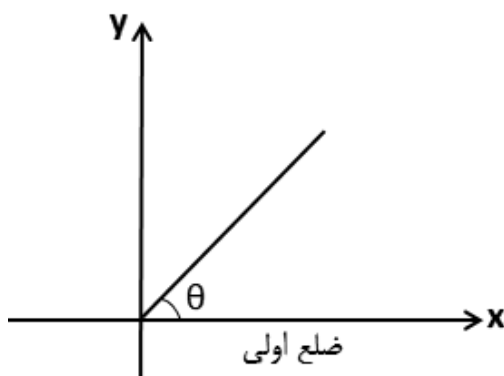


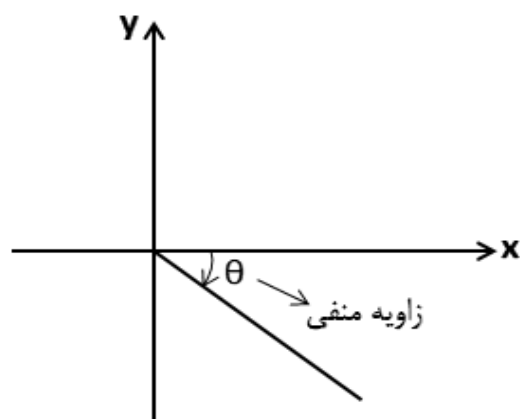
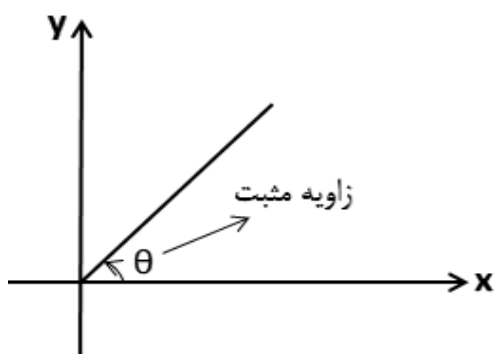
تعریف مثلثات

تعریف زاویه: زاویه عبارت از شکلی است که از اتحاد دو قطعه خط که دارای مبدأ مشترک هستند، تشکیل می‌شود. مبدأ مشترک آن عبارت از رأس زاویه و دو قطعه خط را اضلاع زاویه می‌گویند.

زاویه‌های استاندارد: زاویه‌های که یک ضلع آنها منطبق بر جهت مثبت محور x قرار داشته باشند، یک زاویه استاندارد نامیده می‌شود.



زاویه‌های مثبت و منفی: هرگاه جهت دوران ضلع دوم یک زاویه استاندارد موافق دوران عقربه ساعت باشد، آن زاویه مثبت است و هرگاه جهت دوران ضلع دوم مخالف دوران عقربه ساعت باشد، آن زاویه منفی است.



واحدها اندازه گیری زاویه: زاویه توسط درجه، گراد و رادیان اندازه گیری می شود.

درجه: هرگاه محیط یک دایره را به 360 حصه تقسیم کنیم، به هر حصه آن یک درجه می گویند و یا به عبارت دیگر به $\frac{1}{360}$ حصه یک دوران یک درجه می گویند و یا به $\frac{1}{90}$ حصه یک زاویه قائمه یک درجه می گویند.

یک دقیقه: هرگاه یک درجه را به 60 حصه مساوی تقسیم نماییم، به هر حصه آن یک دقیقه می گویند.

$$1^\circ = 60' \quad 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$$

یک ثانیه: هرگاه یک دقیقه را به 60 حصه مساوی تقسیم نماییم، به هر حصه آن یک ثانیه می گویند.

$$1' = 60'' \quad 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$$

$$1^\circ = 60' = 60 \cdot 60 = 3600''$$

تبدیل دقیقه و ثانیه به صورت اعشاری: برای تبدیل زاویه از درجه، دقیقه، ثانیه به اعشاری کافی است قسمت دقیقه را بر 60 و قسمت ثانیه را به 3600 تقسیم نماییم و حاصل آن را به قسمت درجه جمع کنیم.

مثال: زاویه $42^\circ 18' 45''$ را به صورت اعشاری بنویسید.

$$42^\circ 18' 45'' = \left(42 + \frac{18}{60} + \frac{45}{3600}\right) = (42 + 0.3 + 0.0125) = 42.3125^\circ$$

مثال: زاویه $32^\circ 10' 50''$ را به صورت اعشاری بنویسید.

$$32^\circ 10' 50'' = \left(32 + \frac{10}{60} + \frac{50}{3600}\right) = (32 + 0.16 + 0.013) = 32.173^\circ$$

تبدیل اعشار به درجه، دقیقه و ثانیه: برای تبدیل اعشاریه به درجه، دقیقه و ثانیه مراحل زیر را انجام می دهیم.

1. قسمت صحیح عدد را در قسمت درجه بدون هیچ تغییری می نویسیم.
2. قسمت اعشاری را در 60 ضرب می کنیم و قسمت صحیح حاصل را در قسمت دقیقه می نویسیم.
3. و قسمت اعشاری آن را در 60 ضرب می کنیم و در قسمت ثانیه می نویسیم.

مثال: زاویه 42.3125° را به درجه، دقیقه و ثانیه تبدیل کنید.

$$42.3125^\circ \Rightarrow 42^\circ \quad 18' \quad 45''$$

$$0.315 \cdot 60 = 18.75$$

$$0.75 \cdot 60 = 45$$

مثال: زاویه 17.3250° را به درجه، دقیقه و ثانیه تبدیل کنید.

$$17.3250^\circ \Rightarrow 17^\circ \quad 19' \quad 30''$$

$$0.3250 \cdot 60 = 19.5$$

$$0.5 \cdot 60 = 30$$

گراد: هرگاه یک دوران مکمل را به 400 حصة مساوی تقسیم نماییم، به هر حصة آن یک گراد می‌گویند.

هرگاه یک گراد را به 100 حصة تقسیم کنیم، به هر حصة آن یک دقیقه گراد می‌گویند.

$$1^g = (100)' \rightarrow 1' = \left(\frac{1}{100}\right)^g$$

هرگاه یک دقیقه گراد را به 100 حصة تقسیم کنیم، به هر حصة آن یک ثانیه گراد می‌گویند.

$$1' = (100)'' \rightarrow 1'' = \left(\frac{1}{100}\right)'$$

نکته: از گراد اکثراً در بحث زمین شناسی در نقشه ها استفاده می‌شود.

تبدیل زاویه از درجه به گراد و برعکس آن:

1. هر درجه برابر با $\frac{10}{9}$ گراد است. بنا براین هرگاه بخواهیم درجه را به گراد تبدیل کنیم، مقدار داده

شده را به $\frac{10}{9}$ ضرب می‌کنیم.

ثبوت: برای یک دوران مکمل 360 درجه برابر با 400 گراد است.

$$\frac{360^\circ}{1} = \frac{400}{x} \Rightarrow x \cdot 360^\circ = 400 \Rightarrow x = \frac{400}{360^\circ} \Rightarrow x = \frac{10}{9}$$

$$\boxed{1^\circ = \left(\frac{10}{9}\right)^g}$$

2. هر گراد برابر با $\frac{9}{10}$ درجه است. بنا براین هرگاه بخواهیم گراد را به درجه تبدیل کنیم، مقدار داده

شده را به $\frac{9}{10}$ ضرب می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{cc} 400 & 360^\circ \\ 1 & x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{400}{1} = \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow x \cdot 400 = 360^\circ \Rightarrow x = \frac{360^\circ}{400} \Rightarrow x = \left(\frac{9}{10} \right)^\circ$$

$$1^g = \left(\frac{9}{10} \right)^\circ$$

مثال: 100 گراد چند درجه است؟

$$(100)^g = \left(100 \cdot \frac{9}{10} \right)^\circ = 90^\circ$$

مثال: 180 درجه چند گراد است؟

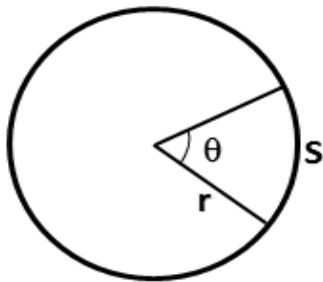
$$180^\circ = \left(180 \cdot \frac{10}{9} \right)^g = 200^g$$

مثال: 150 گراد چند درجه است؟

$$(150)^g = \left(150 \cdot \frac{9}{10} \right)^\circ = 135^\circ$$

رادیان:

تعریف: یک رادیان اندازه زاویه مرکزی مقابل قوسی از دایره است که طول آن برابر شعاع دایره است.



$$S = r \Rightarrow \theta = 1^R$$

بین زاویه مرکزی بر حسب رادیان و طول قوس مقابل آن و شعاع

دایره رابطه $\theta = \frac{S}{r}$ وجود دارد. بنابراین برای یک دوران مکمل اندازه طول قوس S برابر با محیط دایره

می‌شود. یعنی: $S = 2\pi r$

با توجه به فورمول:

$$\theta = \frac{S}{r} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi r}{r} \Rightarrow \boxed{\theta = 2\pi}$$

هر دوران مکمل برابر با 2π رادیان است.

تبدیل درجه به رادیان و برعکس آن:

(1) هر رادیان برابر با $\frac{180}{\pi}$ درجه است. بنابراین برای تبدیل رادیان به درجه، قیمت داده شده را در عدد

$$\frac{180}{\pi} \text{ ضرب می کنیم.}$$

$$\left. \begin{array}{cc} 2\pi^R & 360^\circ \\ 1 & x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2\pi^R}{1} = \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow x \cdot 2\pi = 360^\circ \Rightarrow x = \frac{360^\circ}{2\pi} \Rightarrow x = \frac{180}{\pi}$$

$$\boxed{1^R = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ}$$

(2) هر درجه برابر با $\frac{\pi}{180}$ رادیان است. بنابراین برای تبدیل درجه به رادیان، قیمت داده شده را در عدد

$$\frac{\pi}{180} \text{ ضرب می کنیم.}$$

$$\left. \begin{array}{cc} 360^\circ & 2\pi^R \\ 1 & x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{360^\circ}{1} = \frac{2\pi}{x} \Rightarrow x \cdot 360 = 2\pi \Rightarrow x = \frac{2\pi}{360} \Rightarrow x = \frac{\pi}{180}$$

$$\boxed{1^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \right)^R}$$

مثال: 180 درجه چند رادیان است؟

$$180^\circ = \left(180 \cdot \frac{\pi}{180} \right)^R = \pi^R$$

مثال: 150 درجه چند رادیان است؟

$$150^\circ = \left(150 \cdot \frac{\pi}{180} \right)^R = \left(5\pi/6 \right)^R$$

مثال: $\frac{\pi}{3}$ رادیان چند درجه است؟

$$\left(\frac{\pi}{3} \right)^R = \left(\frac{\pi}{3} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 60^\circ$$

مثال: $\frac{5\pi}{2}$ رادیان چند درجه است؟

$$\left(\frac{5\pi}{2} \right)^R = \left(\frac{5\pi}{2} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 450^\circ$$

رابطه عمومی بین واحداث زاویه:

اگر زاویه بر حسب درجه را به D و زاویه بر حسب گراد را با G و زاویه بر حسب رادیان را با R نشان دهیم، رابطه عمومی بین آنها به صورت زیر است.

$$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi} = \frac{G}{400} \Rightarrow \boxed{\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} = \frac{G}{200}}$$

مثال: 120 درجه برابر با چند گراد است؟

$$\left. \begin{array}{l} D = 120 \\ G = ? \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{G}{200} \Rightarrow \frac{120}{180} = \frac{G}{200} \Rightarrow 180G = 120 \cdot 200 \Rightarrow G = \frac{120 \cdot 200}{180} = 133.3$$

مثال: 600 گراد چند رادیان است؟

$$\left. \begin{array}{l} G = 600 \\ R = ? \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{600}{200} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = 3\pi$$

مثال: 900 درجه چند رادیان است؟

$$\left. \begin{array}{l} D = 900 \\ R = ? \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{900}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow 900\pi = R \cdot 180 \Rightarrow R = \frac{900\pi}{180} = 5\pi$$

مثال: اگر قوس مقابل یک زاویه مرکزی 50cm و شعاع دایره 25cm باشد، زاویه مرکزی چند رادیان است؟

$$\left. \begin{array}{l} S = 50cm \\ r = 25cm \\ \theta = ? \end{array} \right\} \Rightarrow \theta = \frac{S}{r} = \frac{50}{25} = 2^R$$

مثال: اندازه زاویه مرکزی $\frac{3\pi}{5}$ رادیان است. هرگاه شعاع دایره 10cm باشد، طول قوس مقابل آن چند cm است؟

$$\left. \begin{array}{l} \theta = \frac{3\pi}{5} \\ r = 10cm \\ S = ? \end{array} \right\} \Rightarrow \theta = \frac{S}{r} \Rightarrow S = \theta \cdot r = \frac{3\pi}{5} \cdot 10 = 6\pi cm$$

مثال: دو چرخ بزرگ و کوچک هر کدام به شعاع های 40cm و 10cm روی محیط یکدیگر در حال حرکت هستند. هرگاه چرخ بزرگ $\frac{3\pi}{4}$ رادیان را طی کند، چرخ کوچک چند رادیان زاویه را طی می کند؟
جواب: هرگاه دو چرخ روی محیط های یکدیگر حرکت کنند، در حین چرخش طول قوس های مساوی را طی می کنند.

$$\left. \begin{array}{l} r_1 = 40cm \\ r_2 = 10cm \\ \theta_1 = \frac{3\pi}{4} \\ \theta_2 = ? \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_1 = S_2 \Rightarrow \theta_1 \cdot r_1 = \theta_2 \cdot r_2 \\ \frac{3\pi}{4} \cdot 40 = \theta_2 \cdot 10 \Rightarrow 30\pi = 10\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 3\pi^R \end{array}$$

دریافت زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار یک ساعت:

برای دریافت زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار در صورتیکه زمان (h:m) باشد از فرمول $\theta = |30h - 5.5m|$ استفاده می کنیم. h ساعت و m دقیقه را نشان می دهد.
مثال: ساعت 3:40 است. زاویه بین عقربه ساعت شمار و دقیقه شمار را دریافت کنید.

$$\left. \begin{array}{l} h = 3 \\ m = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta = |30h - 5.5m| = |30 \cdot 3 - 5.5 \cdot 40| = |90 - 220| = 130^\circ$$

مثال: ساعت 4:50 است. زاویه بین عقربه ساعت شمار و دقیقه شمار را دریافت کنید.

$$\left. \begin{array}{l} h = 4 \\ m = 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta = |30h - 5.5m| = |30 \cdot 4 - 5.5 \cdot 50| = |120 - 275| = 155^\circ$$

نکات:

- (3) عقربه ثانیه شمار یک ساعت در هر 60 ثانیه 2π رادیان یا 360 درجه را طی می کند.
- (4) عقربه دقیقه شمار یک ساعت در 60 دقیقه 2π رادیان یا 360 درجه را طی می کند.
- (5) عقربه ساعت شمار یک ساعت در 12 ساعت 2π رادیان یا 360 درجه را طی می کند.

مثال: در مدت 45 ثانیه عقربه ثانیه شمار چند رادیان زاویه مرکزی را طی می کند؟

$$\left. \begin{array}{l} 60 \\ 45 \end{array} \right\} \frac{2\pi}{x} \Rightarrow \frac{60}{45} = \frac{2\pi}{x} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{2\pi}{x} \Rightarrow 4x = 6\pi \Rightarrow x = \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

مثال: در مدت 40 دقیقه عقربه شمار یک ساعت چند درجه زاویه مرکزی را طی می کند؟

$$\left. \begin{array}{l} 60 \\ 40 \end{array} \right\} \frac{360}{x} \Rightarrow \frac{60}{40} = \frac{360}{x} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{360}{x} \Rightarrow 3x = 2 \cdot 360 \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 360}{3} = 240$$

مثال: در مدت یک ساعت عقربه ساعت شمار یک ساعت چند درجه زاویه مرکزی را طی می کند؟

$$\left. \begin{array}{l} 12 \\ 1 \end{array} \right\} \frac{360}{x} \Rightarrow \frac{12}{1} = \frac{360}{x} \Rightarrow 12x = 360 \Rightarrow x = \frac{360}{12} = 30$$

زاویه های کوترمینل:

تمامی زاویه های که در حالت معیاری (استندرد) ضلع دوم آنها بر هم منطبق باشد، به نام زاویه های کوترمینل یاد می شوند.

1) هر زاویه دارای بینهایت زاویه کوترمینل است. برای دریافت زاویه های کوترمینل آن کافی است زاویه مذکور را با مضرب تامی از 360 جمع نماییم.

اگر θ یک زاویه باشد، کوترمینل های آن تمام زاویه های $2k\pi + \theta$ است.

2) دو زاویه زمانی کوترمینل هستند که اختلاف آن دو زاویه مضربی از یک دوران مکمل یا مضرب تامی از 360 باشد.

$$\beta = 2k\pi + \theta \rightarrow \beta - \theta = 2k\pi \rightarrow \beta - \theta = k \cdot 360^\circ$$

3) هرگاه بخواهیم کوچکترین زاویه مثبت کوترمینل زاویه θ را دریافت کنیم، کافی است زاویه θ را بر 360 تقسیم کنیم زاویه θ با باقیمانده این تقسیم کوترمینل است.

4) هرگاه زاویه ها مختلف علامه باشند، زمانی کوترمینل هستند که قیمت مطلقه مجموع باقیمانده های تقسیم آنها بر 360 مساوی با عدد 360 گردد.

مثال 1: 4 زاویه کوترمینل زاویه 40 درجه را دریافت کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \beta = k \cdot 360^\circ + \theta \\ \beta = k \cdot 360^\circ + 40 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} k=1 \rightarrow \beta_1 = 360 + 40 = 400 \\ k=2 \rightarrow \beta_2 = 2 \cdot 360 + 40 = 760 \\ k=3 \rightarrow \beta_3 = 3 \cdot 360 + 40 = 1120 \\ k=4 \rightarrow \beta_4 = 4 \cdot 360 + 40 = 1480 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 750 \overline{) 360} \\ \underline{720} \\ 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \overline{) 360} \\ \underline{1080} \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \overline{) 360} \\ \underline{360} \\ 120 \end{array}$$

کوچکترین زاویه کوترمینل 750
زاویه 30 درجه است

کوچکترین زاویه کوترمینل 1100
زاویه 20 درجه است

کوچکترین زاویه کوترمینل 480
زاویه 120 درجه است

مثال 3: کدام یک از جوهره زاویه‌های داده شده با هم کوترمینل هستند؟

$$1) \begin{cases} \alpha = 50 \\ \beta = 410 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \alpha = 800 \\ \beta = 80 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \alpha = -680 \\ \beta = 40 \end{cases}$$

جواب:

1) دو زاویه $\alpha = 50$ و $\beta = 410$ با هم کوترمینل هستند چون اختلاف این دو زاویه مضربی تامی از 360 است.

$$\alpha - \beta = 410 - 50 = 360$$

2) دو زاویه $\alpha = 800$ و $\beta = 80$ نیز با هم کوترمینل هستند چون اختلاف این دو زاویه مضربی تامی از 360 است.

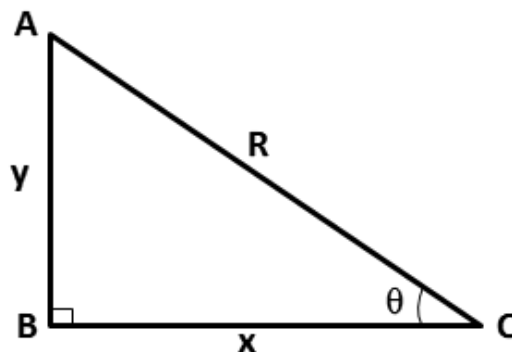
$$\beta - \alpha = 800 - 80 = 720 = 2 \cdot 360$$

3) دو زاویه $\alpha = -680$ و $\beta = 40$ نیز با هم کوترمینل هستند چون اختلاف این دو زاویه مضربی تامی از 360 است.

$$\alpha - \beta = -680 - 40 = -720 = -2 \cdot 360$$

نسبت‌های مثلثاتی

نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه حاده در مثلث قائم الزاویه به صورت زیر تعریف می‌شود.



