + d \Rightarrow 3{,}58 + 0{,}0042 \Rightarrow 3{,}5842$

$\log x = \log(3{,}5842.10^4) \Rightarrow \log 35842$

$x = 35842$

مثال: $Anti \log 5{,}8967$ پيدا کړئ؟



$$\frac{d}{0,01}=\frac{0,0002}{0,0006}\Rightarrow\frac{d}{0,01}=\frac{2}{6}\Rightarrow d=\frac{2.0,01}{6}=\frac{2}{600}=\frac{1}{300}$$

$$d=0,03$$

$$m=0,03+7,88\Rightarrow 7,883$$

دا چې کرکترستیک (5) دی، نو انتي لوګاریتم صحیح عدد دی او د ارقامو شمېر (6) دی، یعنې

$$Anti\log 5,8967=788300$$

مثال: $\log N = 4,4713$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرګنده ده، چې په دې مثال کې مانتیس 0,4713 دی، هغه عدد چې په لوګاریتمي جدول کې د 0,4713 سره مطابقت کوي، 296 دی او څرنګه چې مشخصه 4 ده، نو باید ورکړل شوي عدد (5) رقمي وي.

یعنې:

$$N=29600$$

مثال: که $\log N = 2,6459$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,6459 مستقیم په لوګاریتمي جدول کې وجود نه لري، نو ښکاره ده، چې په جدول کې نوموړی عدد داسې موقعیت لري.

$$6454<6459<6466$$

نو پوهېږو چې:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 442\\ \log N\end{array}\right\}X\\ \log 443\end{array}\right\}1 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=2,6454\\ =2,6459\end{array}\right\}0,0005\\ =2,6464\end{array}\right\}0,001$$

$$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{x}{1}\Rightarrow x=\frac{5}{10}\Rightarrow x=0,5$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N=442+0,5\Rightarrow 442,5$$

مثال: د 1,9358 انتي لوګاريتم په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,9358 مستقيما په جدول کې نشته دی او ليدل کېږي، چې:

$$9355 < 9358 < 9360$$

Log862	X	1	=1,9355	0,0003	0,0005
logN			=1,9358		
log863			=1,9360		

$$\frac{x}{1} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 0,6$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N = 862 + 0,6 = 862,6$$

څرنګه چې مشخصه (1) ده، نو بايد عدد دوه رقمي وي، يعنې:

$$N = 86,26$$

خطي انترپولېشن
Linear Interpolation

کله چې درې رقمي لوګاریتمي جدول ولرو، نشو کولای چې د څلور رقمي عدد لوګاریتم په مستقیمه توګه ترې په لاس راوړو، خو د انترپولېشن په مرسته یې لوګاریتم پیدا کولی شو، چې دغه طریقه په لاندې مثالونو کې روښانه کوو.

مثال: $\log 1{,}234$ پیدا کړئ؟

حل: د 1,234 او 1,24 لوګاریتمونه په درې رقمي جدول کې شته، د انترپولېشن په مرسته کولی شو، د نوموړي عدد لوګاریتم پیدا کړو.

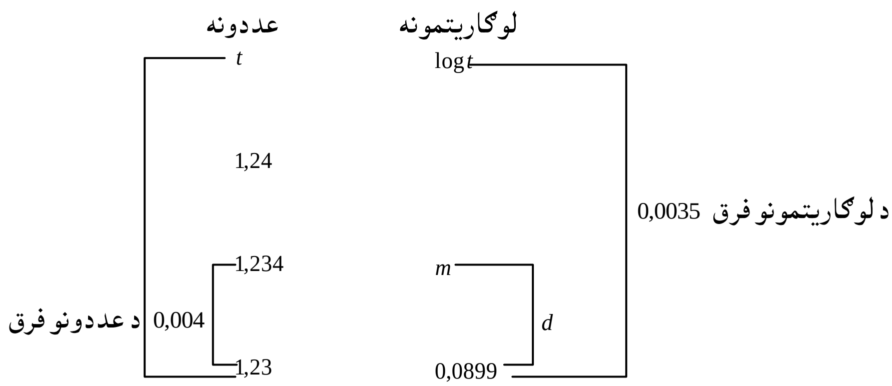
$\log 1{,}24 = 0{,}0934$, $\log 1{,}23 = 0{,}0899$

$1{,}23 < 1{,}234 < 1{,}24$

$\log 1{,}23 < \log 1{,}234 < \log 1{,}24$

$0{,}0899 < m < 0{,}0934$

د m قیمت په لاندې ډول پیدا کوو.



په خطي انترپولېشن کې فرض شوی، چې دغه ثلور عددونه متناسب دي، يعنې:

$$\frac{d}{0,0035} = \frac{0,004}{0,01}$$

$$d = \frac{(0,0035).(0,004)}{0,01} 0,0014$$

$$m = \log 1,234 = 0,899 + d \Rightarrow 0,0899 + 0,0014$$

$$\Rightarrow 0,0913$$

په نتيجه کې:

$$m = \log 1,234 = 0,0913$$

لوگاریتمي معادلات
Logarthmic Equations

د لوگــاریتمي افــادو چــې پــه هغــه کــې متحــول (مجهــول) وي، د لوگــاریتمي معادلاتو په نوم يادېږي.

د لوگــاریتمي معــادلاتو د حــل لپــاره بایــد لــومړی معادلــه د لوگــاریتم د قضیوو په اساس کار پرې وشي او وروسته پرې د الجبر قوانین تطبیق شي.

بعضــې وخــت ضــرورت پیــدا کېــږي، چــې د اکسپونشــیل (نمــایي) تــابع د خواصــو څخــه اســتفاده وشــي، نــو معادلــه ســاده کېــږي او پــه نتیجــه کــې د مجهــول قیمت لاسته رائي.

په لاندې افادو کې د x، y و z قیمتونه پیدا کوو:

1). $\log_{10}^{10^{-6}} = y \quad , \quad y = ?$

Solution: $\log_{10}^{10^{-6}} = y \Rightarrow 10^{-6} = 10^{y} \Rightarrow y = -6$

2). $\log_{10}^{100} = x \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{10}^{100} = x \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} = x \Rightarrow 10^{3} = 10^{x} \Rightarrow x = 3$

3). $\log_{8}^{x} = 2 \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{8}^{x} = 2 \Rightarrow x = 8^{2} \Rightarrow x = 64$

4). $\log_{x}^{36} = 2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{x}^{36} = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$

5). $\log_{5}^{\sqrt[5]{625}} = y \quad , \quad y = ?$

$Solution: \log_{5}^{\sqrt[5]{625}} = y \Rightarrow \sqrt[5]{625} = 5^y \Rightarrow \sqrt[5]{5^4} = 5^y \Rightarrow 5^{\frac{4}{5}} = 5^y \Rightarrow y = \frac{4}{5}$

6). $\log_{2}^{32} = z \quad , \quad z = ?$

$Solution: \log_{2}^{32} = z \Rightarrow 32 = 2^z \Rightarrow 2^5 = 2^z \Rightarrow z = 5$

7). $\log_{y}^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \quad , \quad y = ?$

$Solution: \log_{y}^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt[3]{64} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4 = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4^3 = y \Rightarrow 64 = y$

8). $\log_{6}^{216} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{6}^{216} = x \Rightarrow 216 = 6^x \Rightarrow 6^3 = 6^x \Rightarrow x = 3$

9). $\log_{100}^{100} = y \Rightarrow 100 = 100^y \Rightarrow 100^1 = 100^y \Rightarrow y = 1$

10). $\log_{10}^{10^{-3}} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{10}^{10^{-3}} = x \Rightarrow 10^{-3} = 10^x \Rightarrow x = -3$

11). $\log_{2}^{x} = 6 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{2}^{x} = 6 \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow x = 64$

12). $\log_{2}^{x} = 3$

$Solution: \log_{2}^{x} = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$$Q2:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \frac{1}{2}\log_m^9 - \log_m^6$$

$find\ m = ?$

$$Solution:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \log_m^{9^{(\frac{1}{2})}} - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(8)^{\frac{2}{3}}} + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^4 + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(4.3)} - \log_m^6 = \log_m^{12} - \log_m^6$$

$$\log_m^x = \log_m^{(\frac{12}{6})} = \log_m^2$$

$$\log_m^x = \log_m^2$$

نو د لوګاریتم له خواصو څخه لیکلای شو:

$$m = m \Rightarrow x = 2$$

لوګاریتمي معادلو د حل طریقه

د لوګاریتمي معادلو د حل لپاره د لوګاریتم له خواصو څخه استفاده کوو.