$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \rightarrow \sin \theta = \frac{y}{R} \quad (1)$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} \rightarrow \cos \theta = \frac{x}{R} \quad (2)$$

$$\tan \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \rightarrow \tan \theta = \frac{y}{x} \quad (3)$$

$$\cot \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} \rightarrow \cot \theta = \frac{x}{y} \quad (4)$$

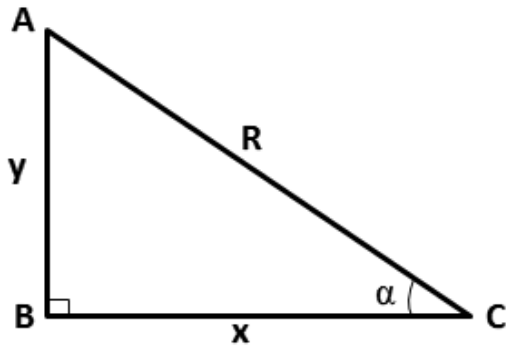
$$\sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{ضلع مجاور}} \rightarrow \sec \theta = \frac{R}{x} \quad (5)$$

$$\csc \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{ضلع مقابل}} \rightarrow \csc \theta = \frac{R}{y} \quad (6)$$

روابط اساسی بین نسبت های مثلثاتی:

1) برای هر زاویه α رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ برقرار است.

ثبوت: طبق قضیه فیثاغورث:



$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{y}{R}\right)^2 + \left(\frac{x}{R}\right)^2$$

$$= \frac{y^2}{R^2} + \frac{x^2}{R^2} = \frac{y^2 + x^2}{R^2} = \frac{R^2}{R^2} = 1$$

$$\boxed{\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}} \quad (2)$$

ثبوت:

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\frac{y}{R}} = \frac{R}{y} = \csc \theta$$

$$\boxed{\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}} \quad (3)$$

ثبوت:

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\frac{x}{R}} = \frac{R}{x} = \sec \theta$$

$$\boxed{\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} \quad (4)$$

ثبوت:

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{y}{R}}{\frac{x}{R}} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

$$\boxed{\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} \quad (5)$$

ثبوت:

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{x}{R}}{\frac{y}{R}} = \frac{x}{y} = \cot \theta$$

$$\boxed{\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta} \quad (6)$$

ثبوت:

$$1 + \tan^2 \theta = 1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} = \sec^2 \theta$$

$$\boxed{\csc^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta} \quad (7)$$

ثبوت:

$$1 + \cot^2 \theta = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta} = \csc^2 \theta$$

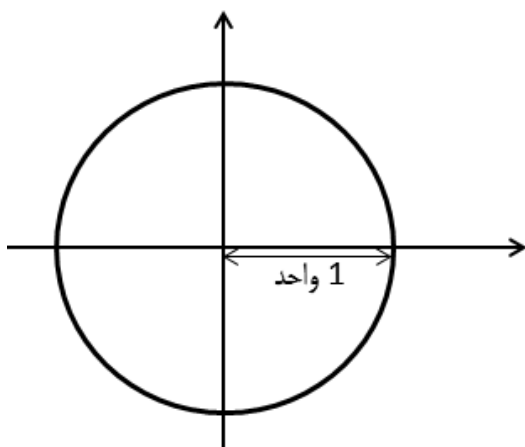
نکته: هفت رابطه فوق را به عنوان مطابقت های اساسی مثلثات نیز یاد می کنند.

تعیین اشاره نسبت های مثلثاتی در چهار ربع دایره مثلثاتی:

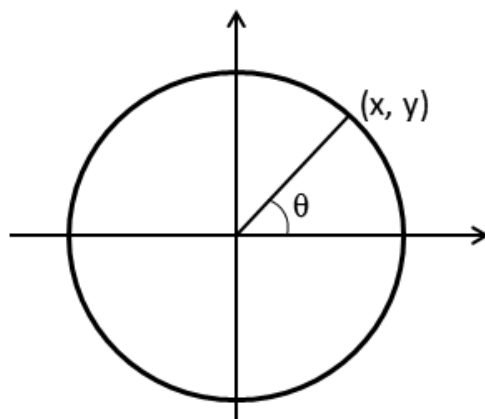
تعریف دایره مثلثاتی: دایره مثلثاتی عبارت از دایره ای

است که طول شعاع آن برابر با یک واحد و مرکز آن مبدأ

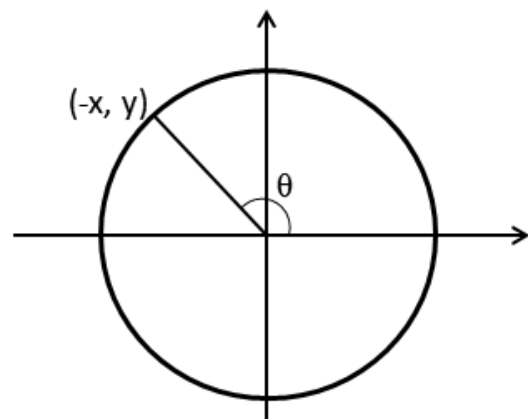
کمیات وضعیه باشد.



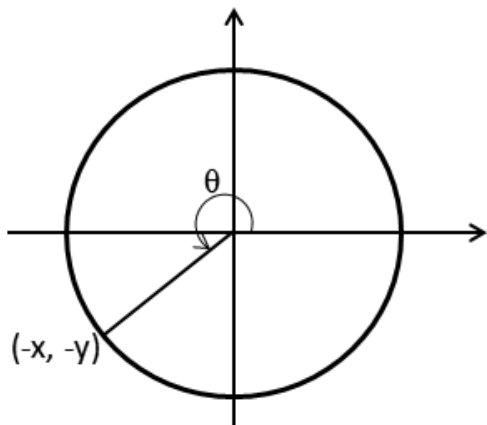
اشاره نسبت های مثلثاتی زاویه θ در حالت استاندارد با توجه به موقعیت ضلع دوم زاویه استاندارد تعیین میشود.



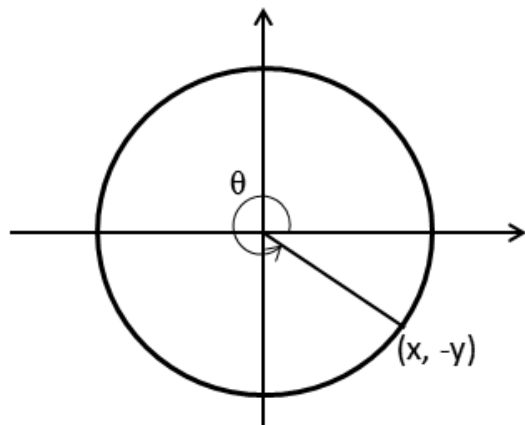
موقعیت ضلع دوم زاویه در ربع اول قرار دارد، همه نسبت های مثلثاتی مثبت است.



ضلع دوم زاویه در ربع دوم قرار دارد، نسبت های مثلثاتی $\sin \theta$ و $\csc \theta$ مثبت و بقیه نسبت های مثلثاتی منفی است.



ضلع دوم زاویه در ربع سوم قرار دارد، نسبت های مثلثاتی $\tan\theta$ و $\cot\theta$ مثبت است و بقیه نسبت های مثلثاتی منفی است.

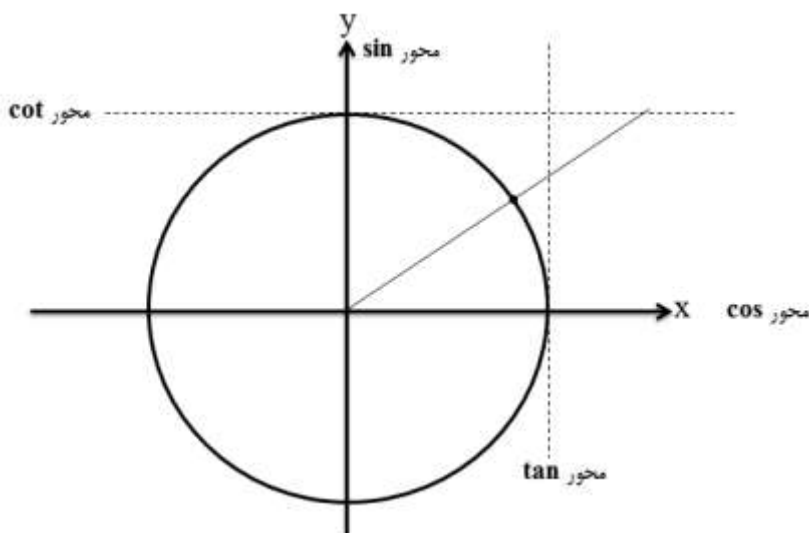


ضلع دوم زاویه در ربع چهارم قرار دارد، نسبت های مثلثاتی $\cos\theta$ و $\sec\theta$ مثبت و بقیه نسبت های مثلثاتی منفی

نسبت های مثلثاتی						ربع
$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$	$\tan\theta$	$\cos\theta$	$\sin\theta$	اول
+	+	+	+	+	+	دوم
+	-	-	-	-	+	سوم
-	-	+	+	-	-	چهارم
-	+	-	-	+	-	

محور های نسبت های مثلثاتی:

بنابر قرارداد محور x را محور $\cos$ و محور y را محور $\sin$ می نامیم. محوری را که با محور y موازی و بر دایره مثلثاتی مماس است، محور $\tan$ می گویند.



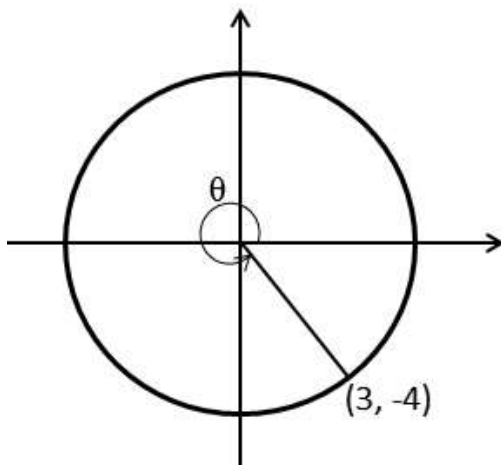
مثال 1: علامه های نسبت های مثلثاتی هر یک از زوایای زیر را تعیین کنید.

- 1) $\sin 120^\circ$ 2) $\tan 170^\circ$ 3) $\cos 330^\circ$ 4) $\sec 200^\circ$

- (1) ضلع دوم زاویه 120 در ربع دوم قرار دارد، بنابراین $\sin 120$ دارای اشاره مثبت است.
 (2) ضلع دوم زاویه 170 در ربع دوم قرار دارد، بنابراین $\tan 170$ دارای اشاره منفی است.
 (3) ضلع دوم زاویه 330 در ربع چهارم قرار دارد، بنابراین $\cos 330$ دارای اشاره مثبت است.
 (4) ضلع دوم زاویه 200 در ربع سوم قرار دارد، بنابراین $\sec 200$ دارای اشاره منفی است.

مثال 2: اگر θ در حالت معیاری ضلع دوم آن از نقطه $(3, -4)$ عبور نماید، تمام نسبت های مثلثاتی این زاویه را تعیین کنید.

ضلع دوم زاویه θ در ربع چهارم قرار دارد.



$$x = 3, \quad y = -4$$

$$R^2 = x^2 + y^2 = 9 + 16 \Rightarrow R = 5$$

$$\sin \theta = \frac{y}{R} = \frac{-4}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{R} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-4}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{3}{-4}$$

$$\sec \theta = \frac{R}{x} = \frac{5}{3}$$

$$\csc \theta = \frac{R}{y} = \frac{5}{-4}$$

مثال 3: اگر $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ و θ در ربع سوم واقع باشد، سایر نسبت های مثلثاتی آن را دریافت کنید.

$$y = -3, \quad R = 5$$

$$x^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow x^2 = R^2 - y^2 = 5^2 - (-3)^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4 \rightarrow x = -4$$

چون ضلع دوم در ناحیه سوم قرار دارد، مقدار x منفی می‌شود و قیمت $x=-4$ را در نظر می‌گیریم.

$$\sin \theta = -\frac{3}{5} \rightarrow \begin{cases} \cos \theta = \frac{x}{R} = \frac{-4}{5} \\ \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \\ \cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \\ \sec \theta = \frac{R}{x} = \frac{5}{-4} \\ \csc \theta = \frac{R}{y} = \frac{5}{-3} \end{cases}$$

مثال 4: هرگاه $R=10$ و $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و θ در ربع اول واقع باشد، سایر نسبت های مثلثاتی را دریافت کنید.

حل: $\sin \theta = \frac{y}{R} = \frac{3}{5}$ از ظاهر مسأله میتوان گفت که $y=3$ و $R=5$ است. اما چون مسأله $R=10$ داده

است، صورت و مخرج $\sin \theta$ را در عدد 2 ضرب می‌کنیم و کسر معادله آن را به دست می‌آوریم.

$$\sin \theta = \frac{y}{R} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} \rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ R = 10 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow x^2 = 10^2 - 6^2 \rightarrow x^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow x = 8$$

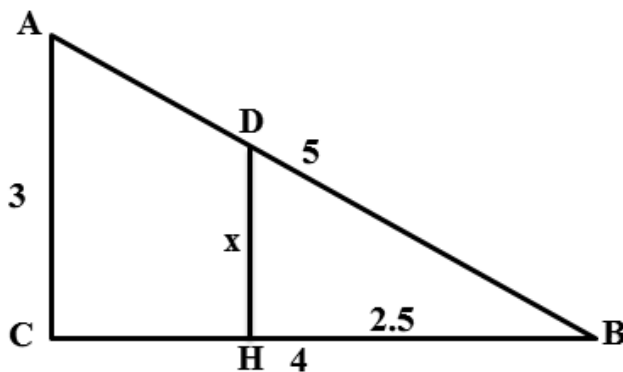
$$\cos \theta = \frac{x}{R} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

مثال 5: هرگاه $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ و θ در ربع دوم واقع باشد، سایر نسبت های مثلثاتی θ را دریافت کنید.

$$\tan \theta = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -3, \quad y = 4 \Rightarrow R^2 = (-3)^2 + (4)^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow R = 5$$

$$\sin \theta = \frac{y}{R} = \frac{4}{5} \quad \cos \theta = \frac{x}{R} = \frac{-3}{5} \quad \cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-3}{4}$$

مثال 6: هرگاه $\sin \theta > 0$ و $\tan \theta < 0$ باشد، ضلع دوم زاویه θ در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار دارد؟
 حل: زاویه θ در ربع دوم قرار دارد چون مقدار $\sin \theta$ در ربع دوم مثبت و $\tan \theta$ در ربع دوم منفی است.
 مثال 7: در شکل مقابل اندازه زاویه $\sin A$ ، $\sin B$ و x را دریافت کنید.



حل: با توجه به تعریف $\sin$:

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\tan B = \frac{AC}{CB} = \frac{3}{4}$$

در مثلث DBH:

$$\tan B = \frac{DH}{HB} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{2.5} \rightarrow 4x = 3 \cdot 2.5 \rightarrow x = \frac{7.5}{4} = 1.8$$

مثال 8: هرگاه $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و ضلع دوم آن در ناحیه دوم قرار داشته باشد، $\tan \alpha$ را دریافت کنید.

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ R = 5 \end{cases} \quad x^2 + y^2 = R^2 \rightarrow x^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow x = -4$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = -\frac{3}{4}$$

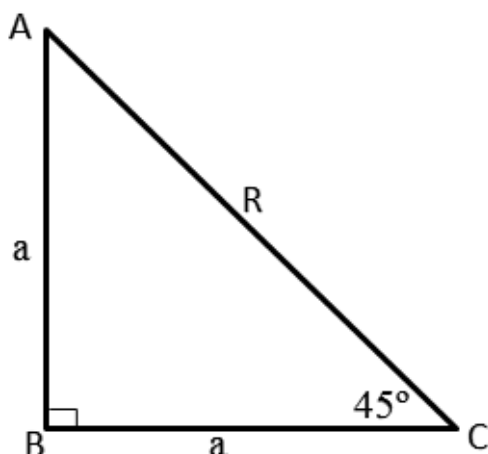
دریافت نسبت های مثلثاتی چند زاویه خاص:

دریافت نسبت های مثلثاتی زاویه 45 درجه:

برای دریافت نسبت های مثلثاتی زاویه 45 درجه از یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین استفاده می کنیم.

طبق قضیه فیثاغورث:

$$R^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \rightarrow R = \sqrt{2}a$$



$$\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{a} = 1$$

$$\cot 45^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{a} = 1$$

$$\sec 45^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2}$$

$$\csc 45^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2}$$

دریافت نسبت های مثلثاتی زوایای 30 درجه و 60 درجه:

برای دریافت نسبت های مثلثاتی زوایای 30 درجه و 60 درجه از مثلث متساوی الاضلاع استفاده می کنیم.

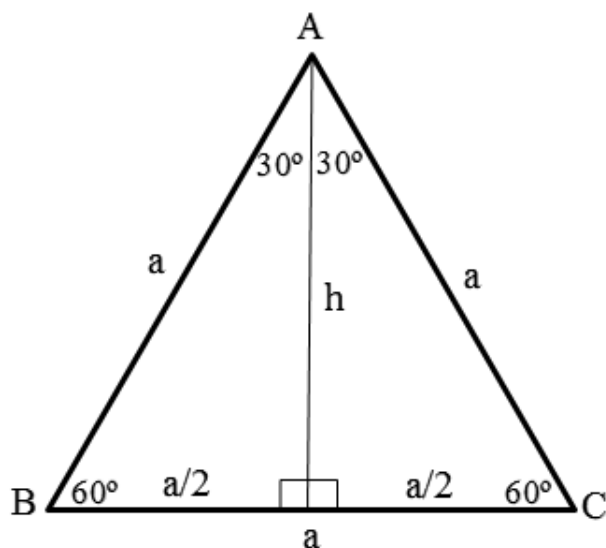
نوت: ارتفاع، میانه و ناصف الزاویه مثلث متساوی

الاضلاع بر هم منطبق است.

طبق قضیه فیثاغورث:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$



نسبت های مثلثاتی زاویه 60 درجه:

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{a} = \frac{\sqrt{3}a/2}{a} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{a/2}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{a/2} = \frac{\sqrt{3}a/2}{a/2} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\cot 60^\circ = \frac{a/2}{h} = \frac{a/2}{\sqrt{3}a/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

نسبت های مثلثاتی زاویه 30 درجه:

$$\sin 30^\circ = \frac{a/2}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{h}{a} = \frac{\sqrt{3}a/2}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{a/2}{h} = \frac{a/2}{\sqrt{3}a/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

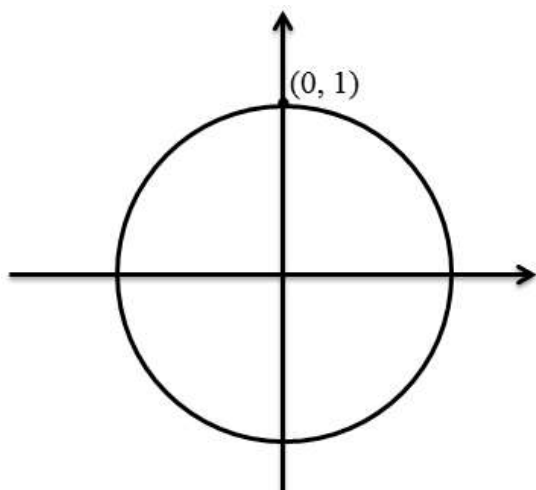
$$\cot 30^\circ = \frac{h}{a/2} = \frac{\sqrt{3}a/2}{a/2} = \sqrt{3}$$

دریافت نسبت های مثلثاتی زوایای سرحدی:

زاویه های که ضلع دوم آنها در سرحد جدایی بین دو ربع دایره مثلثاتی قرار گرفته اند، زاویه های سرحدی نامیده می شوند. این زاویه ها 0، 90، 180، 270 و 360 درجه است.