1). $Ex:\log_a^{(x+4)}-\log_a^{(x+2)}=\log_a^x$

$Solution:\ \log_a^{(\frac{x+4}{x+2})}=\log_a^x$

$\frac{x+4}{x+2}=x\Rightarrow x^2+2x=x+4\Rightarrow x^2+x-4=0$

$\Delta=1^2-4.1.-4=1+16=17$

$x_1=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\quad,\quad x_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

2). $Ex:\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)}=3$

$Solution:\ \log(35-x^3)=3.\log(5-x)\Rightarrow\log(35-x^3)=\log(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=125-75x+15x^2-x^3$

$\Rightarrow 35=125-75x+15x^2$

$\Rightarrow 15x^2-75x+125-35$

$\Rightarrow 15x^2-75x+90$

$\Rightarrow x^2+5x+6=0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3)=0$

$\Rightarrow x_1=2\quad,\quad x_2=3$

3). $Ex:\log_2^{(11x-1)} 5$

$Solution:\log_2^{(11x-1)}=5\Rightarrow 2^5=11x-1$

$\Rightarrow 32+1=11x$

$\Rightarrow 11x=33$

$\Rightarrow x=3$

4). $\log_3^{2^x-7}=2$

$Solution: lo_3^{2^x-7}=2\Rightarrow 2^x-7=3^2$

$\Rightarrow 2^x-7=9$

$\Rightarrow 2^x=9+7$

$\Rightarrow 2^x=16$

$\Rightarrow 2^x=2^4$

$\Rightarrow x=4$

5). $Ex:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18$

$Solution:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18\Rightarrow 25=\sqrt[3]{x}^{25}$

$\Rightarrow 25=x^{(\frac{1}{3})^{18}}$

$\Rightarrow 25=x^6$

$\Rightarrow 5^2=(x^3)^2$

$\Rightarrow x^3=5$

$\Rightarrow x=\sqrt[3]{5}$

6). $Ex:\log(x^2-1)-\log(x+1)=\log 2$

$Solution:\log\dfrac{(x^2-1)}{x+1}=\log 2$

$\dfrac{x^2-1}{x+1}=2\Rightarrow x^2-1=2x+2$

$x^2-2x-3=0$

$\Rightarrow (x+1)(x-3)=0$

$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

7). $Ex: x^{\log 10^x}=10$

$Solution: \log x^{\log 10^x} \log 10$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}.\log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow x=10^1$

$\Rightarrow x=10$

8). $Ex: \log\sqrt{x}+\log x^{\frac{3}{2}}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x}\sqrt{x^3}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x^4}=\log 100$

$\Rightarrow x^2=100$

$\Rightarrow x=10$

9). $\log_3^{(x+1)}-\log_3^{(x-1)}=1$

$\Rightarrow \log_3^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}=1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1}=3^1$

$\Rightarrow x+1=3x-3$

$\Rightarrow 3x-x-3-1$

$\Rightarrow 2x-4=2x=4$

$\Rightarrow x=2$

10). $Ex: \log_4^{(3x-3)}=\log_2^{3}$

$\Rightarrow \log_2^{2^{3x-3}}=\log_2^{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\log_2^{3x-3} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow (\sqrt{3x-3})^2 = 3^2$

$\Rightarrow 3x-3=9$

$\Rightarrow 3x=9+3$

$\Rightarrow 3x=12$

$\Rightarrow x=4$

11). $Ex: \log\sqrt{x} + \log_x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$Solution: \log\sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$\Rightarrow \sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{4}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^2 = 100$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{100}$

$\Rightarrow x_1 = 10 \qquad , \qquad x_2 = -10$

12). $Ex: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^4$

$Solution: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^{2^2}$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.\log_2^2$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.1$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2$

$\Rightarrow 2+\dfrac{1}{x} = 3^2$

$$\Rightarrow 2+\frac{1}{x}=9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=9-2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=7$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{7}$$

13). $\log_a^{\left\{1+\log_b\left[1+\log_c\left(1+\log_p^x\right)\right]\right\}}=0$

$\mathit{Solution}1:1+\log_b^{\left[1+\log_c\left(1+\log^x\right)\right]}=a^0=1$

$\Rightarrow \log_b^{\left[1+\log_c^{\left(1+\log_p^x\right)}\right]=1-1=0}$

$\Rightarrow 1+\log_c^{\left(1+\log_p^x\right)}=b^0=1$

$\Rightarrow \log_c^{\left(1+\log_p^x\right)}=1-1=0$

$1+\log_p^x=c^0\Rightarrow 1$

$\log_p^x=1-1=0\Rightarrow \log_p^x=0$

$x=p^0\Rightarrow x=1$

14). $Ex:\log_9^3.\log_2^x=1$

$\mathit{Solution}:\log_{3^2}^3.\log_2^x=1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_3^3.\log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \log_2^{x^{\frac{1}{2}}}=1$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}=2^1$$

$$\Rightarrow x=4$$

15). $Ex:\log.\log_2^x=\log 5$

$\mathit{Solution}:\log_2^x=5$

$\Rightarrow x = 2^5$

$\Rightarrow x = 32$

16). $Ex : \log^{3\log 2^{(x-1)}} = 2$

$Solution : \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 513$

17). $Ex : \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

حل: د قاعدې د بدلولو له مخې:

$\Rightarrow \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow x = 12$

18). $Ex : \log_{10}^{x} = 1$

$Solution : \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

19). $Ex : \log_x^{\sqrt[5]{625}} = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = x^{\frac{4}{5}}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = \sqrt[5]{x^4}$

$\Rightarrow x^4 = 625$

$\Rightarrow x^4 = 5^4$

$\Rightarrow x = 5$

20). $Ex : \dfrac{\log_{\sqrt{2}}^{r}}{\log_{\sqrt{2}}^{5}} = \log_x^r$

$\Rightarrow \log_5^r = \log_x^r$

$\Rightarrow 5 = x$

$\Rightarrow x = 5$

21). $Ex : \sqrt{\log x} + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 4 - 3$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{\log x}^2 = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

22). $Ex : \log 3 + \log 5 = \log x \qquad x = ?$

$Solution : \log 3.5 = \log x$

$\Rightarrow \log 15 = \log x$

$\Rightarrow 15 = x$

23). $Ex : \log_2^{(x^2-9)} = 4 \qquad , \qquad x = ?$

$Solution : \log_2^{(x^2-9)} = 4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 2^4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 16$

$\Rightarrow x^2 = 16+9$

$\Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{25}$

$\Rightarrow x_1 = -5 \qquad x_2 = 5$

24). $Ex: \log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2 \qquad x = ?$

$\Rightarrow \log_5^{\frac{x-1}{x-2}} = \log_5^6$

$\Rightarrow \frac{x-1}{x-2} = 2$

$\Rightarrow x-1 = 2(x-2)$

$\Rightarrow x-1 = 2x-4$

$\Rightarrow 2x - x = -1+4$

$\Rightarrow x = 3$

25). $Ex: \frac{7}{\log m + 4} = 1 \qquad m = ?$

$Solution: \log m + 4 = 7$

$\Rightarrow \log m = 7-4$

$\Rightarrow \log m = 3$

$\Rightarrow m = 10^3$

$\Rightarrow m = 1000$

26). $Ex: \log_x^{\frac{1}{25}} = \frac{-2}{3} \qquad x = ?$

$Solution: \log_x^{\frac{1}{25}} = \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{25} = x^{\frac{-2}{3}}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{5^2}$

$$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = 5^{-2}$$

$$\Rightarrow x^{(\frac{-2}{3})^3} = 5^{(-2)^3}$$

$$\Rightarrow x^{-2} = 5^{-6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{5^6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(5^3)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5^3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{125}$$

$$\Rightarrow x = 125$$

27). $Ex: \log x = \log 5 - \log 25 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log \frac{5}{25}$

$$\Rightarrow \log x = \log \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

28). $Ex: \log_{\sqrt{5}}^{x} - \log_{\sqrt{5}}^{3} - \log_{\sqrt{5}}^{5} + \log_{\sqrt{5}}^{4} = 0 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3} + \log_{\sqrt{5}}^{5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3.5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{15} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{\frac{15}{4}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

29). $Ex: \log x = \log r^2 + \log z^2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log r^2.z^2$

$x = r^2.z^2$

30). $Ex:\log x^{2\log x}=\log 10x \qquad , \qquad x=?$

$\Rightarrow \log_x^{2\log x}=\log 10x$

$\Rightarrow 2\log x.\log x=\log 10x$

$\Rightarrow 2\log x.\log x=\log 10+\log x$

$\Rightarrow 2\log x^2=1+\log x$

$\Rightarrow 2y^2=1+y$

$\Rightarrow 2y^2-y-1=0$

$\Rightarrow 2y^2-y-1=0$

$\Rightarrow (y-1)(2y+1)=0 \qquad y=\log x$

$\Rightarrow y-1=0 \qquad 2y+1=0$

$\Rightarrow y_1=1 \qquad 2y=-1$

$\Rightarrow y_2=\frac{-1}{2}$

اوس يې له اصلي مجهول سره ګورو.

$\log x=y$

$y_1=1$

$\log x=1$

$\Rightarrow x_1=10^1$

$\Rightarrow x=10$

$y_2=\frac{-1}{2}$

$\log_{10}^{x}=\frac{-1}{2}$

$\Rightarrow x=10^{\frac{-1}{2}}$

$\Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{10}}$

31). $Ex:\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}}=x \qquad x=?$

$Solution: x=10^{(2+\frac{1}{2}\log 4^2)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow 10^{(2+\frac{1}{2}.2\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = 10^{(2+\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{2+\log 4}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log 100+\log 4}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{\log 400}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log_{10}^{400}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{400}$

$\Rightarrow x = 20$

32). $Ex: \log_4\{2\log_3^1[\log_2(1+3\log_2^x)]\} = \frac{1}{2}$

$Solution: 2\log_3[1+\log_2(1+3\log_2^x)] = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

$\Rightarrow 1+\log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3^1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3-1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 2$

$\Rightarrow 1+3\log_2^x = 2^2 = 4$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 4-1 = 3$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 3$

$\Rightarrow \log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2$

33). $Ex: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$Solution: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 9^1$

$\Rightarrow \log_2^{x^3} = 9$

$\Rightarrow x^3 = 2^9$

$\Rightarrow x^3 = (2^3)^3$

$\Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

34). $Ex:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$Solution:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$\Rightarrow (x^2+5x-1)=(x^2-x+4)$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1=-x+4$

$\Rightarrow 5x+x=4+1$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}$

35). $Ex:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$, $x=?$

$Solution:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\log x=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x=2\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x^2=(2\sqrt{\log x})^2$

$\Rightarrow \log 2x=4\log x$

$\Rightarrow \log 2x-4\log x=0$

$\Rightarrow \log x(\log x-4)=0$

$\Rightarrow \log x=0$

$\Rightarrow x_1=10^0\Rightarrow x_1=1$

$\Rightarrow \log x=4\Rightarrow x_2=10^4$

د 100 عدد طبیعي لوګاریتم محاسبه کړئ.

$\ln 100=2{,}3026.\log 100$

$\ln 100=2{,}3026.2=4{,}6052$

36). $Ex:\log_2\{2+\log_3(x+3)\}=0$

$2+\log_3(x+3)=2^0=1$

$\log_3(x+3)=-1 \Rightarrow x+3=3^{-1}$

$x=\frac{1}{3}+3 \Rightarrow x=\frac{10}{3}=\frac{-8}{3}$

37). $Ex:\log_b^x=\log_b^{30}+\frac{1}{5}\log_b^{32}-\frac{2}{3}\log_b^8$

$\log_b^x=\log_b^{30}+\log_b^{32^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{8^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^{(2^5)^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{(2^3)^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^{2}-\log_b^{2^2}$

$=\log_b^{30}+\log_b^{2}-2\log_b^{2}=\log_b^{30}-\log_b^{2}$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

38). $Ex:\log_5^{2x}=3 \qquad x=?$

$\Rightarrow \log_5^{2x}=3$

$\Rightarrow 2x=5^3$

$\Rightarrow 2x=125$

$\Rightarrow x=\frac{125}{2}$

$\Rightarrow x=62{,}2$

39). $Ex:x=\log_2^{128}+\log_{16}^{256} \qquad x=?$

$Solution: x=\log_2^{2^7}+\log_{16}^{16^2}$

$\Rightarrow x=7.\log_2^{2}+2.\log_{16}^{16}$

$\Rightarrow x=7.1+2.1$

$\Rightarrow 7+2=9$

40). $Ex:\log_x^{16}=4$

$Solution: \log_x^{16} = 4$

$\Rightarrow 16 = x^4$

$\Rightarrow 2^4 = x^4$

$\Rightarrow 2 = x$

41). $Ex: \log x + \log 10 = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log x.10 = 2$

$\Rightarrow \log 10x = 2$

$\Rightarrow 10x = 10^2$

$\Rightarrow 10x = 100$

$\Rightarrow x = 10$

42). $Ex: \log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{9^x-6} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = 1$

$\Rightarrow \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = \log_2^2$

له log2 څخه صرف نظر کوو.

$\Rightarrow \frac{4.3^x-6}{9^x-6} = 2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.9^x - 6.2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.3^{2x} - 12$

$\Rightarrow 4.y = 2.y^2 - 12 + 6$

$3^x = y$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 12 + 6 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 6 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0$

$\Rightarrow (y-3)(y+1) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3$

$y+1=0 \Rightarrow y_2=-1$

اوس یې له اصلي مجهول سره پرتله کوو.

۱ جز:

$3^x = y \Rightarrow 3^x = 3^1$

$3=3$

$x=1$

۲ جز:

$3^x = y \Rightarrow 3^x = -1$

دوهم جز نه شي صحیح کېدلی، ځکه چې 1- له 3 سره نه شي مساوي کېدلی، نو لهذا دا کمیت په کې صدق هم نه کوي.

امتحان:

$\log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{a^x-6} = 1$

$y=3$ وضع کوو.

$\log_2^{4.3^1-6} - \log_2^{9^1} = 1 \Rightarrow \log_2^{12-6} - \log_2^{3} = 1$

$\log_b^x = \log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x = 15$

43). $Ex: \log_3^{(2x-7)} = 2 \qquad x=?$

$Solution: \log_3^{(2x-7)} = 2$

$\Rightarrow 2x-7 = 3^2$

$\Rightarrow 2x-7 = 9$

$\Rightarrow 2x = 9+7$

$\Rightarrow 2x = 16$

$\Rightarrow x = \frac{16}{2} \Rightarrow x = 8$

44). $Ex: \log(x^2-1) - \log(x+1) = \log 2 \qquad x=?$

$Solution: \log\frac{x^2-1}{x+1} = \log 2$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-1}{x+1}=2$

$\Rightarrow \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x+1)}=2$

$\Rightarrow x-1=2$

$\Rightarrow x=2+1 \Rightarrow x=3$

45). $Ex: \log_3^{(x+1)} - \log_3^{(x-3)} = 1 \qquad x=?$

$Solution: \log \dfrac{x+1}{x-3}=1$

$\Rightarrow \dfrac{x+1}{x-3}=3^1$

$\Rightarrow x+1=3(x-3)$

$\Rightarrow x+1=3x-9$

$\Rightarrow x=3x-9-1$

$\Rightarrow 3x-x-10=0$

$\Rightarrow 2x-10=0$

$\Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$

46). $Ex: \log_2^{(11x-1)} = 5 \qquad x=?$

$Solution: \log_2^{(11x-1)} = 5$

$\Rightarrow 11x-1=2^5$

$\Rightarrow 11x-1=32$

$\Rightarrow 11x=32+1$

$\Rightarrow 11x=33$

$\Rightarrow x=3$

47). $Ex: \log_3^{(2^x-7)} = 2 \qquad x=?$

$Solution: \log_3^{2^x-7} = 2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 3^2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^x = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^x = 16$

$\Rightarrow 2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

48). $Ex: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18 \qquad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18$

$\Rightarrow 25 = (\sqrt[3]{x})^{18}$

$\Rightarrow 25 = x^3$

$\Rightarrow 5^2 = (x^3)^2$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

49). $Ex: \log x = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}} \qquad x = ?$