دریافت نسبت های مثلثاتی زاویه 90 درجه $(\pi/2)$:

برای دریافت نسبت های مثلثاتی این زاویه از دایره مثلثاتی استفاده می کنیم. ضلع دوم این زاویه منطبق بر جهت مثبت محور y است و نقطه $P(0,1)$ روی دایره مثلثاتی بالای ضلع دوم زاویه 90 درجه واقع می شود.



$$x=0 \quad y=1 \quad R=1$$

$$\sin 90^\circ = \frac{y}{R} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\cos 90^\circ = \frac{x}{R} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\tan 90^\circ = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = \infty$$

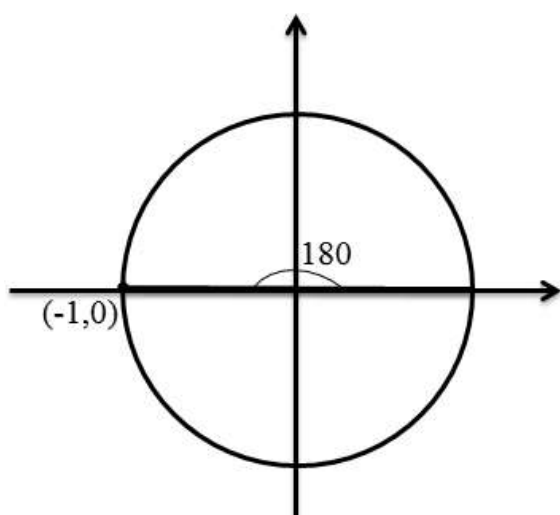
$$\cot 90^\circ = \frac{x}{y} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\sec 90^\circ = \frac{R}{x} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\csc 90^\circ = \frac{R}{y} = \frac{1}{1} = 1$$

دریافت نسبت های مثلثاتی زاویه 180 درجه (π):

در حالت معیاری ضلع دوم زاویه 180 درجه بر جهت منفی محور x منطبق است و نقطه $P(-1,0)$ بالای ضلع دوم این زاویه واقع می شود.



$$x=-1 \quad y=0 \quad R=1$$

$$\sin 180^\circ = \frac{y}{R} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\cos 180^\circ = \frac{x}{R} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\tan 180^\circ = \frac{y}{x} = \frac{0}{-1} = 0$$

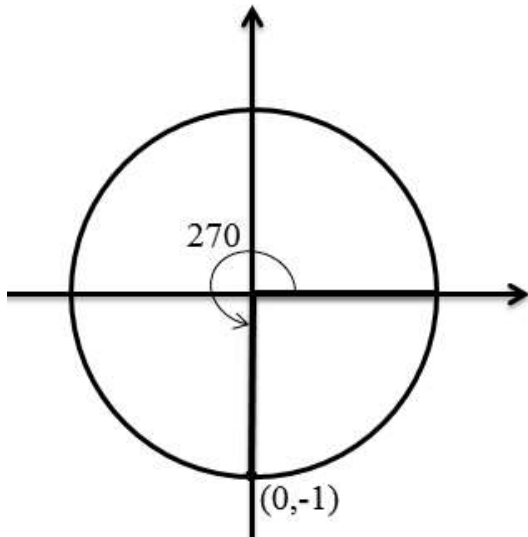
$$\cot 180^\circ = \frac{x}{y} = \frac{-1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

$$\sec 180^\circ = \frac{R}{x} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\csc 180^\circ = \frac{R}{y} = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

دریافت نسبت های مثلثاتی زاویه 270 درجه:

در حالت معیاری ضلع دوم زاویه 270 درجه بر جهت منفی محور y منطبق است و نقطه $P(0,-1)$ بالای ضلع دوم این زاویه واقع می شود.



$$x = 0 \quad y = -1 \quad R = 1$$

$$\sin 270^\circ = \frac{y}{R} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\cos 270^\circ = \frac{x}{R} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\tan 270^\circ = \frac{y}{x} = \frac{-1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

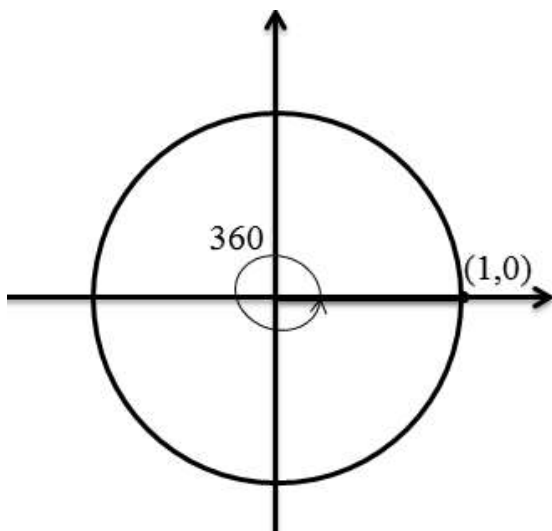
$$\cot 270^\circ = \frac{x}{y} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$\sec 270^\circ = \frac{R}{x} = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

$$\csc 270^\circ = \frac{R}{y} = \frac{1}{-1} = -1$$

دریافت نسبت های مثلثاتی زاویه صفر و 360 درجه:

دو زاویه 0 و 360 درجه کوترمینل اند و ضلع دوم آنها بر هم منطبق بوده و تمام نسبت های مثلثاتی آنها با هم مساوی است. ضلع دوم زاویه 360 درجه در حالت استاندارد منطبق بر جهت مثبت محور x است و نقطه $P(1,0)$ روی ضلع دوم این زاویه قرار دارد.



$$x = 1 \quad y = 0 \quad R = 1$$

$$\sin 360^\circ = \frac{y}{R} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\cos 360^\circ = \frac{x}{R} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\tan 360^\circ = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\cot 360^\circ = \frac{x}{y} = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

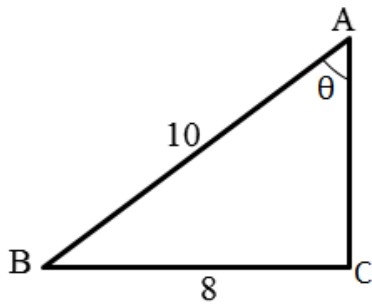
$$\sec 360^\circ = \frac{R}{x} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\csc 360^\circ = \frac{R}{y} = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

جدول نسبت های مثلثاتی زاویه های خاص							
زاویه θ بر حسب درجه	زاویه θ بر حسب رادیان	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$
0	0	0	1	0	تعریف نشده	1	تعریف نشده
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$	1	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده	1
180	π	0	-1	0	تعریف نشده	-1	تعریف نشده
270	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده	-1

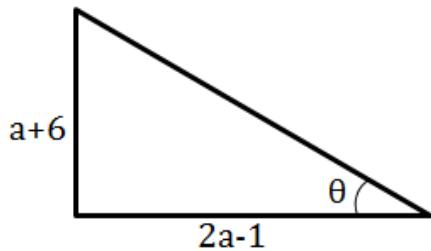
سوالات

(1) در شکل مقابل $\tan \theta$ کدام است؟



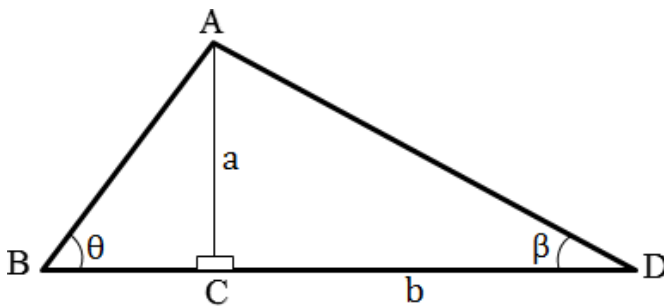
- (1) $\frac{3}{4}$
 (2) $\frac{3}{5}$
 (3) $\frac{4}{5}$
 (4) $\frac{4}{3}$ ♦

(2) در شکل مقابل $\tan \theta = \frac{2}{3}$ است. مقدار a کدام است؟



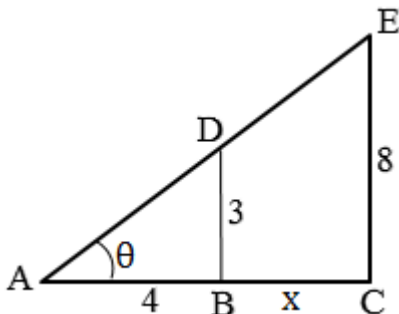
- (1) $a = 10$
 (2) $a = 20$ ♦
 (3) $a = 15$
 (4) $a = 5$

(3) در شکل مقابل $\tan \theta = \frac{1}{3}$, $\tan \beta = \frac{3}{4}$ است. مقدار a و b کدام است؟



- (1) ♦ $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{8}{9}$
 (2) $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{5}{9}$
 (3) $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{9}{5}$
 (4) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{8}$

(4) در شکل مقابل اندازه x کدام است؟



- (1) $\frac{3}{20}$
 (2) $\frac{4}{9}$
 (3) ♦ $\frac{20}{3}$
 (4) $\frac{18}{7}$

(5) حاصل عبارت $2 \tan 45 + 9 \tan 60$ کدام است؟

- (1) $9\sqrt{3}$
 (2) $3\sqrt{3}$
 (3) $1 + 3\sqrt{3}$
 (4) ♦ $2 + 9\sqrt{3}$

(6) اگر $B = \frac{1}{1 + \tan^2 30}$ باشد، مقدار B کدام است؟

- (1) $\frac{2}{3}$ (2♦) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{3}$ (4) $\frac{3}{2}$

(7) حاصل عبارت $\frac{1 + \cos^2 30 + \sin^2 30}{2 + \tan 45}$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2♦) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) $\frac{5}{3}$

(8) حاصل عبارت $\sin 60 \cdot \cos 30 + \sin 30 \cdot \cos 60$ کدام است؟

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $\sqrt{3}$

(9) حاصل عبارت $\frac{-2(\tan 45 - \sin^2 60)}{1 - \cot^2 30}$ کدام است؟

- (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4♦) $\frac{1}{4}$

(10) حاصل عبارت $(\sin \theta - \cos \theta)^2$ کدام است؟

- (1) $1 + 2 \cos \theta \sin \theta$ (2♦) $1 - 2 \sin \theta \cos \theta$ (3) $1 + \sin \theta$ (4) $1 + \sin \theta \cos \theta$

(11) حاصل عبارت $(\tan \theta \cdot \cos \theta)^2 + \cos^2 \theta$ کدام است؟

- (1) $\sin \theta$ (2) $\cos \theta$ (3) $\sin^2 \theta$ (4♦) 1

(12) حاصل عبارت $\cos^2 \theta (2 + \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- (1♦) $2 - \sin^2 \theta$ (2) $2 + \sin^2 \theta$ (3) $1 + \tan^2 \theta$ (4) $1 + \cos^2 \theta$

(13) حاصل عبارت $(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- (1) $\sin \theta$ (2) $\tan \theta$ (3♦) 1 (4) 2

(14) حاصل عبارت $(\tan \theta + \cot \theta)^2$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{\tan^2 \theta}$ (2) $\frac{1}{\cot^2 \theta}$ (3♦) $\frac{(\tan^2 \theta + 1)^2}{\tan^2 \theta}$ (4) $\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$

(15) هرگاه $\theta = 60$ و $\cos \theta = \frac{2m-1}{m+1}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (1) $m = -1$ (2♦) $m = 1$ (3) $m = 2$ (4) $m = -2$

(16) حاصل عبارت $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$ کدام است؟

$$2 \csc \theta \quad (4 \spadesuit) \quad 2 \sec \theta \quad (3) \quad \csc \theta \quad (2) \quad \sec \theta \quad (1)$$

(17) اگر $\tan \theta = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{3 \sin \theta + 2 \cos \theta}{5 \sin \theta - 4 \cos \theta}$ کدام است؟

$$\frac{5}{6} \quad (4) \quad -\frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{4}{3} \quad (2 \spadesuit) \quad \frac{3}{4} \quad (1)$$

(18) حاصل عبارت $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta$ کدام است؟

$$\sin^2 \theta - 1 \quad (4) \quad 2 \sin^2 \theta - 1 \quad (3 \spadesuit) \quad 1 - 2 \cos^2 \theta \quad (2) \quad \sin^2 \theta \quad (1)$$

(19) حاصل عبارت $\tan^2 45 - \cos^2 45$ کدام است؟

$$\cot 30 \quad (4) \quad \tan 30 \quad (3) \quad \cos 30 \quad (2) \quad \sin 30 \quad (1 \spadesuit)$$

(20) هرگاه $\tan \theta = \frac{x+1}{x}$ و $\cos \theta = \frac{2x}{x^2-1}$ باشد، مقدار x کدام است؟

$$x = 3 \quad (4 \spadesuit) \quad x = 5 \quad (3) \quad x = 4 \quad (2) \quad x = 1 \quad (1)$$

(21) در مدت 48 دقیقه عقربه ساعت شمار چند رادیان زاویه را طی می کند؟

$$\frac{2\pi}{15} \quad (4 \spadesuit) \quad \frac{7\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{\pi}{5} \quad (2) \quad \frac{2\pi}{12} \quad (1)$$

(22) در مدت 40 ثانیه عقربه ثانیه گرد چند درجه زاویه را طی می کند؟

$$225 \quad (4) \quad 180 \quad (3) \quad 300 \quad (2) \quad 240 \quad (1 \spadesuit)$$

(23) ساعت 3:36 است. زاویه بین عقربه دقیقه شمار و ساعت شمار چند درجه است؟

$$110 \quad (4) \quad 150 \quad (3) \quad 120 \quad (2) \quad 108 \quad (1 \spadesuit)$$

(24) یک چرخ در هر ساعت 3000 دور می زند، در مدت یک ثانیه چند رادیان زاویه را طی می کند؟

$$\frac{5\pi}{3} \quad (4 \spadesuit) \quad \frac{7\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{3\pi}{2} \quad (2) \quad \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

(25) زاویه 150 درجه چند ادیان است؟

$$\frac{5\pi}{2} \quad (4) \quad \frac{7\pi}{3} \quad (3) \quad \frac{5\pi}{6} \quad (2 \spadesuit) \quad \frac{3\pi}{4} \quad (1)$$

(26) حاصل عبارت $\left(\frac{1}{\sin 30}\right)^4 - (\cot 30)^4 - (\cot 30)^2$ کدام است؟

$$2 \sin^2 30 \quad (4) \quad \frac{1}{\sin^2 30} \quad (3 \spadesuit) \quad \sin^2 30 \quad (2) \quad \frac{1}{\sin 30} \quad (1)$$

(27) در ساعت 3:40 زاویه بین عقربه ساعت گرد و دقیقه گرد چند درجه است؟

$$30 \quad (4) \quad -130 \quad (3) \quad 130 \quad (2 \spadesuit) \quad -30 \quad (1)$$

(28) هرگاه طول ثانیه گرد یک ساعت 5cm باشد، در مدت 30 ثانیه چند سانتی متر طول قوس را طی می کند؟

$$12\pi\text{cm} \text{ (4)} \quad 8\pi\text{cm} \text{ (3)} \quad 10\pi\text{cm} \text{ (2)} \quad 5\pi\text{cm} \text{ (1}\blacklozenge\text{)}$$

29) اگر قوس مقابل یک زاویه مرکزی 50cm و شعاع آن 25cm باشد، زاویه مرکزی چند رادیان است؟

$$1250^R \text{ (4)} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^R \text{ (3)} \quad 4^R \text{ (2)} \quad 2^R \text{ (1}\blacklozenge\text{)}$$

30) مجموع دو زاویه 152 درجه است، اگر اندازه یکی از آنها بر حسب درجه برابر اندازه دیگر بر حسب گراد باشد، اندازه هر دو زاویه بر حسب درجه کدام است؟

$$75, 142 \text{ (4)} \quad 60, 125 \text{ (3)} \quad 50, 102 \text{ (2)} \quad 72, 80 \text{ (1}\blacklozenge\text{)}$$

31) زاویه 1620 درجه چند رادیان است؟

$$10\pi^R \text{ (4)} \quad 9\pi^R \text{ (3}\blacklozenge\text{)} \quad 8\pi^R \text{ (2)} \quad 2\pi^R \text{ (1)}$$

32) چهار دوران مکمل چند رادیان است؟

$$8\pi^R \text{ (4}\blacklozenge\text{)} \quad 9\pi^R \text{ (3)} \quad 10\pi^R \text{ (2)} \quad 18\pi^R \text{ (1)}$$

33) 36 درجه چند رادیان است؟

$$5\pi \text{ (4)} \quad \frac{3\pi}{5} \text{ (3)} \quad \frac{\pi}{5} \text{ (2}\blacklozenge\text{)} \quad \frac{5}{\pi} \text{ (1)}$$

34) اندازه زاویه را بر حسب گراد دریافت کنید که اگر به معادل درجه آن 15 واحد اضافه شود، به معادل گراد خود تبدیل شود.

$$35 \text{ (4)} \quad 135 \text{ (3}\blacklozenge\text{)} \quad 132 \text{ (2)} \quad 138 \text{ (1)}$$

35) تفاضل دو زاویه 100 گراد و زاویه کوچکتر 40 درجه است. اندازه زاویه بزرگتر چند درجه است؟

$$130 \text{ (4}\blacklozenge\text{)} \quad 140 \text{ (3)} \quad 125 \text{ (2)} \quad 120 \text{ (1)}$$

36) اگر α و β متمم یکدیگر باشند و α به اندازه 20 درجه از β بزرگتر باشد، اندازه زاویه β چند رادیان است؟

$$\frac{3\pi}{7} \text{ (4)} \quad \frac{4\pi}{9} \text{ (3}\blacklozenge\text{)} \quad \frac{2\pi}{15} \text{ (2)} \quad \frac{7\pi}{12} \text{ (1)}$$

37) در مدت 48 دقیقه عقربه ساعت شمار چند رادیان زاویه را طی می کند؟

$$\frac{4\pi}{15} \text{ (4)} \quad \frac{\pi}{5} \text{ (3)} \quad \frac{2\pi}{15} \text{ (2}\blacklozenge\text{)} \quad \frac{5\pi}{15} \text{ (1)}$$

38) زاویه 50 گراد برابر با چند رادیان است؟

$$\frac{\pi}{3} \text{ (4)} \quad \frac{\pi}{4} \text{ (3}\blacklozenge\text{)} \quad \frac{5\pi}{6} \text{ (2)} \quad \frac{3\pi}{4} \text{ (1)}$$

39) زاویه $\frac{5\pi}{12}$ رادیان چند درجه است؟

$$58 \text{ (4)} \quad 75 \text{ (3}\blacklozenge\text{)} \quad 68 \text{ (2)} \quad 65 \text{ (1)}$$

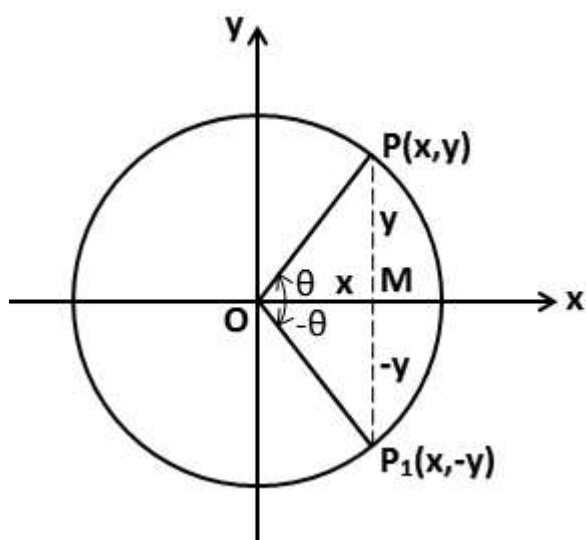
40) قیمت 100 دور مکمل از جنس گراد کدام است؟

$$4 \cdot 10^3 \text{ (4)} \quad 3 \cdot 10^2 \text{ (3)} \quad 5 \cdot 10^3 \text{ (2)} \quad 4 \cdot 10^4 \text{ (1}\blacklozenge\text{)}$$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی زاویه حاده با زاویه های دیگر

1- رابطه بین نسبت های مثلثاتی زاویه θ و $(-\theta)$:

مطابق شکل زاویه های θ و $-\theta$ مشخص شده است. نقطه $P(x, y)$ بالای ضلع دوم زاویه θ و نقطه $P_1(x, -y)$ بالای ضلع دوم زاویه $(-\theta)$ قرار دارد. از قرار شکل دو مثلث OPM و OMP_1 با هم مساوی اند.



$\overline{OP} = \overline{OP_1}$ شعاع دایره

$\overline{OM} = \overline{OM}$ مشترک

$OPM \cong OMP_1$ در نتیجه

رابطه بین نسبت های مثلثاتی θ و $-\theta$ به صورت زیر است.

$$1) \sin(-\theta) = -\sin \theta$$

ثبوت: مطابق شکل داریم که:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta = \frac{y}{R} \xrightarrow{R=1} \sin \theta = y \\ \sin(-\theta) = \frac{-y}{R} \xrightarrow{R=1} \sin(-\theta) = -y \end{array} \right\} \Rightarrow \sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$2) \cos(-\theta) = \cos \theta$$

ثبوت: مطابق شکل داریم که:

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{x}{R} \xrightarrow{R=1} \cos \theta = x \\ \cos(-\theta) = \frac{x}{R} \xrightarrow{R=1} \cos(-\theta) = x \end{array} \right\} \Rightarrow \cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$3) \tan(-\theta) = -\tan \theta$$

ثبوت:

$$\tan(-\theta) = \frac{\sin(-\theta)}{\cos(-\theta)} = \frac{-\sin \theta}{\cos \theta} = -\tan \theta$$

$$4) \cot(-\theta) = -\cot \theta$$

ثبوت:

$$\cot(-\theta) = \frac{\cos(-\theta)}{\sin(-\theta)} = \frac{\cos \theta}{-\sin \theta} = -\cot \theta$$

$$5) \sec(-\theta) = \sec \theta$$

ثبوت:

$$\sec(-\theta) = \frac{1}{\cos(-\theta)} = \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$6) \csc(-\theta) = -\csc \theta$$

ثبوت:

$$\csc(-\theta) = \frac{1}{\sin(-\theta)} = \frac{1}{-\sin \theta} = -\csc \theta$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ را دریابید.

$$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\cot \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه (-45) را دریابید.

$$\sin(-45) = -\sin 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan(-45) = -\tan 45 = -1$$

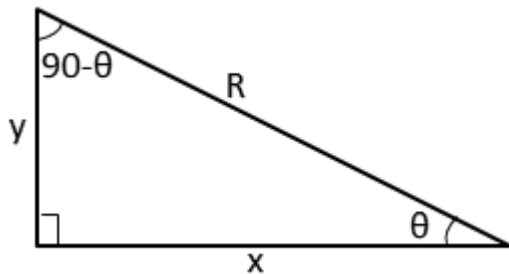
$$\cos(-45) = \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot(-45) = -\cot 45 = -1$$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی زاویه θ و $90-\theta$:

(ارتباط بین نسبت های مثلثاتی زوایای که مجموع آنها مساوی به 90 باشد):

برای دریافت ارتباط بین نسبت های مثلثاتی θ و $90-\theta$ از یک مثلث قائم الزاویه استفاده می کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta = y/R \\ \cos(90-\theta) = y/R \end{array} \right\} \Rightarrow \cos(90-\theta) = \sin \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = x/R \\ \sin(90-\theta) = x/R \end{array} \right\} \Rightarrow \sin(90-\theta) = \cos \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \tan \theta = \frac{y}{x} \\ \cot(90-\theta) = \frac{y}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \cot(90-\theta) = \tan \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \cot \theta = \frac{x}{y} \\ \tan(90-\theta) = \frac{x}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan(90-\theta) = \cot \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \sec \theta = \frac{R}{x} \\ \csc(90-\theta) = \frac{R}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \csc(90-\theta) = \sec \theta$$

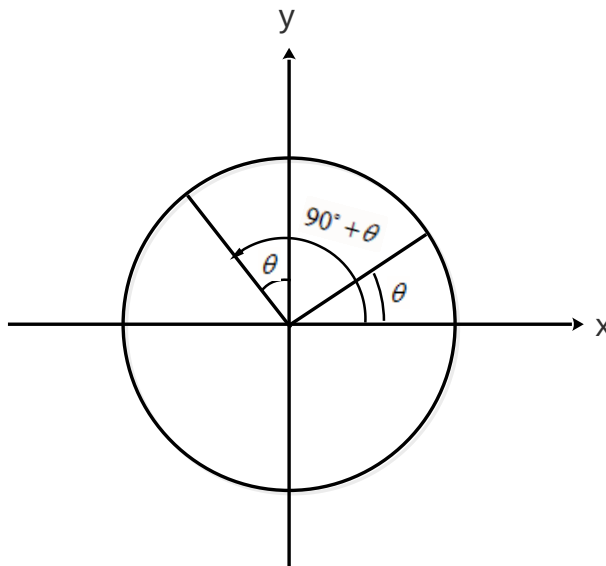
$$\left. \begin{array}{l} \csc \theta = \frac{R}{y} \\ \sec(90-\theta) = \frac{R}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow \sec(90-\theta) = \csc \theta$$

نکته: زاویه $90-\theta$ یک زاویه حاده بوده بنابراین تمام نسبت های مثلثاتی آن مثبت است.

جدول خلاصه رابطه بین دو زاویه مکمله (θ و $90-\theta$)	
$\sin(90-\theta) = \cos \theta$	$\cos(90-\theta) = \sin \theta$
$\tan(90-\theta) = \cot \theta$	$\cot(90-\theta) = \tan \theta$
$\sec(90-\theta) = \csc \theta$	$\csc(90-\theta) = \sec \theta$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی دو زاویه که تفاضل آنها مساوی به 90 شود

$(\theta \text{ و } 90+\theta):$



برای دریافت ارتباط بین نسبت های مثلثاتی θ و $90+\theta$ از روش الجبری استفاده می کنیم.

$$\begin{aligned} \sin(90+\theta) &= \sin(90-(-\theta)) = \cos(-\theta) = \cos \theta \Rightarrow \boxed{\sin(90+\theta) = \cos \theta} \\ \cos(90+\theta) &= \cos(90-(-\theta)) = \sin(-\theta) = -\sin \theta \Rightarrow \boxed{\cos(90+\theta) = -\sin \theta} \\ \tan(90+\theta) &= \tan(90-(-\theta)) = \cot(-\theta) = -\cot \theta \Rightarrow \boxed{\tan(90+\theta) = -\cot \theta} \\ \cot(90+\theta) &= \cot(90-(-\theta)) = \tan(-\theta) = -\tan \theta \Rightarrow \boxed{\cot(90+\theta) = -\tan \theta} \\ \sec(90+\theta) &= \sec(90-(-\theta)) = \csc(-\theta) = -\csc \theta \Rightarrow \boxed{\sec(90+\theta) = -\csc \theta} \\ \csc(90+\theta) &= \csc(90-(-\theta)) = \sec(-\theta) = \sec \theta \Rightarrow \boxed{\csc(90+\theta) = \sec \theta} \end{aligned}$$

نکته: زاویه $90-\theta$ ضلع دوم آن در ربع دوم قرار دارد، بنابراین قیمت های $\sin$ و $\csc$ آن مثبت و بقیه نسبت های مثلثاتی آن منفی است.

جدول خلاصه ارتباط بین نسبت های مثلثاتی $(\theta \text{ و } 90+\theta)$	
$\sin(90+\theta) = \cos \theta$	$\cos(90+\theta) = -\sin \theta$
$\tan(90+\theta) = -\cot \theta$	$\cot(90+\theta) = -\tan \theta$
$\sec(90+\theta) = -\csc \theta$	$\csc(90+\theta) = \sec \theta$

مثال: نسبت های مثلثاتی زوایای 120، 135 و 150 درجه را دریابید.

زاویه 120 درجه را میتوان به صورت 90+30 نوشت و با استفاده از روابط مثلثاتی $90+\theta$ نسبت های مثلثاتی 120 درجه را دریافت می کنیم.

$$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 120^\circ = \tan(90^\circ + 30^\circ) = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cot 120^\circ = \cot(90^\circ + 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sec 120^\circ = \sec(90^\circ + 30^\circ) = -\csc 30^\circ = -2$$

$$\csc 120^\circ = \csc(90^\circ + 30^\circ) = \sec 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

زاویه 135 درجه را میتوان به صورت 90+45 نوشت و با استفاده از روابط مثلثاتی $90+\theta$ نسبت های مثلثاتی 135 درجه را دریافت می کنیم.

$$\sin 135^\circ = \sin(90^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \tan(90^\circ + 45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$$

$$\cot 135^\circ = \cot(90^\circ + 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\sec 135^\circ = \sec(90^\circ + 45^\circ) = -\csc 45^\circ = -\sqrt{2}$$

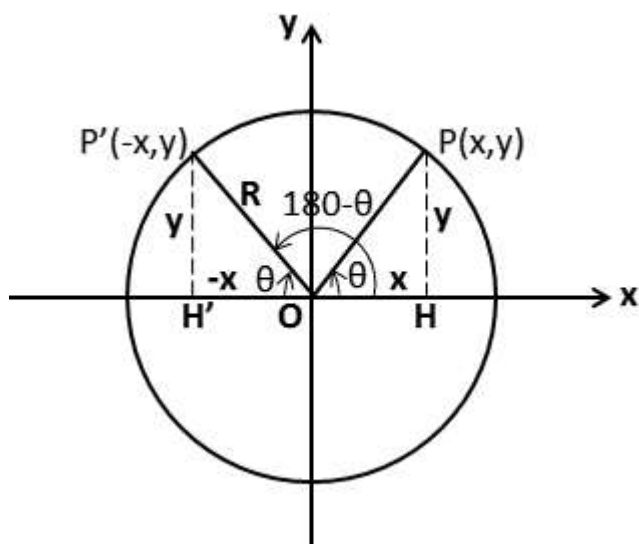
$$\csc 135^\circ = \csc(90^\circ + 45^\circ) = \sec 45^\circ = \sqrt{2}$$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی θ و $180-\theta$:

(رابطه بین نسبت های مثلثاتی دو زاویه که مجموع آنها 180 شود):

برای دریافت ارتباط بین نسبت های مثلثاتی θ و $180-\theta$ از روش هندسی استفاده می کنیم.

در شکل مقابل دو مثلث OHP و $OH'P'$ با هم مساوی هستند.



$$\left. \begin{array}{l} PH = P'H' \\ OH = OH' \\ OP = OP' \end{array} \right\} \Rightarrow OHP \cong OP'H'$$

$$PH = y \quad P'H' = y$$

$$OH = x \quad OH' = x$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta = \frac{y}{R} \\ \sin(180 - \theta) = \frac{y}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \sin(180 - \theta) = \sin \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{x}{R} \\ \cos(180 - \theta) = -\frac{x}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \cos(180 - \theta) = -\cos \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \tan \theta = \frac{y}{x} \\ \tan(180 - \theta) = -\frac{y}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan(180 - \theta) = -\tan \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \cot \theta = \frac{x}{y} \\ \cot(180 - \theta) = -\frac{x}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow \cot(180 - \theta) = -\cot \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \sec \theta = \frac{R}{x} \\ \sec(180 - \theta) = -\frac{R}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \sec(180 - \theta) = -\sec \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \csc \theta = \frac{R}{y} \\ \csc(180 - \theta) = \frac{R}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow \csc(180 - \theta) = \csc \theta$$

$\sin(180 - \theta) = \sin \theta$	$\cot(180 - \theta) = -\cot \theta$
$\cos(180 - \theta) = -\cos \theta$	$\sec(180 - \theta) = -\sec \theta$
$\tan(180 - \theta) = -\tan \theta$	$\csc(180 - \theta) = \csc \theta$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 150 درجه را دریافت کنید.

زاویه 150 درجه را میتوان به شکل 180-30 نوشت.

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

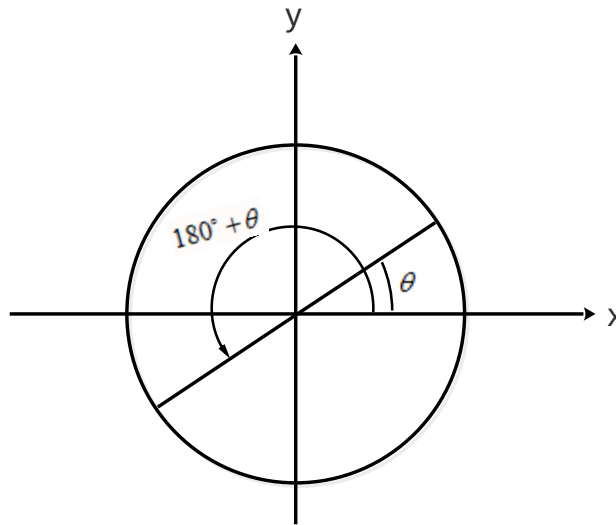
$$\tan 150^\circ = \tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot 150^\circ = \cot(180^\circ - 30^\circ) = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\sec 150^\circ = \sec(180^\circ - 30^\circ) = -\sec 30^\circ = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\csc 150^\circ = \csc(180^\circ - 30^\circ) = \csc 30^\circ = 2$$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی زاویه های θ و $180+\theta$:



برای دریافت ارتباط بین نسبت های مثلثاتی θ و $180+\theta$ از روش الجبری استفاده می کنیم.

$$\begin{aligned} \sin(180+\theta) &= \sin(180-(-\theta)) = \sin(-\theta) = -\sin\theta \Rightarrow \boxed{\sin(180+\theta) = -\sin\theta} \\ \cos(180+\theta) &= \cos(180-(-\theta)) = -\cos(-\theta) = -\cos\theta \Rightarrow \boxed{\cos(180+\theta) = -\cos\theta} \\ \tan(180+\theta) &= \tan(180-(-\theta)) = -\tan(-\theta) = \tan\theta \Rightarrow \boxed{\tan(180+\theta) = \tan\theta} \\ \cot(180+\theta) &= \cot(180-(-\theta)) = -\cot(-\theta) = \cot\theta \Rightarrow \boxed{\cot(180+\theta) = \cot\theta} \\ \sec(180+\theta) &= \sec(180-(-\theta)) = -\sec(-\theta) = -\sec\theta \Rightarrow \boxed{\sec(180+\theta) = -\sec\theta} \\ \csc(180+\theta) &= \csc(180-(-\theta)) = \csc(-\theta) = -\csc\theta \Rightarrow \boxed{\csc(180+\theta) = -\csc\theta} \end{aligned}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 210 درجه را دریافت کنید.

زاویه 210 درجه را میتوان به شکل $180+30$ نوشت.

$$\begin{aligned} \sin 210^\circ &= \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \\ \cos 210^\circ &= \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 210^\circ &= \tan(180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cot 210^\circ &= \cot(180^\circ + 30^\circ) = \cot 30^\circ = \sqrt{3} \\ \sec 210^\circ &= \sec(180^\circ + 30^\circ) = -\sec 30^\circ = -\frac{2}{\sqrt{3}} \\ \csc 210^\circ &= \csc(180^\circ + 30^\circ) = -\csc 30^\circ = -2 \end{aligned}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 240 درجه را دریافت کنید.

زاویه 240 درجه را میتوان به شکل $180+60$ نوشت.

$$\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

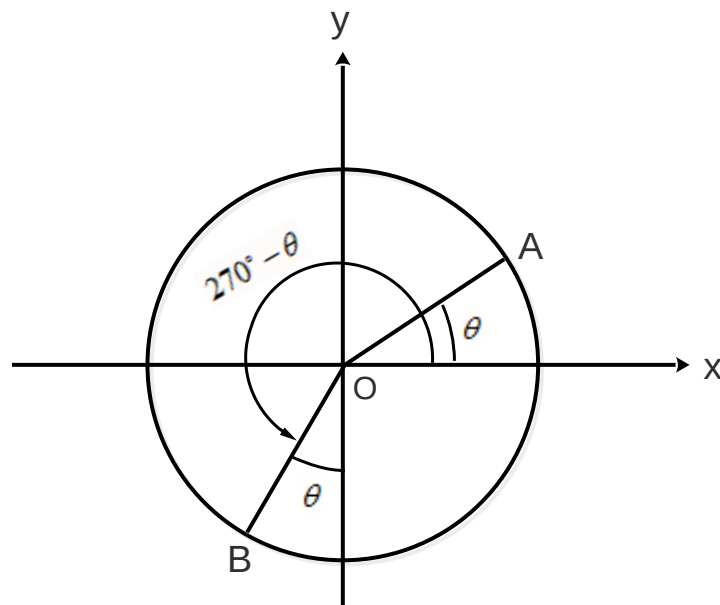
$$\tan 240^\circ = \tan(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\cot 240^\circ = \cot(180^\circ + 60^\circ) = \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sec 240^\circ = \sec(180^\circ + 60^\circ) = -\sec 60^\circ = -2$$

$$\csc 240^\circ = \csc(180^\circ + 60^\circ) = -\csc 60^\circ = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی زاویه های θ و $270-\theta$:



$$\sin(270 - \theta) = \sin\left(180 + \underbrace{(90 - \theta)}_{\alpha}\right) = -\sin(90 - \theta) = -\cos \theta$$

$$\boxed{\sin(270 - \theta) = -\cos \theta}$$

$$\cos(270 - \theta) = \cos\left(180 + \underbrace{(90 - \theta)}_{\alpha}\right) = -\cos(90 - \theta) = -\sin \theta$$

$$\boxed{\cos(270 - \theta) = -\sin \theta}$$

$$\tan(270 - \theta) = \tan\left(180 + \underbrace{(90 - \theta)}_{\alpha}\right) = \tan(90 - \theta) = \cot \theta$$

$$\boxed{\tan(270 - \theta) = \cot \theta}$$

$$\cot(270 - \theta) = \cot\left(180 + \underbrace{(90 - \theta)}_{\alpha}\right) = \cot(90 - \theta) = \tan \theta$$

$$\boxed{\cot(270 - \theta) = \tan \theta}$$

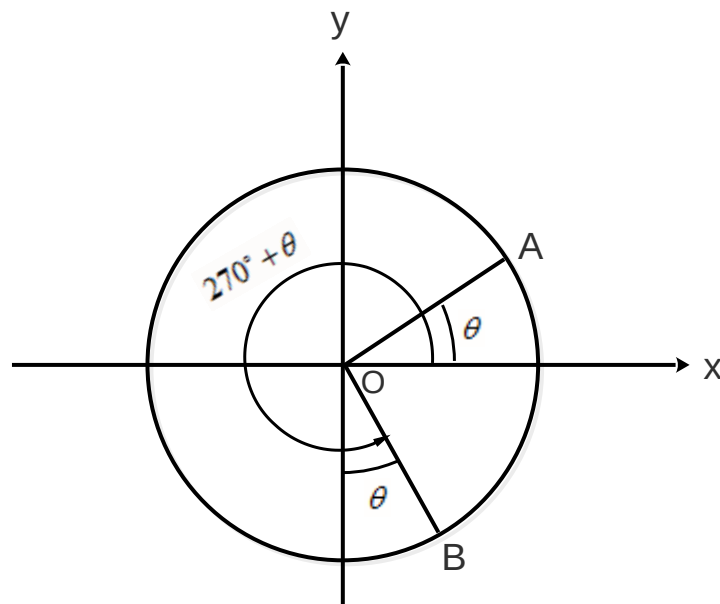
$$\sec(270 - \theta) = \sec\left(180 + \underbrace{(90 - \theta)}_{\alpha}\right) = -\sec(90 - \theta) = -\csc \theta$$

$$\boxed{\sec(270 - \theta) = -\csc \theta}$$

$$\csc(270 - \theta) = \csc\left(180 + \underbrace{(90 - \theta)}_{\alpha}\right) = -\csc(90 - \theta) = -\sec \theta$$

$$\boxed{\csc(270 - \theta) = -\sec \theta}$$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی زاویه های θ و $270+\theta$:



$$\sin(270 + \theta) = \sin\left(180 + \underbrace{(90 + \theta)}_{\alpha}\right) = -\sin(90 + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(270 + \theta) = -\cos \theta$$

$$\cos(270 + \theta) = \cos\left(180 + \underbrace{(90 + \theta)}_{\alpha}\right) = -\cos(90 + \theta) = -(-\sin \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(270 + \theta) = \sin \theta$$

$$\tan(270 + \theta) = \tan\left(180 + \underbrace{(90 + \theta)}_{\alpha}\right) = \tan(90 + \theta) = -\cot \theta$$

$$\tan(270 + \theta) = -\cot \theta$$

$$\cot(270 + \theta) = \cot\left(180 + \underbrace{(90 + \theta)}_{\alpha}\right) = \cot(90 + \theta) = -\tan \theta$$

$$\cot(270 + \theta) = -\tan \theta$$

$$\sec(270 + \theta) = \sec\left(180 + \underbrace{(90 + \theta)}_{\alpha}\right) = -\sec(90 + \theta) = -(-\csc \theta) = \csc \theta$$

$$\sec(270 + \theta) = \csc \theta$$

$$\csc(270 + \theta) = \csc\left(180 + \underbrace{(90 + \theta)}_{\alpha}\right) = -\csc(90 + \theta) = -\sec \theta$$

$$\csc(270 + \theta) = -\sec \theta$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 330 درجه را دریابید.

زاویه 330 درجه را میتوان به شکل 270+60 نوشت.

$$\sin 330^\circ = \sin(270^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 330^\circ = \cos(270^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 330^\circ = \tan(270^\circ + 60^\circ) = -\cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot 330^\circ = \cot(270^\circ + 60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\sec 330^\circ = \sec(270^\circ + 60^\circ) = \csc 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\csc 330^\circ = \csc(270^\circ + 60^\circ) = -\sec 60^\circ = -2$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 225 درجه را دریابید.