$Solution: \log x = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow \log x = \log 12$

$\Rightarrow x = 12$

50). $Ex: 3^{\log_4^{16}} = 27^x \qquad x = ?$

$Solution: 3^{\log_4^{16}} = 27^x$

$\Rightarrow 3^{\log_4^{4^2}} = (3^3)^x$

$\Rightarrow 3^{2\log_4^4} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^{2.1} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^2 = 3^{3x}$

$\Rightarrow 2 = 3x$

$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$

51). $Ex: \log_4^{(3x-3)} = \log_2^3$ $\qquad x = ?$

$Solution: \log_{2^2}^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3} = 3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3}^2 = 3^2$

$\Rightarrow 3x - 3 = 9$

$\Rightarrow 3x = 9 + 3$

$\Rightarrow 3x = 12$

$\Rightarrow x = \frac{12}{3}$

$\Rightarrow x = 4$

52). $Ex: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$ $\qquad x = ?$

$Solution: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 512 + 1$

$\Rightarrow x = 513$

53). $Ex:\log_{x^2-x+4}^{(x^2+5x-1)}=1 \qquad x=?$

$Solution:\log_{3}^{\log_2^{(x-1)}}=2$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1+x-4=0$

$\Rightarrow 6x-5=0$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$\log_b^x=\dfrac{2}{3}.\log_b^{27}+2.\log_b^2-\log_b^3$

$find \quad x=?$

$Solution:\log_b^x=\dfrac{2}{3}\log_b^{27}+2\log_b^2-\log_b^3$

$=\log_b^{(27)^{\frac{2}{3}}}+\log_b^{2^2}-\log_b^3$

$=\log_b^9+\log_b^4-\log_b^3$

$=\log_b^{(9.4)}-\log_b^3$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{9.4}{3}}=\log_b^{(\frac{36}{3})}=\log_b^{12}$

$\log_b^x=\log_b^{12}$

پاملرنه:

دا چې قاعدې د لوګاریتم سره مساوي دي، نو:

$x=12$

د لوګاریتمي معادلاتو سیستم

د لوګـاریتم معـادلاتو د سیسـتم د حـل کولـو لپـاره د لوګـاریتم لـه قوانینـو څخـه ګټه اخلو.

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

$$\begin{cases}\log x + 2\log y = 0 \\ \log x - \log y = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\log x + \log y^2 = 0 \\ \log x - \log y = 0\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\log(x.y^2) = 0 \\ \log(\frac{x}{y}) = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 10^3 \\ \frac{x}{y} = 10^0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1 \\ \frac{x}{y} = 1\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1 \\ x = y\end{cases} \Rightarrow x.x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = y = 1$$

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

1). $\begin{cases}\log_2^{(x^2+y^2)} = 5 \\ \log_2^x + \log_2^x = 4\end{cases}$ $\quad$ $find\ x = ?\quad find\ y = ?$

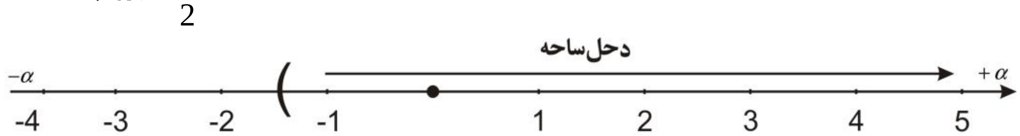
2). $\begin{cases}3.\log x + \log y^2 = 5 \\ \log x^2 - 2\log y = 0\end{cases}$ $\quad$ $find\ x = ?\quad find\ y = ?$

لوګاریتمي غیر مساوات

د لوګاریتمي غیر مساوات د حل کولو لپاره په لومړي قدم کې غیر مساوات د لوګاریتم څخه خلاصوو، له دې وروسته د غیر مساوات له خواصو څخه استفاده کوو، ددې په نتیجه کې د مجهول د حل ساحه لاسته راځي.

مثال: د $\log_2^{(x+2)} > -1$ غیر مساوات د حل ساحه معلومه کړئ؟

$$\log_2^{(x+2)} > -1$$
$$\Rightarrow (x+2) = 2^{-1}$$
$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} - 2$$
$$\Rightarrow x > \frac{1-4}{2}$$
$$\Rightarrow x > \frac{-3}{2}$$



مثال: د لاندې غیر مساواتونو د حل ساحه معلومه کړئ؟

1). $\log_{\frac{1}{2}}^{(3x+1)} > 0$

2). $\log_{\frac{1}{2}}^{(x^2-5x+6)} > -1$

3). $x^2 - 5x + 4 = 0$

د لوګاریتمي معادلو تمرین

تمرین:

لاندې لوګاریتمي معادلې حل کړئ؟

1). $\log 2 + \log 8 = \log x \qquad x = ?$

2). $\log 6 + \log 12 - \log 5 - \log x = 0 \qquad x = ?$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}} = x \qquad x = ?$

4). $\log_x^4 = \frac{2}{3} \qquad x = ?$

5). $\log_4^{(2x-5)} = \log_4^{16} \qquad x = ?$

6). $\log_2^{(\log_3 (2x-5)} = 2 \qquad x = ?$

7). $\frac{\log y}{\log y - 3} = 2 \qquad y = ?$

8). $\log_2^{(x^2-5x+22)} = 4 \qquad x = ?$

9). $\log_{\sqrt{2}}^x - \log_{\sqrt{2}}^8 - \log_{\sqrt{2}}^7 + \log_{\sqrt{2}}^5 = 0 \qquad x = ?$

10). $\log_{125}^{25} = x \qquad x = ?$

11). $\log_3^{(x+3)} - \log_3^{(x-4)} = \log_3^4 \qquad x = ?$

12). $3^{\log x} = 3x$

13). $x^{\log x} = 100x$

14). $\ln(\ln x) = 1$

15). $\log(\log x) = 1$

16). $(\log x)^3 = \log x^4$

17). $(\ln x)^3 = \ln x^4$

18). $\ln x = \ln(2x-1) - \ln(x-2)$

19). $\log(2x+1) = 1 - \log(x-1)$

20). $\ln(x+1) = \ln(3x+1) - \ln x$

21). $\log(6x+5) - \log 3 = \log 2 - \log x$

22). $\log(2x+1) = 1 + \log(x-2)$

23). $\log(x-0) + \log 100x = 3$

24). $\ln(2x+1) - \ln(x-1) = \ln x$

25). $\ln(\log x) = 1$

26). $(\ln x)^3 = \ln x^9$

27). $(\log x)^3 = \log x^9$

28). $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$

29). $\log(x^2-3) = 2.\log(x-1)$

30). $\log_x^9 = 2$

31). $10^{\log_{10}^x} = 44$

32). $\log x + \log(x+15) = 2$

33). $\ln(x+4) - \ln(x-4) = 2.\ln 3$

34). $\log_9^x = -\frac{3}{2}$

35). $\log(\ln x) = -1$

36). $\ln(2x^2+2) = 2\ln(2x-4)$

37). $e^{\ln x} = 2,5$

38). $\log_x^{e^s} = s$

39). $\log_{\frac{1}{4}}^{16} = x$

40). $\log_{16}^x = \frac{3}{2}$

41). $\log_5^{5x} = 2$

42). $\log_5^{(x-2)} + 2\log_5^{(x^3-2)} + \log_5^{(x-5)} = 4$

43). $\log_{10}^{x} = 1$

44). $\log(x-3) + \log(x+6) = \log 2 + \log 5$

45). $\log_2^{(\frac{8}{x}-1)} = x-2$

46). $x(1-\log 5) = \log 4^x - 12$

47). $\log_7^{15} - \log_2^{3} = \log_7^{n}$ $\qquad n = ?$

48). $\log x = \log 4 - \log 20$

49). $\log(\sqrt{2})^n = \log(\sqrt{2})^3 + \log(\sqrt{2})^6$

50). $\log_8^{2} - \log_2^{x} - 2 = 0$

51). $\log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^{2}$

52). $\log_2^{(10x+4)} = \log_2^{8}$

53). $\log_2^{(x+5)} = 2\log_2^{3}$

54). $2.\log_5^{x} = \log_5^{(x^2-6x+2)}$

55). $\log_e^{(x+8)} - \log_e^{x} = 3\log_e^{2}$

56). $2.\log_3^{x} = \log_3^{2} + \log_3^{(4-x)}$

57). $3.\log_b^{2} + \frac{1}{2}\log_b^{25} - \log_b^{20} = \log_b^{x}$

58). $\log_{10}^{(5-x)} = 3\log_{10}^{2}$

59). $\log_{10}^{(x^2-2x-2)} = 2\log_{10}^{(x-2)}$

60). $\log_7^{4x} - \log_7^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_7^{4}$

61). $\log_4^{x} + \log_4^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_4^{9}$

62). $\frac{3}{2}.\log_b^{4} - \frac{2}{3}\log_b^{8} + 2\log_b^{2} = \log_b^{x}$

63). $\log_{\frac{1}{2}}^{x} = \log_{\frac{1}{2}}^{2} + \log_{\frac{1}{2}}^{3} + \log_{\frac{1}{2}}^{5}$

64). $\log_4^{x} - \log_4^{(x-1)} = 2\log_4^{3}$

65). $\log|x+1| - \log|x-1| - \log 5 + \log 2 = 0$

66). $\log(3x-1)+\log 2-\log 3=0$

67). $\log_{2}^{\left|\frac{x+2}{x-1}\right|}=2$

68). $\log_{2}^{(x^{2})}+2\log_{2}^{x}+1=0$

69). $\log x^{2}-3\log x-4=0$

70). $\log_{\frac{1}{2}}^{x}=\log_{\frac{1}{2}}^{2}+\log_{\frac{1}{2}}^{3}+\log_{\frac{1}{2}}^{5}$

71). $\log_{7}^{15}-\log_{7}^{3}=\log_{7}^{x}$

72). $\log_{3}^{5}+\log_{3}^{6}=\log_{3}^{x}$

73). $\log_{3}^{5}+\log_{3}^{6}=\log_{3}^{x}$

74). $\dfrac{7}{\log y+4}=1$

75). $2\log_{3}^{\sqrt{x}}=5$

76). $\log m+\log 25=\log 5$

77). $\dfrac{\log_{5}^{125}}{\log_{5}^{25}}=\log_{25}^{x}$

78). $\log x=\log 4-\log 20$

79). $\log_{5}^{(x-1)}-\log_{5}^{(x-2)}=\log_{5}^{2}$

80). $2\log_{3}^{\sqrt{x}}=5$

81). $\dfrac{\log_{7}^{343}}{\log_{7}^{49}}=\log_{x}^{343}$

82). $\log x=\log 4-\log 20$

83). $\log_{7}^{(2x-3)^{2}}=2$

84). $\log_{x}^{3}+\log_{x}^{(2x+9)}=2$

85). $\sqrt{(\sqrt{x})^{\log x}}=x$

86). $\sqrt{x.\log\sqrt{x}}=10$

87). $\log_{3}^{5}+\log_{3}^{6}=\log_{3}^{x}$

88). $\ln x+\ln(x+1)=2$

89). $\dfrac{3}{2}\log_{2}^{4}-\dfrac{1}{2}\log_{2}^{x}=3$

90). $\log_{4}^{(x^{2}-17)}=3$

91). $\ln(2x+3)=8$

92). $\log x=\log(2x^2)-2$

93). $\log[\log 3(x-2)]=0$

94). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}}=\log_x^{343}$

95). $\log x^{\frac{3}{2}}-\log\sqrt{3}=5$

96). $\log\sqrt{x+1}=1-\dfrac{1}{2}\log x$

97). $\ln x-\dfrac{1}{2}\ln 2=\dfrac{1}{2}\ln(x+4)$

98). $\log(5x-1)-\log(x-3)=2$

99). $\log_7^{(2x-1)}=\log_x^{(x+3)}$

100). $x(1-\log 5)-\log(4^x-12)$

101). $\log 2^{(\frac{8}{2^x}-1)}=x-2$

102). $3{,}2^{\log_x^{(3x-2)}}+2{,}3^{\log_x^{(3x-2)}}=5{,}6^{\log_{x^2}^{(3x-2)}}$

103). $2\log_3^{(x-2)}+\log_3^{(x-4)^2}=0$

104). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}}=\log_{25}^{x}$

105). $2\ln x+3\ln 2=5$

106). $\ln(2x-1)^2=7$

107). $\ln(3x+5)^2=4$

108). $\log_a^{\left(\frac{x^2y}{z^3}\right)}=?$

109). $\log_a^{\left(x^3\cdot\sqrt{\frac{y^2}{z^4}}\right)}=?$

110). $\log\sqrt[3]{x^2.y.\sqrt{z}}=?$

111). $\log_3\left[7(2x-3)^2\right]=?$

112). $\log\left(3\sqrt{\dfrac{x^2}{y.z^2}}\right)=?$

113). $\log\sqrt{x.\sqrt{yz^3}}=?$

114). $\log_a\left(\dfrac{\sqrt{x}.z^2}{y^4}\right)=?$

115). $\log_3^{(6x^4y^{-2}-z^2)}=?$

د لوګاریتم د استعمال ځیني ځایونه

استعمال:

محاسبه اسانوي، یعني هره عملیه له هغې څخه پر اسانه عملیه بدلوي.

1). $x=(2{,}05).(0{,}74)=?$

حل: د ضرب له مخې ځواب:

```
      2,05
  X   0,74
  --------
       820
  +  1435
     000
  --------
    1,5170
```

$x=(2{,}05)(0{,}74)=1{,}517$

همدا سوال یعني $x=(2{,}05)(0{,}74)$ د لوګاریتم په طریقه اوس حل کوو.

چې ضرب یې په جمع بدلوي او د جمعې عملیه نظر ضرب ته اسانه ده.

$x=(2{,}05)(0{,}74)$

$\log x=\log[(2{,}05)(0{,}74)]$

$\log x=\log 2{,}05+\log 0{,}74$

د جدول څخه په استفادې نو اوس یې وضع کوو.

$\log 2{,}05=0{,}3118$ او $\log 0{,}74=\bar{1}{,}869$

$\Rightarrow \log x=\log 2{,}05+\log 0{,}74$

$\log x = 0{,}3118 + 1{,}8692$

$\log x = 2{,}181$

$x = anti\log 2{,}181$

$x = 1{,}517$

۲ مثال: تقسیم او د ضرب محاسبه په اسانه طریقې سره:

$3).\quad Ex:\ x = \frac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)} = ?$

د پورته سوال محاسبه د تقسیم او ضرب ښخه جوړ شوی دی، داسې حل کوو، د تقسیم او ضرب په واسطه ډېر وخت او مشکلات لري، خو د لوګاریتم په واسطه یې محاسبه اسانه او ژر کېږي.

$\log x = \log \frac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)}$

$\Rightarrow \log x = \log y 48{,}3 - (\log(8{,}38)(3{,}14))$

$\log x = \log 48{,}3 - (\log 83{,}8 + \log 3{,}14)$

$\log x = 1{,}6875 - (1{,}9232 + 0{,}4969)$

$\Rightarrow 1{,}6875 - 2{,}4201$

$\log x = -0{,}7326 = \bar{1}{,}2674$

$anti\log(\log x) = anti\log(\bar{1}{,}2674)$

$x = 0{,}1851$

$4).\quad Ex:\ \frac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000} = ?$

$Solution: \log x = \log \frac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000}$

$\log x = \log(78\text{–},6)^2 + \log\sqrt{3} - \log 4{,}000$

$\log x = 2\log(780{,}6) + \frac{1}{2}\log 3 - \log 4{,}000$

$\log x = 2.(2{,}8924) + \frac{1}{2}(0{,}4771) - 0{,}6021$

$\log x = 5{,}7848 + 0{,}2586 - 0{,}6021$

$\log x = 5,4213$

$anti\log(\log x) = anti\log 5,4213$

$x = 263800$

استعمال:

د لوګاریتم په ذریعه د توان لرونکي عدد محاسبه کول.

$(1,05)^6$ محاسبه کړئ؟

$\log(1,05)^6 = 6.\log 1,05 = 6(0,212) = 0,1272$

او $anti\log 0,1272 = 1,340$ دي.