زاویه 225 درجه را میتوان به شکل 270-45 نوشت.

$$\sin 225^\circ = \sin(270^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 225^\circ = \cos(270^\circ - 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

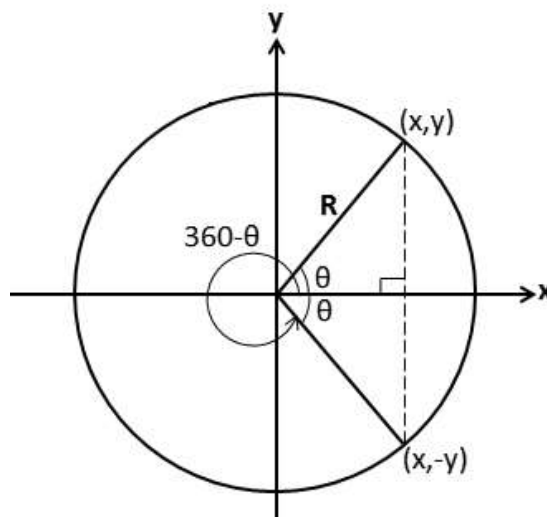
$$\tan 225^\circ = \tan(270^\circ - 45^\circ) = \cot 45^\circ = 1$$

$$\cot 225^\circ = \cot(270^\circ - 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$\sec 225^\circ = \sec(270^\circ - 45^\circ) = -\csc 45^\circ = -\sqrt{2}$$

$$\csc 225^\circ = \csc(270^\circ - 45^\circ) = -\sec 45^\circ = -\sqrt{2}$$

رابطه بین نسبت های مثلثاتی زاویه های θ و $360-\theta$:



$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta = \frac{y}{R} \\ \sin(360 - \theta) = \frac{-y}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \sin(360 - \theta) = -\sin \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{x}{R} \\ \cos(360 - \theta) = \frac{x}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \cos(360 - \theta) = \cos \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \tan \theta = \frac{y}{x} \\ \tan(360 - \theta) = \frac{-y}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan(360 - \theta) = -\tan \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \cot \theta = \frac{x}{y} \\ \cot(360 - \theta) = \frac{-x}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow \cot(360 - \theta) = -\cot \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \sec \theta = \frac{R}{x} \\ \sec(360 - \theta) = \frac{R}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \sec(360 - \theta) = \sec \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} \csc \theta = \frac{R}{y} \\ \csc(360 - \theta) = -\frac{R}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow \csc(360 - \theta) = -\csc \theta$$

$\sin(360^\circ - \theta) = -\sin \theta$	$\cot(360^\circ - \theta) = -\cot \theta$
$\cos(360^\circ - \theta) = \cos \theta$	$\sec(360^\circ - \theta) = \sec \theta$
$\tan(360^\circ - \theta) = -\tan \theta$	$\csc(360^\circ - \theta) = -\csc \theta$

مثال: نسبت های زاویه 330 درجه را دریابید.

$$330 = 360 - 30$$

$$\sin 330^\circ = \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 330^\circ = \cos(360^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 330^\circ = \tan(360^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot 330^\circ = \cot(360^\circ - 30^\circ) = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\sec 330^\circ = \sec(360^\circ - 30^\circ) = \sec 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\csc 330^\circ = \csc(360^\circ - 30^\circ) = -\csc 30^\circ = -2$$

نسبت های مثلثاتی زوایای کوترمینل:

چون ضلع دوم زوایای کوترمینل در حالت استاندارد مساوی هستند، بنابراین تمام نسبت های مثلثاتی این زاویه ها با یکدیگر مساوی هستند.

$$\begin{aligned}\sin(2k\pi + \theta) &= \sin \theta & \cot(2k\pi + \theta) &= \cot \theta \\ \cos(2k\pi + \theta) &= \cos \theta & \sec(2k\pi + \theta) &= \sec \theta \\ \tan(2k\pi + \theta) &= \tan \theta & \csc(2k\pi + \theta) &= \csc \theta\end{aligned}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 405 درجه را دریابید.

زاویه 405 درجه با زاویه 45 درجه کوترمینل است.

$$405 = 360 + 45$$

$$\sin 405^\circ = \sin(360^\circ + 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 405^\circ = \cos(360^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 405^\circ = \tan(360^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$\cot 405^\circ = \cot(360^\circ + 45^\circ) = \cot 45^\circ = 1$$

$$\sec 405^\circ = \sec(360^\circ + 45^\circ) = \sec 45^\circ = \sqrt{2}$$

$$\csc 405^\circ = \csc(360^\circ + 45^\circ) = \csc 45^\circ = \sqrt{2}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 1500 درجه را دریابید.

زاویه 1500 درجه با زاویه 60 درجه کوترمینل است.

$$\sin 1500^\circ = \sin(4 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 1500^\circ = \cos(4 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 1500^\circ = \tan(4 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\cot 1500^\circ = \cot(4 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sec 1500^\circ = \sec(4 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \sec 60^\circ = 2$$

$$\csc 1500^\circ = \csc(4 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \csc 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 900 درجه را دریابید.

زاویه 900 درجه با زاویه 180 درجه کوترمینل است.

$$900 = 2 \cdot 360 + 180$$

$$\sin 900^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \sin 180^\circ = 0$$

$$\cos 900^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \cos 180^\circ = -1$$

$$\tan 900^\circ = \tan(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \tan 180^\circ = 0$$

$$\cot 900^\circ = \cot(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \cot 180^\circ = \text{تعریف نشده}$$

$$\sec 900^\circ = \sec(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \sec 180^\circ = -1$$

$$\csc 900^\circ = \csc(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \csc 180^\circ = \infty$$

$$\csc 900^\circ = \csc(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \csc 180^\circ = \text{تعریف نشده}$$

سوالات حل شده

(1) مقدار $\sin(-1110)$ کدام است؟

$$(1) -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(3) -\frac{1}{2}$$

$$(4) \frac{1}{2}$$

(2) مقدار $\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)$ کدام است؟

$$(1) -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(3) -\frac{1}{2}$$

$$(4) \frac{1}{2}$$

(3) مقدار $\sin\left(\frac{41\pi}{6}\right)$ کدام است؟

$$(1) 2$$

$$(3) \frac{1}{2}$$

$$(4)$$

(4) مقدار $\tan 780$ کدام است؟

$$(1) 2$$

$$(3)$$

$$(4) \sqrt{3}$$

(5) مقدار $\sin(-3\pi)$ کدام است؟

- (1) -1 (2) 1 (3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) 0

(6) مقدار $\tan 390$ کدام است؟

- (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{2}$ (4) 1

(7) مقدار $\sin \frac{31\pi}{4} + \cos \frac{105\pi}{4} + \tan \frac{43\pi}{4}$ کدام است؟

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) -1

(8) مقدار $\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ کدام است؟

- (1) $-\cot x$ (2) $\tan x$ (3) $-\tan x$ (4) $\cot x$

(9) مقدار $\frac{2\sin(\alpha - 3\pi) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$ کدام است؟

- (1) $\sin \alpha$ (2) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ (3) $-\tan \alpha$ (4) $\tan \alpha$

(10) مقدار $\sin 780$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(11) مقدار $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi - \alpha) + 3\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ کدام است؟

- (1) $-3\cos \alpha$ (2) $\cos \alpha$ (3) $\sin \alpha$ (4) $-3\sin \alpha$

(12) مقدار $3\sin(\alpha - \pi) - 2\sin(2\pi - \alpha) + 4\sin(\alpha + \pi)$ کدام است؟

- (1) $-5\sin \alpha$ (2) $2\sin \alpha$ (3) $\sin \alpha$ (4) $-3\cos \alpha$

(13) مقدار $\sin 900 + \cos 900$ کدام است؟

- (1) -1 (2) 1 (3) 0 (4) -2

(14) مقدار $4\sin 240 + 4\cos 120$ کدام است؟

- (1) $\sqrt{3} + 1$ (2) $-2(\sqrt{3} + 1)$ (3) $2(\sqrt{3} + 1)$ (4) $-2(\sqrt{3} + 1)$

(15) مقدار $4\sin 630 + 6\cos 450$ کدام است؟

(1) 1 (2) -3 (3) 2 (4) -4

(16) اگر حاصل عبارت $\frac{3\sin\alpha + 2\cos\alpha}{\cos\alpha} = 3$ شود، حاصل $\tan\alpha$ کدام است؟

(1) $-\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$

(17) حاصل عبارت $\sec 150$ کدام است؟

(1) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (2) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (3) 2 (4) -2

(18) مقدار $\tan\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$ کدام است؟

(1) ∞ (2) 1 (3) -1 (4) 0

(19) مقدار $\tan\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$ کدام است؟

(1) -1 (2) 1 (3) 0 (4) 2

(20) مقدار $\sin\left(\frac{41\pi}{3}\right)$ کدام است؟

(1) $-\sin\frac{\pi}{4}$ (2) $\sin\frac{\pi}{4}$ (3) $-\sin\frac{\pi}{3}$ (4) $\sin\frac{\pi}{3}$

(21) مقدار $\sin\frac{73\pi}{3}$ کدام است؟

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$

(22) مقدار $\cot\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ کدام است؟

(1) $-\cot\frac{\pi}{3}$ (2) $-\tan\frac{\pi}{6}$ (3) $-\cot\frac{\pi}{6}$ (4) $\tan\frac{\pi}{3}$

(23) مقدار $\cos(\alpha + 3\pi) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \tan(\alpha - 5\pi) \cdot \cot(\alpha + 7\pi)$ کدام است؟

(1) 1 (2) -1 (3) $\cos^2\alpha$ (4) $\sin^2\alpha$

(24) اگر $\tan\alpha = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $A = \frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\alpha - \pi)}$ کدام است؟

(1) 5 (2) 1 (3) -3 (4) 4

(25) اگر $\tan 34 = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\frac{2\sin 326 + 3\sin 56}{\cos 304}$ کدام است؟

(1) 2.5 (2) 2 (3) -1.5 (4) -1

جواب سوالات

(1) گزینه سوم:

با استفاده از رابطه $\sin(-\theta) = -\sin \theta$ میتوان نوشت که:

$$\sin(-110) = -\sin 110$$

زاویه 1110 با زاویه 30 درجه کوترمینل است. بنابراین $\sin 1110$ با $\sin 30$ مساوی است.

$$\sin(-110) = -\sin 110 = -\sin 30 = -\frac{1}{2}$$

(2) گزینه اول:

$$\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{24\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(3) گزینه سوم:

$$\sin\left(\frac{41\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{42\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(7\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

(4) گزینه چهارم:

$$\tan 780 = \tan(720 + 60) = \tan(2 \cdot 360 + 60) = \tan 60 = \sqrt{3}$$

(5) گزینه سوم:

$$\sin(-3\pi) = -\sin 3\pi = -\sin \pi = 0$$

(6) گزینه اول:

$$\tan 390 = \tan(360 + 30) = \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(7) گزینه چهارم:

$$\begin{aligned} & \sin \frac{31\pi}{4} + \cos \frac{105\pi}{4} + \tan \frac{43\pi}{4} \\ & \sin\left(\frac{32\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{104\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{44\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) \\ & \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(26\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(11\pi - \frac{\pi}{4}\right) \\ & \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} - \tan \frac{\pi}{4} = -1 \end{aligned}$$

(8) گزینه اول:

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cot x$$

(9) گزینه چهارم:

$$\frac{2\sin(\alpha - 3\pi) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{2\sin(-(3\pi - \alpha)) + \cos\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)}{-\cos \alpha}$$

$$= \frac{-2\sin(3\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{-\cos \alpha} = \frac{-2\sin \alpha + \sin \alpha}{-\cos \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{-\cos \alpha} = \tan \alpha$$

(10) گزینه سوم:

$$\sin(780) = \sin(720 + 60) = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(11) گزینه اول:

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi - \alpha) + 3\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\cancel{\cos \alpha} - \cancel{\cos \alpha} - 3\cos \alpha = -3\cos \alpha$$

(12) گزینه دوم:

$$3\sin(\alpha - \pi) - 2\sin(2\pi - \alpha) + 4\sin(\alpha + \pi)$$

$$3\sin(-(\pi - \alpha)) + 2\sin \alpha - 4\sin \alpha$$

$$-3\sin \alpha + 2\sin \alpha - 4\sin \alpha = -5\sin \alpha$$

(13) گزینه اول:

زاویه 900 با زاویه 180 کوترمینل است.

$$\left. \begin{array}{l} \sin 900 = \sin 180 = 0 \\ \cos 900 = \cos 180 = -1 \end{array} \right\} \rightarrow \sin 900 + \cos 900 = 0 + (-1) = -1$$

(14) گزینه دوم:

$$\sin 240 = \sin(180 + 60) = -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120 = \cos(180 - 60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

$$4\sin 240 + 4\cos 120 = 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 4\left(-\frac{1}{2}\right) - 2\sqrt{3} - 2 = -2(\sqrt{3} + 1)$$

(15) گزینه چهارم:

$$\sin 630 = \sin(360 + 270) = \sin 270 = -1$$

$$\cos 450 = \cos(360 + 90) = \cos 90 = 0$$

$$4\sin 630 + 6\cos 450 = 4(-1) + 6 \cdot 0 = -4$$

(16) گزینه دوم:

$$\frac{3\sin \alpha + 2\cos \alpha}{\cos \alpha} = 3 \rightarrow \frac{3\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2\cos \alpha}{\cos \alpha} = 3 \rightarrow 3\tan \alpha + 2 = 3$$

$$3\tan \alpha = 1 \rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

(17) گزینه دوم:

$$\sec 150 = \sec(180 - 30) = -\sec 30 = -\frac{1}{\cos 30} = -\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(18) گزینه اول:

$$\tan\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = -\tan\left(\frac{5\pi}{2}\right) = -\tan\left(\frac{4\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -\tan\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\tan\frac{\pi}{2} = \infty$$

(19) گزینه سوم:

زاویه 12π با زاویه 0 کوترمینل و زاویه 21π با زاویه π کوترمینل است.

$$\tan 12\pi = \tan 0 = 0$$

$$\tan 21\pi = \tan \pi = 0$$

$$\cot \frac{9\pi}{2} = \cot\left(\frac{8\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \cot\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cot \frac{\pi}{2} = 0$$

$$3\tan(12\pi) + 4\tan(21\pi) - \cot\left(\frac{9\pi}{2}\right) = 0$$

(20) گزینه سوم:

$$\sin \frac{41\pi}{3} = \sin\left(\frac{42\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(14\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(21) گزینه اول:

$$\sin\left(\frac{73\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{(72+1)\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{72\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(24\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(22) گزینه سوم:

$$\cot\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \cot\left(\frac{(12-1)\pi}{6}\right) = \cot\left(\frac{12\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\cot\frac{\pi}{6}$$

(23) گزینه چهارم:

$$\cos(\alpha + 3\pi) = \cos(3\pi + \alpha) = \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\tan(\alpha - 5\pi) = \tan(-(5\pi - \alpha)) = -\tan(5\pi - \alpha) = -\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(\alpha + 7\pi) = \cot(7\pi + \alpha) = \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cos(\alpha + 3\pi) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \tan(\alpha - 5\pi) \cdot \cot(\alpha + 7\pi) = -\cos \alpha \cdot \cos \alpha + 1$$

$$= 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

(24) گزینه اول:

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\sin(3\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\cos(\alpha - \pi) = \cos(-(\pi - \alpha)) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$A = \frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{-\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{-1 - \tan \alpha}{\tan \alpha - 1}$$

$$\tan \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{-1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{\frac{-3-2}{3}}{\frac{2-3}{3}} = \frac{-5}{-1} = 5$$

(25) گزینه اول:

$$\sin 326 = \sin(360 - 34) = -\sin 34$$

$$\sin 56 = \sin(90 - 34) = \cos 34$$

$$\cos 304 = \cos(270 + 34) = \sin 34$$

$$\begin{aligned} \frac{2\sin 326 + 3\sin 56}{\cos 304} &= \frac{2(-\sin 34) + 3\cos 34}{\sin 34} = -\frac{2\sin 34}{\sin 34} + \frac{3\cos 34}{\sin 34} \\ &= -2 + 3\cot 34 = -2 + 3 \cdot \frac{1}{\tan 34} = -2 + 3 \cdot \frac{1}{\frac{2}{3}} = -2 + \frac{9}{2} = \frac{-4+9}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \end{aligned}$$

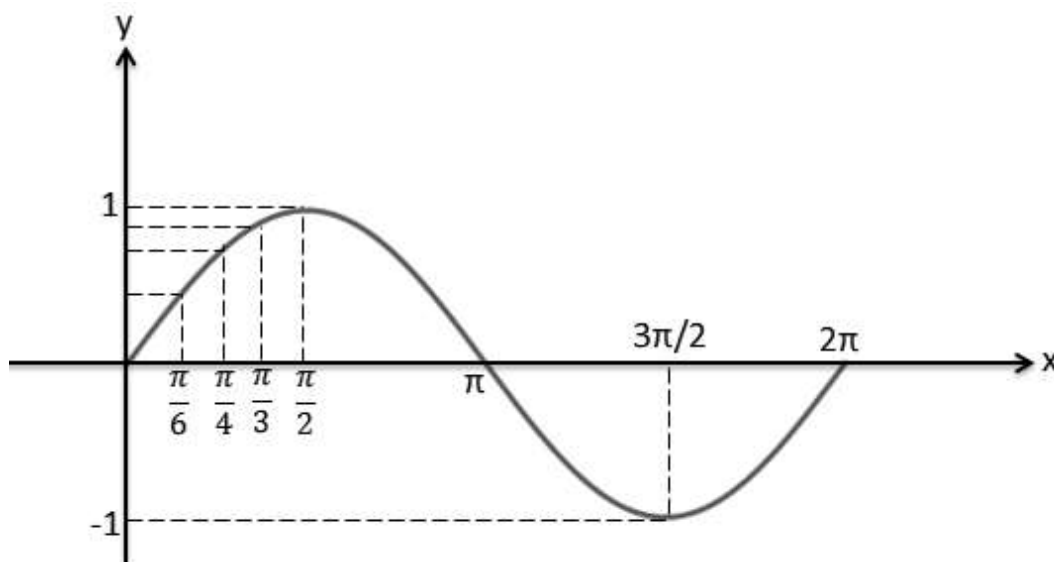
گراف توابع مثلثاتی

گراف تابع $y = \sin x$

به صورت عموم برای ترسیم گراف توابع مثلثاتی ابتدا به متحول x قیمت داده و، قیمت های تابع یعنی y را دریافت می کنیم. جوره های مرتب (x, y) تعیین شده را در سیستم کمیات وضعیه مشخص و سپس نقاط را به هم وصل می کنیم و گراف تابع مثلثاتی را رسم می کنیم.

ابتدا گراف تابع $\sin x$ را برای یک دور مکمل ترسیم می کنیم.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0



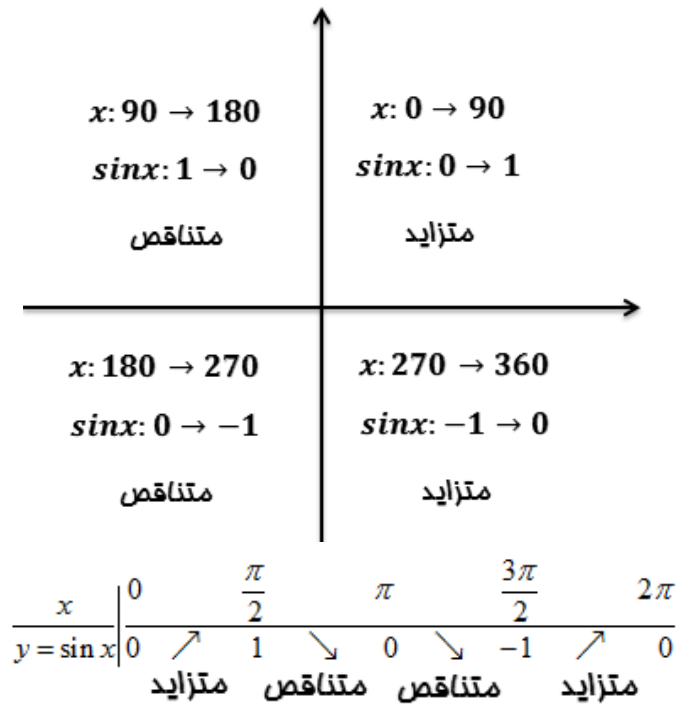
از بررسی گراف هر تابع مثلثاتی میتوان به نتایج مهمی در مورد آن تابع رسید که نتایج بررسی گراف تابع $\sin$ به صورت زیر است.

(1) دومین تابع $\sin$ تمام اعداد حقیقی و رنج آن انتروال $[-1, 1]$ است.

(2) گراف تابع $\sin$ در تمام نقاط دومین خود متمادی است.

(3) گراف تابع $\sin$ دارای مجانب نمی باشد.

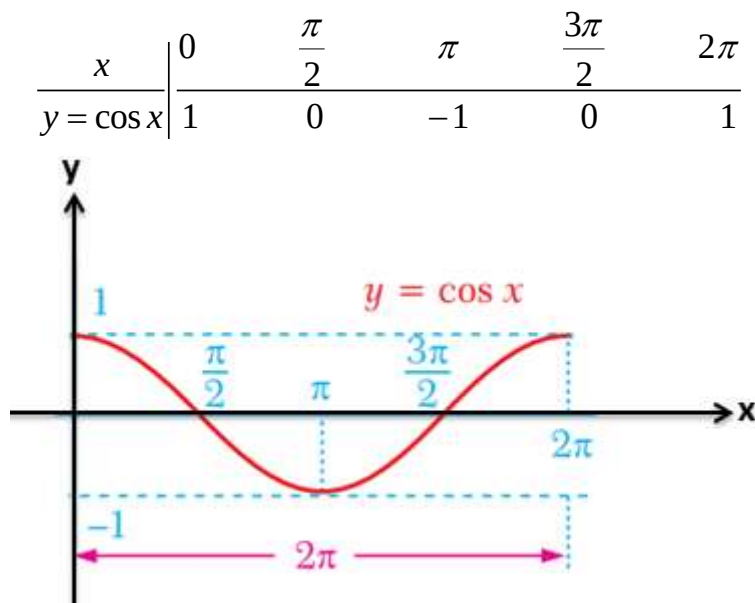
- (4) تابع سین یک تابع تناوبی است و قیمت های رنج این تابع بعد از 2π دوباره تکرار می شوند.
بنابراین میتوان گفت که دوره تناوب تابع سین 2π رادیان است.
- (5) تحولات تابع $y = \sin x$ در چهار ناحیه مثلثاتی به صورت زیر است.



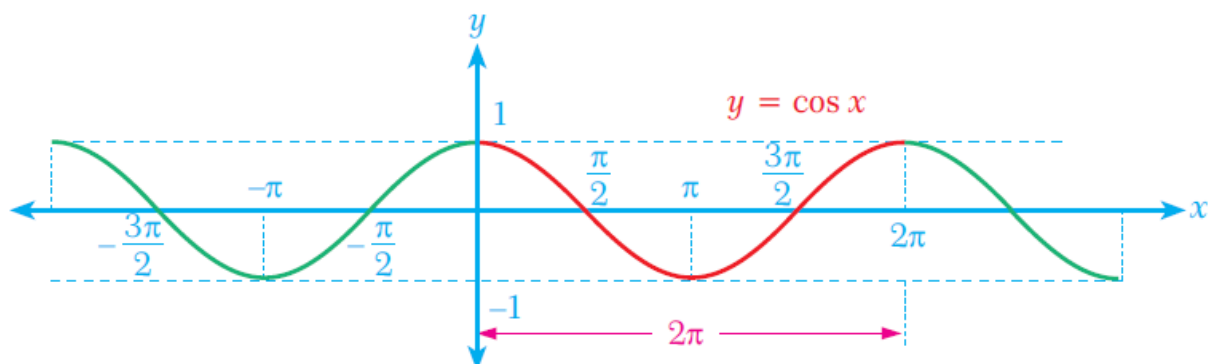
- (6) تابع سین در تمام زاویه های که مضرب تامی از 2π باشند، صفر است. یعنی: $\sin k\pi = 0$
- (7) این تابع در تمام نقاط $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ دارای قیمت اعظمی و در نقاط $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ دارای قیمت اصغری است.

گراف تابع $y = \cos x$:

تابع $y = \cos x$ نیز یک تابع پریودیک است. ابتدا گراف این تابع را برای یک دور مکمل رسم می کنیم.



اگر همین گراف را برای دور های بعدی تکرار کنیم، گراف تابع $y = \cos x$ برای تمام زاویه ها حاصل می شود.



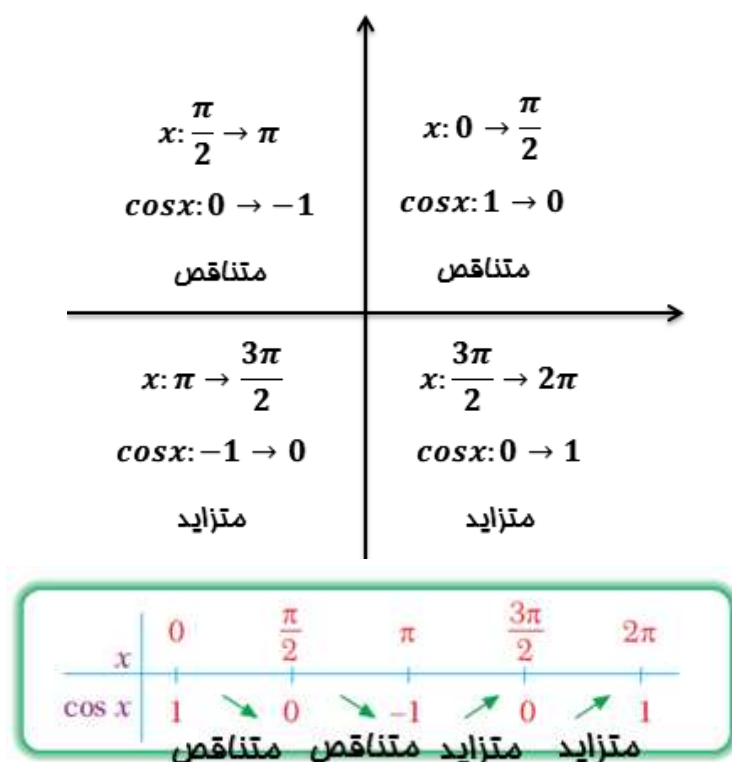
نتایجی که از رسم گراف تابع $y = \cos x$ حاصل می شود، به صورت زیر است.

- (1) دومین تابع $\cos$ تمام اعداد حقیقی و رنج آن انتروال $[-1, 1]$ است.
- (2) گراف تابع $\cos$ در تمام نقاط دومین خود متمادی است.
- (3) دوره تناوب تابع کوساین 2π رادیان است. یعنی قیمت های این تابع نیز بعد از 2π تکرار می شود.
- (4) این تابع در تمام زاویه های که مضرب تاقی از $\frac{\pi}{2}$ باشد، مساوی به صفر است.

$$\cos\left(2k+1\right)\frac{\pi}{2}=0$$

(5) گراف تابع $\cos$ دارای مجانب نمی باشد.

(6) تحولات تابع $y = \cos x$ در چهار ناحیه مثلثاتی به صورت زیر است.

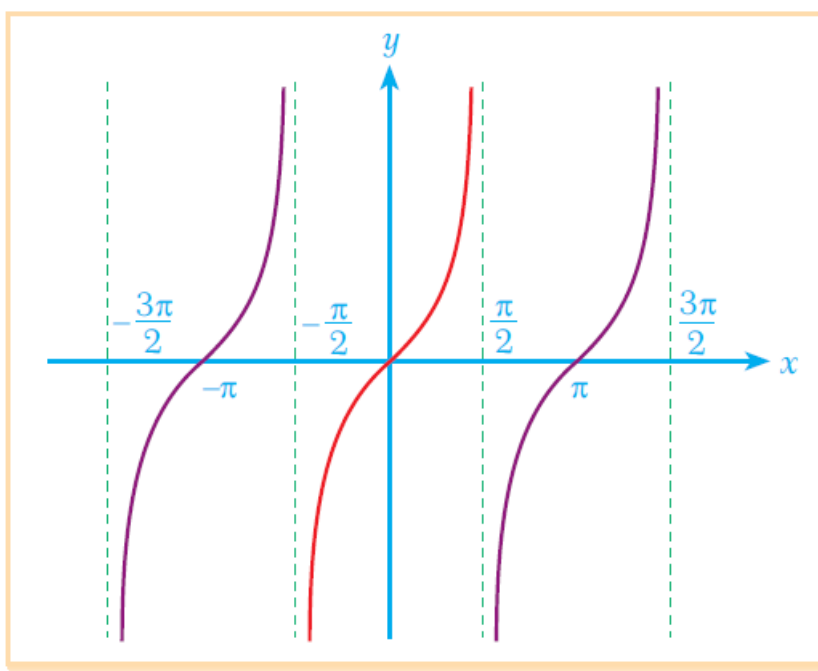


تابع $\cos x$ در ربع اول و دوم متناقص و در ربع سوم و چهارم متزايد می باشد.

گراف تابع $y=\tan x$:

می‌توانیم تابع $y=\tan x$ را به صورت $y = \frac{\sin x}{\cos x}$ بنویسیم، مطابق با این رابطه تابع $y = \frac{\sin x}{\cos x}$ در تمام نقاطی که کوساین آنها صفر باشد، تعریف نشده است. و یا به عبارت دیگر در نقاطی که $\cos$ آنها صفر باشد، تابع $\tan x$ دارای مجانب عمودی است. گراف تابع $y = \tan x$ را در یک دوران مکمل رسم می‌کنیم.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \tan x$	0	∞	0	$-\infty$	0



نتایجی که از رسم گراف تابع $y=\tan x$ حاصل می‌شود، به صورت زیر است.

1) دومین تابع $\tan$ تمام اعداد حقیقی به غیر از مقدارهای که مخرج تابع یعنی $\cos$ زاویه‌ها مساوی به صفر باشد.

$$D = \{x / x \in R, \cos x \neq 0\}$$

تمام زاویه‌های که کوساین آنها صفر است، از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad k \in Z \quad \rightarrow D = IR - \left\{x = (2k+1)\frac{\pi}{2}\right\}$$

2) رنج تابع $y=\tan x$ عبارت از تمام اعداد حقیقی است.

$$Range = (-\infty, \infty)$$

3) تناوب تابع $y=\tan x$ عبارت از π یا 180° درجه است. یعنی بعد از هر π رادیان قیمت‌های تابع $\tan x$ تکرار می‌شود.

4) تابع $y=\tan x$ در تمام نقاطی که مضربی تامی از π باشد، مساوی با صفر است. $\tan(k\pi) = 0$

(5) این تابع در تمام نقاطی که $\cos$ آنها صفر شود، دارای مجانب عمودی است و معادلات مجانب عمودی به صورت زیر است.

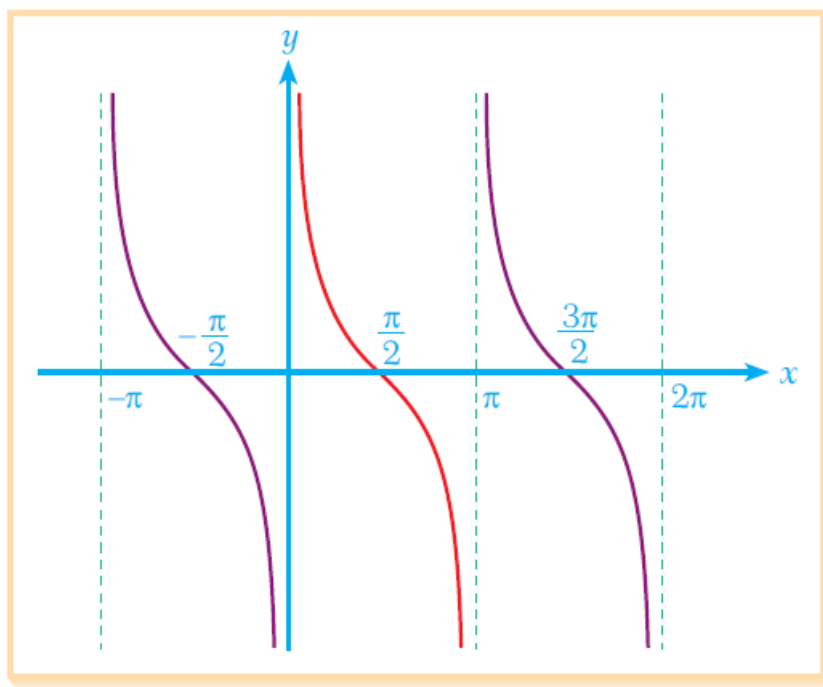
$$x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

(6) تابع $y = \tan x$ همواره متزايد است. بنابراین دارای نقطه اعظمی و اصغری مشخص نمی باشد.

گراف تابع $y = \cot x$:

می توانیم تابع $y = \cot x$ را به صورت $y = \frac{\cos x}{\sin x}$ بنویسیم، مطابق با این رابطه تابع $y = \frac{\cos x}{\sin x}$ در تمام نقاطی که سین آنها صفر باشد، تعریف نشده است. و یا به عبارت دیگر در نقاطی که $\sin$ آنها صفر باشد، تابع $\cot x$ دارای مجانب عمودی است. با توجه به مجانب های این تابع و قیمت گذاری تابع را در یک دوران مکمل رسم می کنیم.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \cot x$	$-\infty \infty$	0	$-\infty \infty$	0	$-\infty \infty$



نتایجی که از رسم گراف تابع $y = \cot x$ حاصل می شود، به صورت زیر است.

(1) دومین تابع $\cot$ تمام اعداد حقیقی به غیر از مقدار های که مخرج تابع یعنی $\sin$ زاویه ها مساوی به صفر باشد.

$$D_{\cot x} = \{x / x \in R, \sin x \neq 0\}$$

تمام زاویه های که سین آنها صفر است، از رابطه زیر به دست می آید.

$$x = k\pi$$

(2) رنج تابع $y = \cot x$ عبارت از تمام اعداد حقیقی است.

(3) تناوب تابع $y = \cot x$ عبارت از π یا 180 درجه است. یعنی بعد از هر π رادیان قیمت های تابع $\cot x$ تکرار می شود.

(4) این تابع در تمام مضارب تام π دارای مجانب عمودی است. یعنی در تمام زاویه های که $\sin$ آن زاویه ها صفر باشد، تابع $\cot x$ دارای مجانب عمودی است.

$$x = k\pi$$

(5) تابع $y = \cot x$ همواره متناقص است. بنابراین دارای نقطه اعظمی و اصغری مشخص نمی باشد.

(6) تابع $y = \cot x$ در تمام نقاطی که مضربی تاقی از $\pi/2$ باشد، مساوی با صفر است.

$$\cot(2k+1)\pi/2 = 0$$

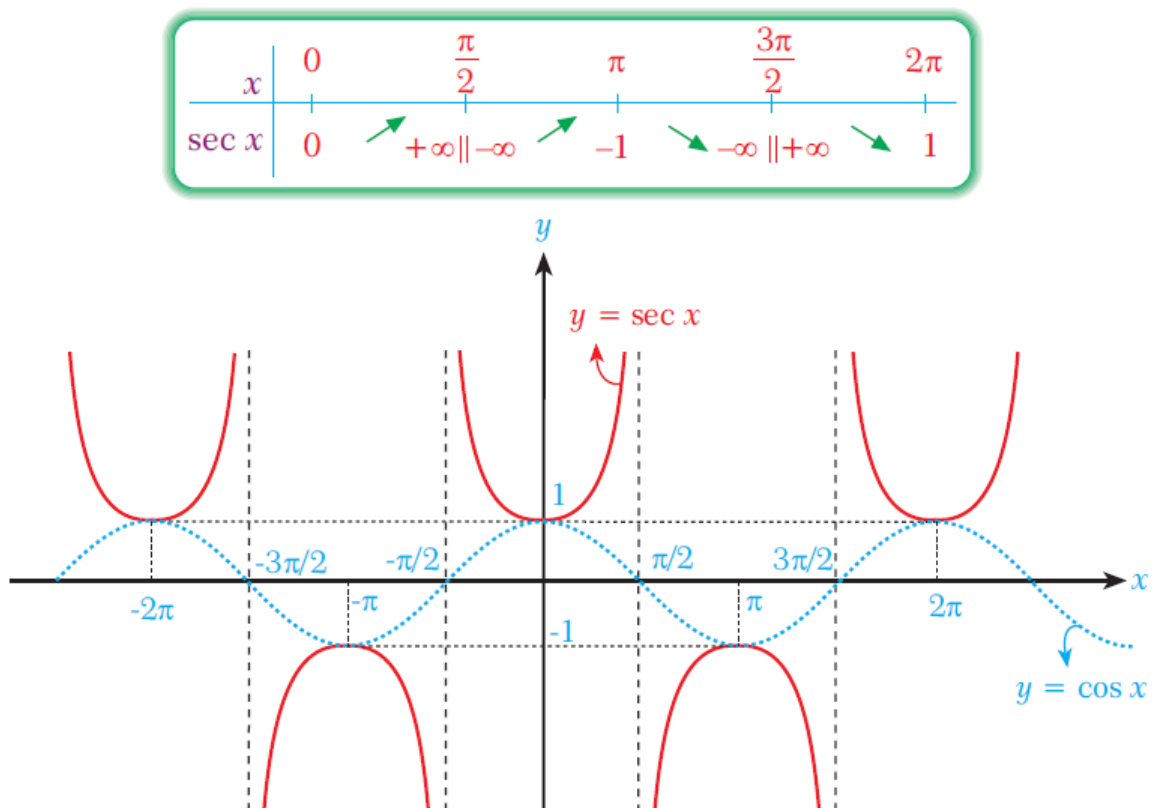
(7) این تابع یک تابع تاق می باشد. یعنی:

$$f(-x) = -f(x)$$

$$y = \tan x \rightarrow f(-x) = \tan(-x) = -\tan x = -f(x)$$

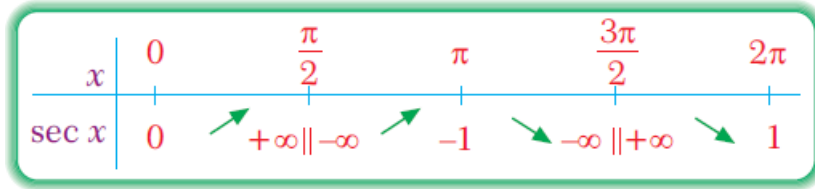
گراف تابع $y = \sec x$:

تابع $y = \sec x$ را میتوانیم به شکل $y = \frac{1}{\cos x}$ بنویسیم. بنابراین تابع $y = \sec x$ در تمام نقاطی که $\cos x = 0$ باشد، تعریف نشده است. بنابراین در تمام نقاطی که $\cos x = 0$ باشد، تابع دارای مجانب عمودی است. گراف تابع $y = \sec x$ را در یک دوران مکمل رسم می کنیم.



نتایجی که از رسم گراف تابع $y = \sec x$ حاصل می‌شود، به صورت زیر است.

- (1) اگر تحولات این تابع را در یک دوران مکمل بررسی کنیم، چنین نوشته می‌شود که این تابع در انتروال $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ و $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ متزاید و در انتروال $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ و $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ متناقص می‌باشد.



- (2) دومین این تابع تمام اعداد حقیقی به غیر از قیمت‌های است که $\cos$ آنها مساوی با صفر است.

$$D = \{x / x \in R, \cos x \neq 0\}$$

- (3) رنج این تابع تمام اعداد حقیقی به غیر از انتروال $(-1, 1)$ است. یعنی $\sec x$ نمیتواند بین 1 تا -1 قیمت بگیرد.

- (4) این تابع در تمام قیمت‌های که $\cos$ آنها مساوی به صفر است، دارای مجانب عمودی است و

$$\text{معادله مجانب‌های آن به صورت } x = (2k-1)\frac{\pi}{2} \text{ می‌باشد. } (k \in \mathbb{Z}).$$

- (5) پریود یا دوره تناوب این تابع 2π است.

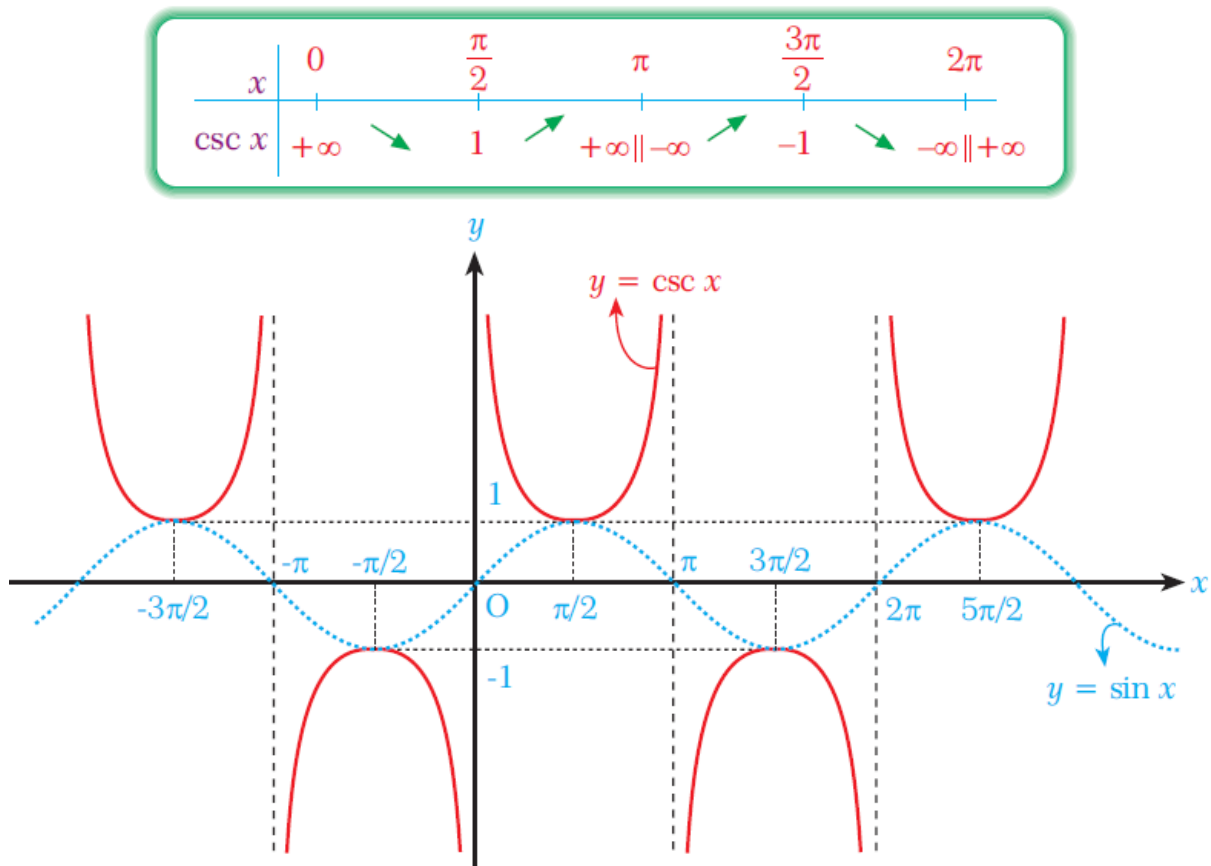
- (6) این تابع یک تابع جفت است.

$$f(-x) = f(x)$$

$$y = \frac{1}{\cos x} \rightarrow f(-x) = \frac{1}{\cos(-x)} = \frac{1}{\cos x} = \sec x = f(x)$$

گراف تابع $y = \csc x$:

تابع $y = \csc x$ را میتوانیم به شکل $y = \frac{1}{\sin x}$ بنویسیم. بنابراین تابع $y = \csc x$ در تمام نقاطی که $\sin x = 0$ باشد، تعریف نشده است. بنابراین در تمام نقاطی که $\sin x = 0$ باشد، تابع دارای مجانب عمودی است.