یعنې $(1,05)^6$ دا داسې عددونو محاسبه کول پرته له لوګاریتم نه مشکل او د وخت ضایع کېدل دي، خو داسې مثالونه د لوګاریتم په ذریعه په ډېر کم وخت او مطمین ځواب لاسته راځي، یعنې $(1,05)^6 = 1,340$ سره دي.

استعمال:

د عددونو د n ام جذر موندلو لپاره استعمالېږي.

1). $Ex: \sqrt[7]{2187} = ?$

حل: د داسې ډېرو عددونو جذر پیدا کول ډېر وخت او په پیدا کولو کې یې زیات مشکل وي، مګر د لوګاریتم له طریقه په اسانه دقیق او کم وخت کې حل کېږي.

د جذر له طریقې څخه صرف نظر کوو او د لوګاریتم په طریقه یې حل کوو. ګورو چې:

$x = \sqrt[7]{2187}$

$\Rightarrow \log x = \log(2187)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \log x = \frac{1}{2}\log 2187 = 0,4771$

0,4771 له جدول څخه اخیستل شوی.

$\log x = 0,4771$

$\Rightarrow x = anti\log 0,4771 = 3$

$\sqrt[7]{2187} = 3$

2). $Ex: x = \sqrt[6]{2500,12}$

$\Rightarrow \log x = \log\sqrt[6]{2500,12}$

$\Rightarrow \log(2500,12)^{\frac{1}{6}}$

$\Rightarrow \frac{1}{6}\log 2500,12$

$\log x = 0,39969$

$\Rightarrow x = anti\log 0,39969 \Rightarrow 2,5101$

$x = \sqrt[6]{2500,12} = 2,5101$

مثال: $\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}$ عملیه د لوګاریتم نه په استفاده محاسبه کړئ؟

ددې عدد لوګاریتم د لوګاریتم د قوانینو نه په استفاده په اسانۍ سره حل کېږي، خو کولای شو ، هغه داسې هم محاسبه کړو.

$\log 0,34 = \bar{1},5315$

اوس $\bar{1},5315$ په 3 کې ضربوو.

$\bar{1},5315.3 = \bar{2},594$

اوس ددې لپاره چې نتیجه په (5) تقسیم کړو ، پر هغې هم 3 زیاتوو او هم 3 ورځنې کموو ، ځکه ($\bar{2}$) په (5)نه تقسیمېږي.

$\bar{2},5945 = (3+\bar{3}) + \bar{2},5945$

$= \bar{5} + 0,5945 + 3$

$= \bar{5} + 3,5945$

کولای شو دا عدد پر (5) تقسیم کړو.

$\bar{2},5945 \div 5 = (\bar{5} + 3,5945) \div 5$

$= \bar{1} + 0,7189 = \bar{1},7189$

په حقیقت کې لرو چې:

$$\log\sqrt[5]{(0,34)^3} = \bar{1},7189$$

څرنګه چې اصلي عدد $\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}$ دی، نو لیکو:

$$\log\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = \log 1 - \log\sqrt[5]{(0,34)^3}$$

د جدول نه په لاس راوړ، چې:

$$\log 1 = 0,0000 = \bar{1} + 1,0000$$

دا د ښي خوا د عددونو د تفریق حاصل دی.

$$1,0000 - \bar{1},7189 = 0,2811 + \bar{1}$$

په دې ډول لرو، چې:

$$\log x = 0,2811 + \bar{1}$$

په نتیجه کې کولای شو، له جدول څخه په لاس راوړو.

$\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = 0,911$ یعني $x = 0,911$

استعمال:

د نمایي تابع ګانو د حل لپاره استعمالیږي.

هغه محاسبات (سوالونه) چې په نمایي (اکسپوننشیل) شکل راکړل شوي وي، دغه ډول سوالونو حل په نورو طریقو ډېر مشکلات لري، زیات وخت نیسي، ځواب دومره زیات دقیق نه وي، خو همدغه سوالونه د لوګاریتم په واسطه په لږ وخت، په دقیق ډول سره صورت نیسي.

$Ex:\ x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ نمایي تابع

حل:

له دواړو خواوو څخه log نیسو:

$$\log x^{\sqrt{x}} = \log(\sqrt{x})^x$$
$$\sqrt{x}\log x = x.\log\sqrt{x}$$

$\sqrt{x}.\log x = x\log x^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{x}.\log = \frac{1}{2}.x\log x$

$\sqrt{x} = \frac{1}{2}x$

$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (\frac{1}{2}x)^2$

$x = \frac{1}{4}x^2$

$\Rightarrow 4x = x^2$

$\Rightarrow \frac{4x}{x} = \frac{x^2}{x}$

$\Rightarrow x = 4$

د لاندې مثالونو محاسبات د لوګاریتم له لارې وکړئ.

1). $(0,34).(15,7) = ?$

2). $(13,17).(4,2) = ?$

3). $(27,1).(6,231) \div (6,30) = ?$

4). $\frac{8,5}{(3,7).(7,3)} = ?$

5). $\frac{12,5}{(5,2).(3,2)} = ?$

6). $\frac{87;1}{(6;5).(2,4)} = ?$

7). $\sqrt[8]{250,7}$

8). $\sqrt[8]{2465}$

9). $\sqrt[12]{75,39}$

استعمال:

د عددونو د رقمو شمیر پرې معلومیږي.

مثال: که چیرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو معلوم چې 5^8 به څو رقمي عدد وي.

$\log 5^8 = 8.\log 5 = 8.0,6990 = 5,592$

نتیجه: دا چې 5 عدد کرکترستیک دي، نو غوښتل شوی عدد 6=(5+1) دی، یعنې دا عدد (6) رقمي دی.

مثال: که چېرې $\log 2 = 0,3010$ وي، نو 2^5 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 2^5 = 5.\log 2 = 5(0,3010) = 1,505$$

نتیجه:

دا چې (۱) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 2=1+1 ده، یعنې اوس ګورو چې $2^5 = 32$ کېږي، چې دوه رقمه لري.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو 5^4 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 5^4 = 4.\log 5 = 4(0,6990) = 2,766$$

اوس ګورو چې ایا 5^8 ربښتیا هم 6 عدد لري.

$$5^8 = 5^4.5^4 = 625.625$$

$$\Rightarrow 390625$$

نتیجه:

دا چې (2) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 3=1+2 دی، نو ثبوت شوه چې دا عدد (3) رقمي ده، ځکه چې $5^4 = 625$ کېږي او 625 هم درې رقمي ده.

مثال: که $\log 2 = 0,3010$ وي، نو 2^{30} عدد څو رقمي وي؟

$$\log 2^{30} = 30.\log 2 = 30(0,3010) = 9,030$$

نتیجه: دا چې (9) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد (10=1+9) دی.

تمرین:

که چېرې $\log 5 = 0,6690$ او $\log 3 = 0,4771$ او $\log 31 = 1,4914$ وي؟

نو د لاندې عددونو د رقمونو شمېر پیدا کړئ؟

۱). نو د $(5^3 . 31^2)$ عدد به څو رقمي وي؟

۲). 2^6 عدد به څو رقمي وي؟

۳). $(31)^{12}$ عددبه څو رقمي وي؟

۴). $(\frac{5^3}{2^5})$ عددبه څو رقمي وي؟

۵). 2^{30} عدد به څو رقمي وي؟

استعمال:

د بانکدارۍ په حسابونو کې مهم رول لري.
مثال: احمد 100000 افغانۍ د 9% ربحې له قراره په بانک کې ذخیره کړې، د 20 کالو وروسته به د نوموړې سرمایه څو افغاني شوې وي.
حل:

$$C = C_0(1+r)^{20}$$

$$C = 100000(1+9\%)^{20}$$

$$C = 100000(1+0,009)^{20}$$

$$C = 100000(1,09)^{20}$$

$$\log C = \log 100000 + \log(1,09)^{20}$$

$$= 5 + 20\log(1,09)^{20}$$

$$= 5 + 20(0,0374) = 5 + 0,7480$$

$$\log C = 5,7480$$

$$C = anti\log 5,7480$$

$$C = 560000$$

استعمال:

د زلزلې په معمولو کې مهم رول لري.
د ریکتر مقیاس (معیار):
چارلس ریکتر امریکایي زلزله پېژندونکی (۱۹۰۰ متولد) د زلزلې د سنجش لپاره یو معیار رامنځته کړ، چې د هغه په نوم یادېږي او د لاندې فورمول له مخې سنجول کېږي.

$$R = \log(\frac{a}{T}) + B$$

چې دلته a د اهتزاز لمن (دامنه) د مایکرون له جنسه T د موج پریود په ثانیه او د B د تجربې ثابت دی، چې زلزلې د مرکز نه د اخذې تر ماشین پورې

جدا قیمتونه لري.