نتایجی که از رسم گراف تابع $y = \csc x$ حاصل می‌شود، به صورت زیر است.

(1) پریود یا دوره تناوب این تابع 2π است. یعنی بعد از هر 2π رادیان زاویه قیمت های CSC آنها تکرار می‌شود.

(2) دومین این تابع تمام اعداد حقیقی به غیر از قیمت های است که $\sin$ آنها مساوی با صفر است.

$$D = \{x / x \in R, \sin x \neq 0\}$$

تمام زاویه های که $\sin$ آنها صفر است مضربی تام از عدد π است.

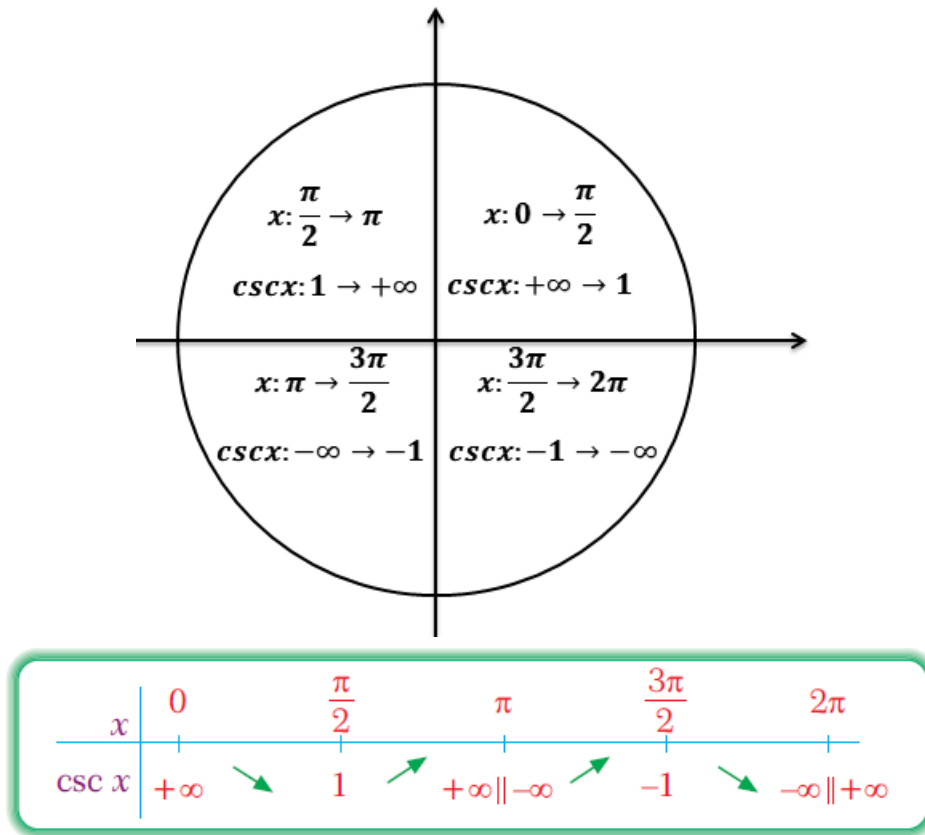
$$x = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

(3) رنج این تابع تمام اعداد حقیقی به غیر از انتروال $(-1, 1)$ است.

$$\text{Range} = IR - (-1, 1)$$

(4) این تابع در تمام قیمت های که $\sin$ آنها مساوی به صفر است، دارای مجانب عمودی است و معادله مجانب های آن به صورت $x = k\pi$ می باشد. ($k \in \mathbb{Z}$).

5) هرگاه این تابع را در چهار ربع دایره مثلثاتی در یک دوران مکمل بررسی کنیم، دیده می‌شود که این تابع در ربع اول و چهارم متناقص و در ربع دوم و سوم متزاید است.



چند نکته در مورد توابع مثلثاتی:

1) توابع متناوب توابعی هستند که قیمت آنها بعد از یک مقدار مشخص دوباره تکرار می‌شود. به این مقدار مشخص دوره تناوب و پریود تابع می‌گویند.

در توابع متناوب هرگاه به متحول تابع دوره تناوب آن را اضافه کنیم، در مقدار تابع یعنی $f(x)$ تغییری ایجاد نمی‌شود.

$$f(x+T) = f(x)$$

به طور مثال هرگاه به متحول تابع $f(x) = \sin x$ پریود آن یعنی 2π را علاوه کنیم، دوباره قیمت های ساین زاویه تکرار می‌شود.

$$f(x) = \sin x \rightarrow f(x+2\pi) = \sin(x+2\pi) = \sin x$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \sin x \\ f(x+2\pi) = \sin x \end{array} \right\} \Rightarrow f(2\pi+x) = f(x)$$

نکته: هرگاه T دوره تناوب تابع f باشد، تمام مضرب های T نیز دوره تناوب تابع f است. و باید توجه داشت که از بین تمام تناوب های ذکر شده کوچکترین قیمت مثبت آن را به عنوان تناوب اصلی تابع در نظر می گیریم.

(2) دوره تناوب توابع $\sin$ و $\cos$ برابر به 2π است. هرگاه در این دو تابع متحول x دارای ضریب

باشد، $(\cos bx, \sin bx)$ دوره تناوب آنها از رابطه $\frac{2\pi}{|b|}$ حاصل می شود.

$$y = \sin 2x \rightarrow \text{دوره تناوب} \rightarrow \frac{2\pi}{|2|} = \pi$$

$$y = \sin \frac{1}{2}x \rightarrow \text{دوره تناوب} \rightarrow \frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = 4\pi$$

نکته: هرگاه ضریب در توابع $(\cos bx, \sin bx)$ بزرگتر از یک باشد، دوره تناوب آن کوچکتر از 2π است و اگر $0 < |b| < 1$ باشد، دوره تناوب آن از 2π بزرگتر می باشد.

(3) دوره تناوب هریک از توابع $(\tan x, \cot x)$ برابر با π به طور کلی دوره تناوب $(\cot bx, \tan bx)$ برابر با $\frac{\pi}{|b|}$ است.

(4) دوره تناوب طاقت های جفت توابع $\cos bx, \sin bx$ برابر با $\frac{\pi}{|b|}$ است.

(5) دوره تناوب طاقت های تاق توابع $\cos bx, \sin bx$ برابر با $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

(6) دوره تناوب طاقت های تام (هم تاق و هم جفت) $\cot bx, \tan bx$ برابر با $\frac{\pi}{|b|}$ است.

(7) در توابع $y = a \cos bx, y = a \sin bx$ به قیمت $|a|$ دامنه یا امپلیتюд می گویند.

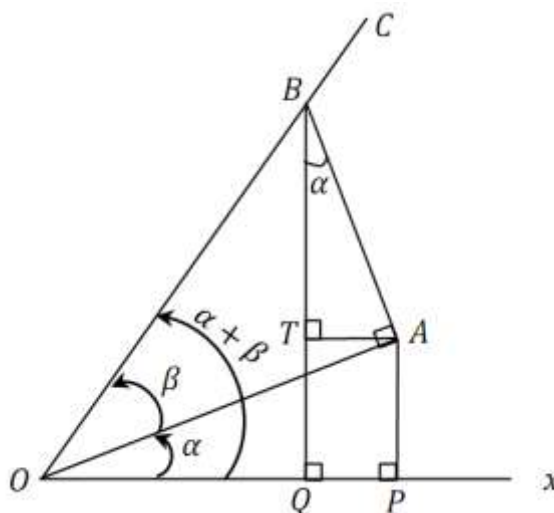
تطبیقات روابط مثلثاتی

محاسبه نسبتهای مثلثاتی مجموع و تفاضل دو زاویه $(\alpha \pm \beta)$:

-1

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

ثبوت:



$$\triangle OPA: \cos \alpha = \frac{OP}{OA} \Rightarrow OP = OA \cdot \cos \alpha, \sin \alpha = \frac{AP}{OA} \Rightarrow AP = OA \cdot \sin \alpha$$

$$\triangle BAT: \cos \alpha = \frac{BT}{AB} \Rightarrow BT = AB \cdot \cos \alpha, \sin \alpha = \frac{AT}{AB} \Rightarrow AT = AB \cdot \sin \alpha$$

$$\triangle OAB: \cos \beta = \frac{OA}{OB} \Rightarrow OA = OB \cdot \cos \beta, \sin \beta = \frac{AB}{OB} \Rightarrow AB = OB \cdot \sin \beta$$

$$OBQ \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{BQ}{OB} = \frac{QT + BT}{OB} = \frac{AB \cos \alpha + OA \sin \alpha}{OB}$$

$$= \frac{AB}{OB} \cdot \cos \alpha + \frac{OA}{OB} \cdot \sin \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

-2

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{OQ}{OB} = \frac{OP - QP}{OB} = \frac{OA \cos \alpha - AB \sin \alpha}{OB} = \frac{OA}{OB} \cos \alpha - \frac{AB}{OB} \sin \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \beta \cdot \cos \alpha - \sin \beta \cdot \sin \alpha$$

$$\boxed{\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha} \quad -3$$

ثبوت: هرگاه در رابطه $\sin(\alpha + \beta)$ به جای β مقدار $(-\beta)$ را جایگزین کنیم، رابطه فوق ثبوت می شود.

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha + (-\beta)) = \sin \alpha \cdot \cos(-\beta) - \sin(-\beta) \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\boxed{\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta} \quad -4$$

ثبوت: هرگاه در رابطه $\cos(\alpha + \beta)$ به جای β ، $(-\beta)$ را وضع کنیم رابطه ثبوت می شود.

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha + (-\beta)) = \cos \alpha \cdot \cos(-\beta) - \sin \alpha \cdot \sin(-\beta)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\boxed{\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}} \quad -5$$

ثبوت:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

صورت و مخرج کسر فوق را بر $\cos \alpha \cdot \cos \beta$ تقسیم می کنیم.

$$= \frac{\frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} + \frac{\sin \beta \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} - \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

$$\boxed{\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}} \quad -6$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \tan(\alpha + (-\beta)) = \frac{\tan \alpha + \tan(-\beta)}{1 - \tan \alpha \cdot \tan(-\beta)} \Rightarrow \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

$$\boxed{\cot(\alpha + \beta) = \frac{\cot \alpha \cdot \cot \beta - 1}{\cot \alpha + \cot \beta}} \quad -7$$

ثبوت:

$$\cot(\alpha + \beta) = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha}$$

حالا صورت و مخرج کسر فوق را به $\sin \alpha \cdot \sin \beta$ تقسیم می کنیم.

$$\begin{aligned} & \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} - \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{\cot \alpha \cdot \cot \beta - 1}{\cot \beta + \cot \alpha} \\ & = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} + \frac{\sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} \end{aligned}$$

-8

$$\cot(\alpha - \beta) = \frac{1 + \cot \alpha \cdot \cot \beta}{\cot \beta - \cot \alpha}$$

$$\cot(\alpha - \beta) = \cot(\alpha + (-\beta)) = \frac{\cot \alpha \cdot \cot(-\beta) - 1}{\cot \alpha + \cot(-\beta)}$$

$$\cot(\alpha - \beta) = \frac{-\cot \alpha \cdot \cot \beta - 1}{\cot \alpha - \cot \beta} \Rightarrow \cot(\alpha - \beta) = \frac{1 + \cot \alpha \cdot \cot \beta}{\cot \beta - \cot \alpha}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 15 درجه را دریافت کنید.

$$\begin{aligned} \sin 15 &= \sin(45 - 30) = \sin 45 \cdot \cos 30 - \sin 30 \cdot \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 15 &= \cos(45 - 30) = \cos 45 \cdot \cos 30 + \sin 45 \cdot \sin 30 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\tan 15 = \frac{\sin 15}{\cos 15} = \frac{\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}$$

$$\tan 15 = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

نسبت های مثلثاتی زاویه 105 درجه را دریافت کنید.

$$\begin{aligned} \sin(105) &= \sin(60 + 45) = \sin 60 \cdot \cos 45 + \sin 45 \cdot \cos 60 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(105) &= \cos(60 + 45) = \cos 60 \cdot \cos 45 - \sin 60 \cdot \sin 45 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

$$\tan 105 = \frac{\sin 105}{\cos 105} = \frac{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{6}}$$

$$\cot 105 = \frac{1}{\tan 105} = \frac{1}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

هر یک از مطابقت‌های زیر را انکشاف دهید.

$$\sin(2\alpha + \beta) = ? \quad \cos(\alpha - 3\beta) = ? \quad \tan(3\alpha - 2\beta) = ?$$

$$\sin(2\alpha + \beta) = \sin 2\alpha \cdot \cos \beta + \cos 2\alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - 3\beta) = \cos \alpha \cdot \cos 3\beta + \sin \alpha \cdot \sin 3\beta$$

جواب:

$$\tan(3\alpha - 2\beta) = \frac{\tan 3\alpha - \tan 2\beta}{1 + \tan 3\alpha \cdot \tan 2\beta}$$

$$\text{مثال: ثابت کنید که } \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x + \cos x$$

ثبوت: طرف چپ مساوات را انکشاف می‌دهیم تا به طرف چپ برسیم:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \left(\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) &= \sqrt{2} \left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \\ &= \sin x \cdot \frac{2}{2} + \cos x \cdot \frac{2}{2} = \sin x + \cos x \end{aligned}$$

مثال: ثبوت کنید که:

$$\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin x + \cos x$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= \sqrt{2} \left(\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \cos x \cdot \frac{2}{2} + \sin x \cdot \frac{2}{2} \\ &= \cos x + \sin x \end{aligned}$$

نکته:

$$\boxed{\begin{aligned} \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= \sin x + \cos x \\ \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= \sin x + \cos x \end{aligned}}$$

مثال: خلاصه شده عبارت $\sin(x + 30) + \cos(x + 60)$ کدام است؟

$$\sin(x + 30) + \cos(x + 60) = \sin x \cdot \cos 30 + \sin 30 \cdot \cos x + \cos x \cdot \cos 60 - \sin x \cdot \sin 60$$

$$= \sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos x \cdot \frac{1}{2} + \cos x \cdot \frac{1}{2} - \sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos x = \cos x$$

$$\sin 50 + \sqrt{3} \cos 50 = 2 \cos 20$$

ثبوت:

$$A = \sin 50 + \sqrt{3} \cos 50 \Rightarrow \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \sin 50 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 50$$

$$\frac{1}{2} A = \cos 60 \cdot \sin 50 + \sin 60 \cdot \cos 50 \Rightarrow \frac{1}{2} A = \sin (60 + 50)$$

$$\frac{1}{2} A = \sin 110 \Rightarrow \frac{1}{2} A = \sin (90 + 20) \Rightarrow \frac{1}{2} A = \cos 20$$

$$A = 2 \cos 20$$

$$\frac{1 - \tan 20}{1 + \tan 20} = \tan 25$$

مثال: ثابت کنید:

ثبوت:

$$\frac{1 - \tan 20}{1 + \tan 20} = \frac{\tan 45 - \tan 20}{1 + \tan 45 \cdot \tan 20} = \tan (45 - 20) = \tan 25$$

مثال: خلاصه شده عبارت $(\tan 35 + \tan 20) \cdot \sin 20$ کدام است؟

$$(\tan 35 + \tan 20) \cdot \sin 20 = \left(\frac{\sin 35}{\cos 35} + \frac{\sin 20}{\cos 20} \right) \sin 20$$

$$\left(\frac{\sin 35 \cdot \cos 20 + \sin 20 \cdot \cos 35}{\cos 35 \cdot \cos 20} \right) \cdot \sin 20 = \frac{\sin (35 + 20) \cdot \sin 20}{\cos 35 \cdot \cos 20}$$

$$= \frac{\sin 55 \cdot \sin 20}{\cos 35 \cdot \cos 20} \xrightarrow{\sin 55 = \cos 35} \frac{\cos 35 \cdot \sin 20}{\cos 35 \cdot \cos 20} = \tan 20$$

مثال: هرگاه $\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2}$ باشد حاصل $\sin x \cdot \cos x$ چقدر است؟

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x \cdot \sin 45 + \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

حالا اطراف مساوات را مربع می کنیم.

$$(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \Rightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$2 \sin x \cdot \cos x + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} - 1$$

$$2 \sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$$

محاسبه نسبت‌های مثلثاتی دو چند یک زاویه: (نسبت‌های مثلثاتی 2α از جنس α)

-1

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

ثبوت:

$$\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

-2

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

ثبوت:

$$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

-3 نسبت‌های $\cos 2\alpha$ از جنس $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ بصورت زیر است:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

ثبوت:

$$\left. \begin{array}{l} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \Rightarrow \boxed{\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha}$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

-4

ثبوت:

$$\tan 2\alpha = \tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \alpha} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$

-5

$$\cot 2\alpha = \cot(\alpha + \alpha) = \frac{\cot \alpha \cdot \cot \alpha - 1}{\cot \alpha + \cot \alpha} = \boxed{\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}}$$

دریافت نسبت‌های مثلثاتی $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$ از جنس $\tan \alpha$:

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

صورت و مخرج بر $\cos^2 \alpha$ تقسیم می‌شود:

$$\sin 2\alpha = \frac{\frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} \Rightarrow \boxed{\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}}$$

$$\boxed{\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}$$

ثبوت:

$$\boxed{\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}}$$

خلاصه فرمول‌های فوق:

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$	$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$	$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$
$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$	$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

مثال: نسبت‌های مثلثاتی 120° درجه را با استفاده از فرمول‌های دو چند زاویه دریافت کنید.

$$\sin 120 = \sin 2(60) \Rightarrow \sin 2 \cdot 60 = 2 \sin 60 \cdot \cos 60 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120 = \cos 2 \cdot 60 = \cos^2 60 - \sin^2 60 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 120 = \tan 2 \cdot 60 = \frac{2 \tan 60}{1 - \tan^2 60} = \frac{2\sqrt{3}}{1 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}$$

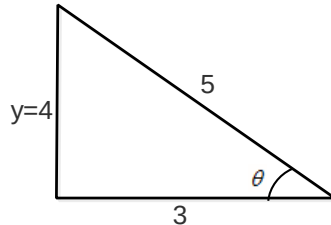
$$\cot x + \tan x = \frac{2}{\sin 2x}$$

مثال: ثابت کنید:

$$\begin{aligned}\cot x + \tan x &= \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \\ &= \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{2}{2 \sin x \cdot \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}\end{aligned}$$

ثبوت:

مثال: اگر $\cos \theta = \frac{3}{5}$ باشد و θ در ناحیه اول قرار داشته باشد تمام نسبت‌های مثلثاتی 2θ را دریافت کنید.



$$\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{4}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{3}{4}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta \Rightarrow \sin 2\theta = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos 2\theta = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{7}{25}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \cdot \frac{4}{3}}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{9-16}{9}} = \frac{\frac{8}{3}}{-\frac{7}{9}} = -\frac{24}{7}$$

مثال: حاصل عبارت $\frac{2 \sin 20 - \sin 40}{2 \sin 20 + \sin 40}$ کدام است؟

$$\frac{2 \sin 20 - 2 \sin 20 \cdot \cos 20}{2 \sin 20 + 2 \sin 20 \cdot \cos 20} = \frac{2 \sin^2 10}{2 \cos^2 10} = \tan^2 10$$