د مثال په ډول د زلزلې مرکز د اخذي ځخه 1000km فاصله لري، چې د B قیمت 6,8 کېږي، که د زلزلې د نوسان دامنه a=10Mm ثبت شوي وي او T=1sec وي د زلزلې قدرت د ریکټر له مخې څو دی؟

$$R = \log(\frac{10}{1}) + 6{,}8$$

$$R = 7{,}8$$

د ساینس له نظره د یوې زلزلې تېزوالی او لوړوالی د یو مقدار انرژي ځخه عبارت دی، کوم چې د زلزلې په مرکز کې پیدا کېږي، د زلزلې د اندازه کولو واحد ریکټر (ریشتر) (Richter) ده.

E	E.30	E.30²	E.30³	E.30⁴	E.30⁵	E.30⁶	E.30⁷	E.30⁸	E.30⁹
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

مثال: په 1995 د مکسیکو په ښار کې د زلزلې ټکان تقریبا 8,0 درجې وه او په 2001 کال په واشنګټن ښار کې د زلزلې ټکان 6,8 درجې وه، د دې دواړو زلزلو ترمنځ د ټکان تفاوت عبارت دی له:

$$\text{د انرژي تفاوت} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{(30)^{8{,}0}}{(30)^{6{,}8}} = (30)^{8{,}0-6{,}8} = (30)^{1{,}2} \approx 59{,}2$$

نو معلومه شوه، کومه زلزله چې په مکسیکو کې شوې وه، تقریبا 59,2 ځلې زیاته وه، د هغې زلزلې له انرژي ځخه کوم چې په واشنګټن کې شوې وه.

استعمال:

د زلزلې شدت(د زلزلې د انرژۍ اندازه):

د زلزلو په واسطه په ډېره زیاته اندازه د انرژۍ منځته راتګ امکان لري، چې دغه انرژي په ژول (Joule) ښودل کېږي، چې تقریبا د کوچنۍ زلزلې په واسطه (100000000000) 100 بلیونه په اندازه انرژي تولید شوې ده، 150

کاله پخوا د بېر خلکو د انرژي شدت په مختلفو طریقو اندازه کړی دیو په (1935) م کال کې یو زلزله شناس چې (Charles Richter) نومېږي، په کیلیفورنیا کې یو لوګاریتمي معیار یا اندازه چې د (Richter Scale) په نامه یادېږي اختراع کړ، چې لاندې ذکر شوی دی.

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0} \text{ Richter Scale}$$

په فارمول کې E هغه انرژي ده، چې د زلزلې په واسطه مینځته راغلې وي او په (Joule) سره اندازه کېږي او E_0 هغه انرژي ده، چې تر ټولو کمه او لږه وي او د یوې زلزلې په واسطه پېژندل شوې دی، چې عبارت ده له ($E_0=10^{4.410}$Joule) چې د E_0 معیاري قیمت دی.

مثال: په فرانسیسکو ایالت کې یوې زلزلې تقریبا ($5.96x10^{16}$ Joule) انرژي مینځته راوړې ده، نو د (Richter Scale) یا معیار د فارمول له مخې یې اندازه پیدا کړئ، محاسبه تر دوه عدد اعشاري پورې کار وکړئ؟

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}$$

$$= \frac{2}{3}\log\frac{5.96x10^{16}}{10^{4.40}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\log(5.96x10^{11.6})$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}(\log 5.96 + \log 10^{11.6})$$

$$= \frac{2}{3}(0,775 + 11.6) = 8,25$$

$$M = 8,25$$

مثال: که یوه زلزله (1000) چنده له بلې زلزلې څخه لویه وي، نو د (Richte Scale) له مخې یې رابطه معلومه کړئ.

$M_1 = \frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$ او $M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{E_2}{E_0}$

$$E_2 = 1{,}000E_1$$

$$M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{1{,}000E_1}{E_0}$$

$$=\frac{2}{3}(\log 10^3+\log\frac{E_1}{E_0})$$

له مخې لیکو: $M_1=\frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$

$$=\frac{2}{3}(3)+\frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_2}$$

$$\Rightarrow 2+M_1$$

استعمال:

په کیمیاوي محاسبو کې مهم رول لري.

مثال: په یو محلول کې د $[OH]$ ایون غلظت 0,0004 دی، د محلول PoH لوګاریتم محاسبه کړئ.

حل:

$$[OH]^- = 0{,}0004 \Rightarrow 4.10^{-4}$$
$$PoH=-\log[OH]$$
$$\Rightarrow -\log 4.10^{-4}$$
$$\Rightarrow -(\log 4+\log 10^{-4})$$
$$\Rightarrow -(\log 4-4)$$
$$\Rightarrow -\log 4+4$$
$$\Rightarrow -0{,}7321+4$$

$-\log 4=-0{,}7321$ قیمت له جدول څخه اخیستل شوی.

پاملرنه:

دا چې مانتیس منفي دی، نو باید مثبت یې کړو.

$$\Rightarrow -0{,}7321+1+4-1$$
$$\Rightarrow 1-0{,}7321+3$$
$$\Rightarrow 0{,}2679+3$$
$$\Rightarrow 3{,}2679$$

$$\Rightarrow PoH = 3,2679$$

مثال: په یو محلول کې د $[H^+]$ ایون غلظت $3,2.10^{-4}$ دی، د محلول PH پیدا کړئ.

$$PH = -\log[H^+]$$
$$PH = -\log[3,2.10^{-4}] = -\{\log 3,2 + \log 10^{-4}\}$$
$$PH = -\{\log 3,2 - 4.\log 10\} = -\{\log 3,2 - 4\}$$
$$PH = -\log 3,2 + 4 = 4 - \log 3,2 = 4 - (0,5050) \approx 3,5$$
$$PH = 3,5$$

په عمومي ډول په ساینس او خاصتا کیمیا پوهان د معمولي لوګاریتم څخه ډېره استفاده کوي.

مثال: د لیمو جوس 2,3 PH او د شیدو 6,6 Ph دی، په دواړو کې د هایدروجن ایونونه معلوم کړئ.

د لیمو جوس:

$$PH = -\log[H^+]$$
$$2,3 = -\log[H^+]$$
$$\log[H^+] = -,3$$
$$[H^+] = (10)^{-2,3}$$
$$[H^+] \approx 5.10^{-3}$$

د شیدو جوس:

$$PH = -\log[H^+]$$
$$6,6 = -\log[H^+]$$
$$\log[H^+] = -6,6$$
$$[H^+] = (10)^{-6,6}$$
$$[H^+] \approx 10^{-7}$$

لیدل کېږي، چې د لیمو په جوس کې د هایدروجن د ایونو نسبت د شیدو د هایدروجن ایونو ته زیاته ده.

استعمال:

سرعت پرې معلومېږي.

مثال: که هوايي جهاز سرعت $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ وي، کولای شئ چې 300Km د ځمکې څخه اوچت پرواز وکړي.

د يو راکټ اعظمي سرعت عبارت دی له:

$$V = -0{,}0098t + c.\ln R$$

که داسې فرض کړو، چې يو راکټ په (25) نسبتي کتلې باندې حرکت وکړي، هوايي جهاز په حرکت شروع کوي، هر کله چې تاخيري سرعت $2{,}8\frac{Km}{Sec}$ وي، آيا په 100Sec وخت کولای شي، چې په هوا کې په (300) کيلو مترۍ کې له ځمکې اوچت پرواز وکړي؟

حل: پوهېږو چې $t = 100Sec$ ، $C = 2{,}8\frac{Km}{Sec}$ او $R = 25$ ده.

پس:

سرعت $V = -0{,}0098t + c.\ln 12$

$$V = -0{,}0098.100 + 2{,}8\ln 25$$

د حساب ماشين څخه استفاده کوو، نو ځواب:

$$V = 0{,}98 + 2{,}8(3{,}219) \approx 8{,}0\frac{Km}{Sec}$$

لاسته راغلی سرعت نسبت د $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ څخه زيات دی، پس هوايي جهاز د ځمکې څخه 300Km اوچت پرواز کوي.

استعمال:

د راکټ الوتنه يا د راکټ الوتلو تيوري:

راکټ الوتنه په عالي رياضياتو او فزيک پورې اړه لري، موږ د لوګاريتم له مخې يو فارمول لرو، چې د راکټ سرعت معلوموي.

$$(V = c\ln\frac{W_t}{W_b} = Rocket\ Equation)$$

پورته فارمول د (Rocket Equation) په نامه یادېږي.

پورته فارمول کې C د انجن پورې متعلق سرعت څرګندوي، W_t د راکټ د پورته کېدو په وخت کې وزن او اندازه ده او W_b هغه اندازه ده، چې کله یو راکټ په هوا کې هغه وزن ولري، چې د هغه تېل او نور سونګ مواد ختم وي، د ځمکې جاذبې قوه عبارت ده له $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ څخه.

مثال: که د یو راکټ د وزنونو نسبت $\frac{W_t}{W_b}$ مساوي وي له $\frac{W_t}{W_b} = 18{,}7$

او $C = 2{,}38\frac{Km}{Sec}$ وي، نو آیا دا راکټ به د $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ سرعت ته ورسېږي.

$$V = C\ln\frac{W_t}{W_b}$$

$$= 2.38\ln 18{,}7$$

$$= 6{,}97\frac{Km}{Sec}$$

استعمال:

د اواز شدت (اواز د انرژۍ اندازه)

د یو انسان غوږ کولای شي، چې اواز په ډېر شدت سره واوري، که د اواز شدت (1) ترلین (1000,000,000,000) هم وي، نو یو صحتمند غوږ کولای شي چې په اسانۍ سره یې واوري.

نو یو عدد چې ډېر لوی وي، هغه محاسبه کول ډېر مغلق او پېچلې کار دی، نو موږ کولای شو، چې د لوګاریتم څخه کار واخلو، چې قاعده یې د (1) څخه زیاته وي، لوګاریتم اکثره ددې لپاره استعمالېږي، چې ډېر ارام او هوسا معیار جوړ کړي، د (Decibel) په نامه یو اندازه یا معیار لرو، چې دا یو ښه مثال دی د اندازه ګیرۍ چې د اواز د شدت یا انرژۍ اندازه معلوموي.

کله چې د ټیلیفون مخترع (Alexancler Caraham) د غه لاندې فارمول کشف کړ، نو په (decibel) یې ونوماوه.

$D = 10\log\frac{1}{10} \Rightarrow Decibel\ \ Scale$

D عبـارت د Decibel څخـه ده، چـې د اواز شـدت لیـول معلومـوي او 1 د اواز شـدت چـې انـدازه یـې $\frac{W}{m^2}$ ده واحـد دی او I0 چـې د اواز تـر ټولـو کمـه انـدازه رشوت ښآیي او عبارت دی له:

$I_0 = 10^{-12} W/m^2$

مثـال: کـه د اواز د شـدت انـدازه $5.20x10^{-10}$ واټ پـر متـر مربـع یعنـې $\frac{W}{m^2}$ وي، نـو تاسـو د Decibel معیـاري واحـد محاسـبه او عـدد یـې پیـدا کـړئ، نـو 2 عـدد اعشاري پورې کار وکړئ.

$D = 10\log\frac{1}{10}$

$= 10\log\frac{5.2x10^{-10}}{10^{-12}}$

$= 10\log(5.2x10^{2})$

$= 10(\log 5.2 + \log 10^{2})$

$= \log 5.2 = 0{,}716$

$= 10(0{,}716 + 2)$

$= 27{,}16\ Decibels$

$D = 27{,}16$

د (Scientific Calculator) په مرسته د لوګاریتم پیدا کول

مهمه یادونه:

د حساب ماشین (Sciencific Calculator) په مرسته هم کولای شو، چې د لوګاریتم (طبیعي او اعشاري لوګاریتمونو) محاسبه په ډېره اسانه او لږ وخت کې ترسره کړو.

د حساب ماشین په مرسته د لوګاریتم د محاسبه کولو طریقه:

مثال: د $\log_{10}^{3,184}$ عدد (Scientific Calculator) په مرسته وکړئ؟

حل: لومړی به په ماشین کې 3,184 داخل کړو، وروسته به په ماشین کې د (log) په نوم تو کمه (بټنه) باندې به فشار راوړو، نو په اتوماتډول به 3,502973 عدد راشي، چې دا عدد $\log_{10}^{3,184} = 3,502973$ کمیت په لنډ ډول:

Enter	Press	Display
3,184	log	3,502973

مثال: $\ln 0,000349$ پیدا کړئ؟

Enter in Calculator	Press Botton	Display
0,00349	ln	-7,960439

مثـــال: د (3,24-)log عـــدد لوګـــاریتم (Scientific Calculator) حســـاب ماشین په مرسته پیدا کړئ؟

حـل: د حسـاب ماشـین دغـه قسـم عـددونو لوګـاریتم نـه شـي پیـدا کـولی، دا ځکه چې (3,24-) د لوګاریتمي تابع په دومین کې وجود نه لري.

مثال: $n = \frac{\log^2}{\log^{1,1}}$ د n کمیت (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

حل: طریقه په لاندې ډول عملي کوو.

لـومړی بـه د 2 عـدد پـه ماشـین کـې کېکـاږو، بیـا ورپسـې د log بټنـې تـه فشـار ورکـوو، بیـا د (÷) تقسـیم بټنـه کېکـاږو، بیـا د 1,1 عـدد لیکـو، بیـا ورپسـې د log بټنـه Click کـوو او پـه آخـر کـې د = علامـه Click کـوو، نـو دا 7,273 ځـواب بـه راکړي.

$$\ln = \frac{\log 2}{\log 1{,}1} = 7{,}273$$

$$n = 7{,}273$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
2	log	÷	1,1	=	7,273

مثـــال: د n کمیـــت $n = \frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$ د حســـاب ماشـــین (Scientific Calculator) پـــه مرسته پیدا کړئ.

حل: په لنډ ډول عمل کوو.

$$n = \frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
3	ln	÷	1,08	=	14,275

تمرین:

لاندې لوګاریتمي کمیتونه (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

1). $Ex: \log 0{,}013529 = ?$

2). $Ex: \log 0{,}1202 = ?$

3). $Ex: \log 28{,}693 = ?$

4). $Ex: \ln 21{,}69 = ?$

5). $Ex: \ln(-0{,}439) = ?$

6). $Ex: \log(-0{,}215) = ?$

7). $Ex: \log(-1{,}101) = ?$

8). $Ex: n = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}1} \quad , \quad n = ?$

9). $Ex: n = \frac{\log 3}{\log 1{,}03} \quad , \quad n = ?$

10). $Ex: n = \frac{\log 2}{\log 3} \quad , \quad m = ?$

11). $m = \frac{\ln 9}{\ln 2{,}2} \quad , \quad m = ?$

ماخذونه

۱. عمومي رياضي، پوهاند عبدالحق ايمل.
۲. رياضی عمومی، پوهنوال دکتور محمد انور غوري.
۳. رياضي لاربنود ، پوهيالی حميد الله شيرزی وردګ.
۴.رياضی عالی [۱] ، تورن فيضان الله صديقی.
۵. عمومي رياضي، استاد عبدالرشيد رشيد.
۶. عمومي رياضي، استاد شماس خان باورزی.
۷. رياضی عمومی، استاد محمد طاهر.
۸. معادلات، استاد شماس خان باورزی.
۹. عالي رياضيات، انجينر امدادالله.
۱۰. شمېر پوهنه، ډاکتر ماخان مېړی شينواری.
۱۱. رياضی برای همه، استاد محمد عظيم خاموش.
۱۲. کانکور وياړ، استاد جانداد وياړ.
۱۳. يوولسم ټولګي رياضي [نوی نصاب].
۱۴. د ۱۳۸۵ تر ۱۳۹۱ لمريز کال پورې د کانکور د فورمونو حل.
۱۵. د رياضي د تمرينونو حل، استاد شماس خان باورزی.

16. College Algebra.
Raymond A,Barmett.
Michael Ziegteg
17. Algebra XI Z.R Bhatti
M,K Chouri
18. Valemied Mathematics
K, Velsker