مثال: حاصل عبارت $\sin 2x \cdot \cot x - \tan x \cdot \sin 2x$ کدام است؟

$$\sin 2x \cdot \cot x - \tan x \cdot \sin 2x = \sin 2x (\cot x - \tan x)$$

$$\sin 2x \left(\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} \right) = \sin 2x \left(\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \right)$$

$$= 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = 2 \cos 2x$$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\sin 30}{\sin 10} - \frac{\cos 30}{\cos 10}$ کدام است؟

$$\frac{\sin 30}{\sin 10} - \frac{\cos 30}{\cos 10} = \frac{\sin 30 \cdot \cos 10 - \cos 30 \cdot \sin 10}{\sin 10 \cdot \cos 10} = \frac{\sin(30-10)}{\sin 10 \cdot \cos 10}$$

$$\frac{\sin 20}{\sin 10 \cdot \cos 10} = \frac{2 \sin 10 \cdot \cos 10}{\sin 10 \cdot \cos 10} = 2$$

مثال: هرگاه $\tan \theta = \frac{3}{4}$ باشد حاصل $\sin 2\theta$ و $\cos 2\theta$ را دریافت کنید.

$$\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{2 \cdot 3/4}{1 + (3/4)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{16+9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{25}{16}} = \frac{3 \cdot 16}{2 \cdot 25} = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{16-9}{16}}{\frac{16+9}{16}} = \frac{7}{25}$$

مثال: حاصل عبارت $\frac{1}{\sin 2x} + \cot 2x$ کدام است؟

$$\frac{1}{\sin 2x} + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 + 2\cos^2 x - 1}{2\sin x \cos x} = \frac{2\cos^2 x}{2\sin x \cdot \cos x} = \cot x$$

مثال: هرگاه $\tan(a-b) = \frac{1}{2}$ و $\tan(a+b) = \frac{2}{3}$ حاصل $\tan 2a$ را دریافت کنید.

$$\alpha = a - b \quad \beta = a + b \quad \tan \alpha = \frac{1}{2} \quad \tan \beta = \frac{2}{3}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \Rightarrow \tan(a - b + a + b) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}$$

$$\tan 2a = \frac{\frac{3+4}{6}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 6} = \frac{7}{4}$$

دریافت نسبت‌های مثلثاتی $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ از جنس $\cos 2\alpha$:

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos 2\alpha + 1 = 2\cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \boxed{\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow 2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \boxed{\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}}{\sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}} = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}} \Rightarrow \boxed{\tan \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}}}$$

دریافت نسبت‌های مثلثاتی زاویه (α) از جنس زاویه $(\frac{\alpha}{2})$:

$$\sin \alpha = 2 \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2 \quad -1$$

$$\sin \alpha = \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) = \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

ثبوت:

$$\sin \alpha = 2 \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \alpha/2 - \sin^2 \alpha/2 \quad -2$$

$$\cos \alpha = \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) = \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \left(1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right)$$

ثبوت:

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos \alpha = 1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha/2$$

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \alpha/2}{1 - \tan^2 \alpha/2} \quad -3$$

$$\tan \alpha = \tan \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{2} + \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2 \tan \alpha/2}{1 - \tan^2 \alpha/2}$$

ثبوت:

دریافت نسبت‌های مثلثاتی نصف زاویه $(\alpha/2)$ از جنس نسبت‌های مثلثاتی α :

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad -1$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

ثبوت:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad -2$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \Rightarrow \cos \alpha + 1 = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \Rightarrow \boxed{\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}}$$

ثبوت:

$$\boxed{\tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}}$$

-3

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha / 2}{\cos \alpha / 2} = \frac{\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}}{\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

ثبوت:

$$\boxed{\cot \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}}$$

-4

محاسبه نسبت‌های مثلثاتی سه چند یک زاویه (نسبت‌های مثلثاتی 3α از جنس α):

$$\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

ثبوت:

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha \\ &= (2\sin \alpha \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \alpha + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \sin \alpha \\ &= 2\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \sin \alpha \\ &= 2\sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + (1 - 2\sin^2 \alpha) \cdot \sin \alpha \\ &= 2\sin \alpha - 2\sin^3 \alpha + \sin \alpha - 2\sin^3 \alpha \\ &= 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha \end{aligned}$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \cos 3\alpha &= \cos(2\alpha + \alpha) = \cos 2\alpha \cdot \cos \alpha - \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha \\ &= (2\cos^2 \alpha - 1) \cdot \cos \alpha - (2\sin \alpha \cdot \cos \alpha) \cdot \sin \alpha \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2(1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cos \alpha \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2\cos \alpha + 2\cos^3 \alpha \\ &= 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \end{aligned}$$

$$\tan 3\alpha = \frac{3\tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3\tan^2 \alpha}$$

ثبوت:

$$\tan 3\alpha = \tan(2\alpha + \alpha) = \frac{\tan^2 2\alpha + \tan \alpha}{1 - \tan 2\alpha \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} + \tan \alpha}{1 - \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{2\tan \alpha + \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}}{\frac{1 - \tan^2 \alpha - 2\tan^2 \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}} = \frac{3\tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3\tan^2 \alpha}$$

$$\cot 3\alpha = \frac{\cot^3 \alpha - 3\cot \alpha}{3\cot^2 \alpha - 1} \quad \text{or} \quad \cot 3\alpha = \frac{3\cot \alpha - \cot^3 \alpha}{1 - 3\cot^2 \alpha}$$

مثال: نسبت های مثلثاتی 30 درجه را از جنس 60 درجه دریافت کنید.

$$\sin 30 = \sqrt{\frac{1 - \cos 60}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30 = \sqrt{\frac{1 + \cos 60}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30 = \sqrt{\frac{1 - \cos 60}{1 + \cos 60}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

مثال: هر گاه $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ باشد قیمت $\cos \frac{\theta}{2}$ کدام است؟ $180 < \theta < 270$

$$x^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{R} \Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \Rightarrow \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{5}}{3}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{3 + \sqrt{5}}{3}}{2}} = -\sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{6}}$$

چون $180 < \theta < 270$ است بنابراین $\frac{180}{2} < \frac{\theta}{2} < \frac{270}{2}$ و یا $90 < \frac{\theta}{2} < 135$ است. چون $\frac{\theta}{2}$ در ربع دوم قرار

دارد پس قیمت $\cos \frac{\theta}{2}$ مقدار منفی می شود.

مثال: هر گاه مقدار $\cos \theta = \frac{4}{5}$ و ضلع دوم آن در ربع اول باشد قیمت های $\sin \frac{\theta}{2}$ و $\cos \frac{\theta}{2}$ و $\tan \frac{\theta}{2}$ را دریافت کنید.

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{4}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{4}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{9}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{4}{5}}{1 + \frac{4}{5}}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

مثال: نشان دهید که: $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$

$$\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = \frac{\sin 3\theta \cdot \cos \theta - \cos 3\theta \cdot \sin \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{\sin(3\theta - \theta)}{\sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{\sin 2\theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{2 \cancel{\sin \theta} \cdot \cos \theta}{\cancel{\sin \theta} \cdot \cos \theta} = 2$$

مثال: حاصل عبارت $4\cos^3 20 - 3\sin 70$ کدام است؟

$$4\cos^3 20 - 3\sin 70 \xrightarrow{\sin 70 = \cos 20} 4\cos^3 20 - 3\cos 20 = \cos 3 \cdot 20 = \cos 60 = \frac{1}{2}$$

مثال: حاصل عبارت $4\cos^3 75 - 3\sin 15$ کدام است؟

$$4\cos^3 75 - 3\sin 15 = 4\sin^3 15 - 3\sin 15 = -(3\sin 15 - 4\sin^3 15) = -\sin 3 \cdot 15 = -\sin 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

مثال: ثابت کنید: $\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x$

$$\cos 4x = \cos 2 \cdot 2x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = 1 - \sin^2 2x - \sin^2 2x \Rightarrow \cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x$$

مثال: حاصل $\cos 70(1 + 2\cos 40)$ کدام است؟

$$\cos 40 = \cos 2 \cdot 20 = 1 - 2\sin^2 20$$

$$\cos 70(1 + 2(1 - 2\sin^2 20)) = \cos 70(1 + 2 - 4\sin^2 20) \xrightarrow{\cos 70 = \sin 20} \sin 20(3 - 4\sin^2 20)$$

$$= 3\sin 20 - 4\sin^3 20 = \sin 3 \cdot 20 = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مثال: حاصل عبارت $\left(8\sin^3 \frac{\pi}{36} - 6\sin \frac{\pi}{36}\right)\left(8\cos^3 \frac{\pi}{36} - 6\cos \frac{\pi}{36}\right)$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \left(8\sin^3 \frac{\pi}{36} - 6\sin \frac{\pi}{36}\right)\left(8\cos^3 \frac{\pi}{36} - 6\cos \frac{\pi}{36}\right) = (-2)\left(3\sin \frac{\pi}{36} - 4\sin^3 \frac{\pi}{36}\right) \cdot (2)\left(4\cos^3 \frac{\pi}{36} - 3\cos \frac{\pi}{36}\right) \\ & = (-2)\sin 3\frac{\pi}{36} \cdot \cos 3\frac{\pi}{36} = -2\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = -\sin 2 \cdot \frac{\pi}{12} = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

نسبت های مثلثاتی $(\alpha + \beta + \gamma)$:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta + \gamma) &= \sin[\alpha + (\beta + \gamma)] = \sin \alpha \cdot \cos(\beta + \gamma) + \cos \alpha \cdot \sin(\beta + \gamma) \\ &= \sin \alpha \cdot [\cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \beta \cdot \sin \gamma] + \cos \alpha \cdot [\sin \beta \cdot \cos \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \beta] \\ &= \boxed{\sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta + \gamma) &= \cos[\alpha + (\beta + \gamma)] = \cos \alpha \cdot \cos(\beta + \gamma) - \sin \alpha \cdot \sin(\beta + \gamma) \\ &= \cos \alpha \cdot [\cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \beta \cdot \sin \gamma] - \sin \alpha \cdot [\sin \beta \cdot \cos \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \beta] \\ &= \boxed{\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan(\alpha + \beta + \gamma) &= \tan[\alpha + (\beta + \gamma)] = \frac{\tan \alpha + \tan(\beta + \gamma)}{1 - \tan \alpha \cdot \tan(\beta + \gamma)} = \frac{\tan \alpha + \frac{\tan \beta + \tan \gamma}{1 - \tan \beta \cdot \tan \gamma}}{1 - \tan \alpha \cdot \frac{\tan \beta + \tan \gamma}{1 - \tan \beta \cdot \tan \gamma}} \\ &= \frac{\frac{\tan \alpha - \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma + \tan \beta + \tan \gamma}{1 - \tan \beta \cdot \tan \gamma}}{1 - \tan \beta \cdot \tan \gamma - \tan \alpha \cdot \tan \beta - \tan \alpha \cdot \tan \gamma} \\ &= \frac{\tan \alpha - \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma + \tan \beta + \tan \gamma}{1 - \tan \beta \cdot \tan \gamma - \tan \alpha \cdot \tan \beta - \tan \alpha \cdot \tan \gamma} \\ \Rightarrow \tan(\alpha + \beta + \gamma) &= \boxed{\frac{\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma - \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta - \tan \beta \cdot \tan \gamma - \tan \alpha \cdot \tan \gamma}} \end{aligned}$$

تبدیل نمودن مجموع و تفاضل نسبت های مثلثاتی زاویه ها به حاصل ضرب:

هر گاه $p = \alpha + \beta$ و $q = \alpha - \beta$ باشد در این صورت روابط زیر برقرار است:

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2} \quad \dots(1)$$

ثبوت:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

طرفین هر دو مساوات را با یکدیگر جمع می کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = p \\ \alpha - \beta = q \end{array} \right\} 2\alpha = p + q \Rightarrow \alpha = \frac{p+q}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = p \\ \alpha - \beta = q \end{array} \right\} 2\beta = p - q \Rightarrow \beta = \frac{p-q}{2}$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\boxed{\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}} \quad \dots(2)$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha - (\sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha)$$

$$= \cancel{\sin \alpha \cdot \cos \beta} + \sin \beta \cdot \cos \alpha - \cancel{\sin \alpha \cdot \cos \beta} + \sin \beta \cdot \cos \alpha = 2 \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\boxed{\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}} \quad \dots(3)$$

$$\cos p + \cos q = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \cancel{\sin \alpha \cdot \sin \beta} + \cos \alpha \cdot \cos \beta + \cancel{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\boxed{\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}} \quad \dots(4)$$

$$\cos p + \cos q = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta - (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta)$$

$$= \cancel{\cos \alpha \cdot \cos \beta} - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cancel{\cos \alpha \cdot \cos \beta} - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos p + \cos q = -2 \sin \alpha \cdot \sin \beta \Rightarrow \cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\boxed{\tan p \pm \tan q = \frac{\sin(p \pm q)}{\cos p \cdot \cos q}} \quad \dots(5)$$

$$\tan p \pm \tan q = \frac{\sin p}{\cos p} \pm \frac{\sin q}{\cos q} = \frac{\sin p \cdot \cos q \pm \sin q \cdot \cos p}{\cos p \cdot \cos q} = \frac{\sin(p \pm q)}{\cos p \cdot \cos q}$$

$$\boxed{\cot p + \cot q = \frac{\sin(p+q)}{\sin p \cdot \sin q}} \quad \dots(6)$$

$$\cot p + \cot q = \frac{\cos p}{\sin p} + \frac{\cos q}{\sin q} = \frac{\cos p \cdot \sin q + \sin p \cdot \cos q}{\sin p \cdot \sin q} = \frac{\sin(p+q)}{\sin p \cdot \sin q}$$

$$\boxed{\cot p - \cot q = \frac{\sin(q-p)}{\sin p \cdot \sin q}} \quad \dots(7)$$

$$\cot p - \cot q = \frac{\cos p}{\sin p} - \frac{\cos q}{\sin q} = \frac{\sin q \cdot \cos p - \cos q \cdot \sin p}{\sin p \cdot \sin q} = \frac{\sin(q-p)}{\sin p \cdot \sin q}$$

مثال: ثابت کنید: $\frac{\sin 7\theta + \sin 3\theta}{\cos 7\theta + \cos 3\theta} = \tan 5\theta$

$$\frac{\sin 7\theta + \sin 3\theta}{\cos 7\theta + \cos 3\theta} = \frac{2 \sin \frac{7\theta+3\theta}{2} \cdot \cos \frac{7\theta-3\theta}{2}}{2 \cos \frac{7\theta+3\theta}{2} \cdot \cos \frac{7\theta-3\theta}{2}} = \frac{\sin 5\theta}{\cos 5\theta} = \tan 5\theta$$

مثال: نشان دهید: $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cdot \cos x$

$$\sin 3x + \sin x = 2 \sin \frac{3x+x}{2} \cdot \cos \frac{3x-x}{2} = 2 \sin 2x \cdot \cos x$$

مثال: نشان دهید که: $\frac{\cos 2\theta - \cos 2\beta}{\sin 2\theta + \sin 2\beta} = \tan(\beta - \theta)$

$$\begin{aligned} \frac{\cos 2\theta - \cos 2\beta}{\sin 2\theta + \sin 2\beta} &= \frac{-2 \sin \frac{2\theta+2\beta}{2} \cdot \sin \frac{2\theta-2\beta}{2}}{2 \sin \frac{2\theta+2\beta}{2} \cdot \cos \frac{2\theta-2\beta}{2}} = \frac{-2 \sin(\theta+\beta) \cdot \sin(\theta-\beta)}{2 \sin(\theta+\beta) \cdot \cos(\theta-\beta)} \\ &= -\frac{\sin(\theta-\beta)}{\cos(\theta-\beta)} = -\tan(\theta-\beta) = \tan(\beta-\theta) \end{aligned}$$

مثال: حاصل عبارت $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$ را دریافت کنید.

$$\cos 75^\circ - \cos 15^\circ = -2 \sin \frac{75^\circ+15^\circ}{2} \cdot \sin \frac{75^\circ-15^\circ}{2} = -2 \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

مثال: اگر $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ باشد حاصل $\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha}$ را دریافت کنید.

$$\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} = \frac{2 \sin \left(\frac{3\alpha - \alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{3\alpha + \alpha}{2} \right)}{-2 \sin \left(\frac{\alpha - 3\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\alpha + 3\alpha}{2} \right)} = \frac{\cancel{2 \sin \alpha} \cdot \cos 2\alpha}{\cancel{2 \sin \alpha} \cdot \sin 2\alpha} = \cot 2\alpha$$

$$\cot 2\alpha = \frac{1}{\tan 2\alpha} = \frac{1}{\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}} = \frac{1 - 2 \tan^2 \alpha}{2 \tan \alpha} = \frac{1 - \left(\frac{1}{2} \right)^2}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\sin 20 + \sin 40 + \cos 50}{\cos 20}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} \frac{\sin 20 + \sin 40 + \cos 50}{\cos 20} &= \frac{2 \sin \frac{20+40}{2} \cdot \cos \frac{20-40}{2} + \cos 50}{\cos 20} = \frac{2 \sin 30 \cdot \cos(-10) + \cos 50}{\cos 20} \\ &= \frac{\cos 10 + \cos 50}{\cos 20} = \frac{2 \cos \frac{10+50}{2} \cdot \cos \frac{10-50}{2}}{\cos 20} = \frac{2 \cos 30 \cdot \cos(-20)}{\cancel{\cos 20}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

مثال: حاصل عبارت $1 - \cos 20 + \cos 40$ کدام است؟

$$1 - \cos 20 + \cos 40 = 1 - \cos 80 \quad (4) \quad \sin 80 \quad (3) \quad 2 \cos^2 40 \quad (2) \quad 2 \sin^2 40 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 1 - \cos 20 + \cos 40 &= 1 - (\cos 20 - \cos 40) = 1 + (\cos 40 - \cos 20) = 1 + \left(-2 \sin \frac{40+20}{2} \cdot \sin \frac{40-20}{2} \right) \\ &= 1 - 2 \sin 30 \cdot \sin 10 = 1 - \sin 10 \xrightarrow{\sin 10 = \cos 80} 1 - \cos 80 = 2 \sin^2 40 \end{aligned}$$

مثال: حاصل عبارت $\sin 15 - \cos 15$ کدام است؟

$$\sin 15 = \cos 75$$

$$\cos 75 - \cos 15 = -2 \sin \frac{75+15}{2} \cdot \sin \frac{75-15}{2} = -2 \sin 45 \cdot \sin 30 = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

مثال: حاصل عبارت $(\tan 35 + \tan 20) \cdot \sin 20$ را دریافت کنید.

$$(\tan 35 + \tan 20) \cdot \sin 20 = \frac{\sin(35+20)}{\cos 35 \cdot \cos 20} \cdot \sin 20 = \frac{\cancel{\sin 55} \cdot \sin 20}{\cancel{\cos 35} \cdot \cos 20} \xrightarrow{\sin 55 = \cos 35} \frac{\sin 20}{\cos 20} = \tan 20$$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\cot 10^\circ - \cot 80^\circ}{\tan 80^\circ + \tan 10^\circ}$ را دریافت کنید:

$$\frac{\cot 10^\circ - \cot 80^\circ}{\tan 80^\circ + \tan 10^\circ} = \frac{\frac{\sin(80-10)}{\sin 10 \cdot \sin 80}}{\frac{\sin(80+10)}{\cos 10 \cdot \cos 80}} = \frac{\sin 70 \cdot \cos 10 \cdot \cos 80}{\sin 90 \cdot \sin 10 \cdot \sin 80} \xrightarrow[\cos 80 = \sin 10]{\cos 10 = \sin 80} \frac{\sin 70}{1} = \sin 70 = \cos 20$$

تبدیل حاصل ضرب نسبت های مثلثاتی به حاصل جمع و تفاضل نسبت ها:

$$\boxed{1} \quad \sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)]$$

ثبوت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)] &= \frac{1}{2} [\sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A + \sin A \cdot \cos B - \sin B \cdot \cos A] \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \sin A \cdot \cos B = \sin A \cdot \cos B \end{aligned}$$

$$\boxed{2} \quad \cos A \cdot \sin B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) - \sin(A-B)]$$

ثبوت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A - (\sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B)] \\ \frac{1}{2} [\sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A - \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B] \\ \frac{1}{2} \cdot 2 \sin B \cdot \cos A = \sin B \cdot \cos A \end{aligned}$$

$$\boxed{3} \quad \cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A+B) + \cos(A-B)]$$

ثبوت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\cos(A+B) + \cos(A-B)] &= \frac{1}{2} [\cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B + \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B] \\ \frac{1}{2} \cdot 2 \cos A \cdot \cos B &= \cos A \cdot \cos B \end{aligned}$$

$$\boxed{4} \quad \sin A \cdot \sin B = -\frac{1}{2} [\cos(A+B) - \cos(A-B)]$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} [\cos(A+B) - \cos(A-B)] &= -\frac{1}{2} [\cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B - (\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B)] \\ &= -\frac{1}{2} [\cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B - \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B] \\ &= -\frac{1}{2} (-2 \sin A \cdot \sin B) = \sin A \cdot \sin B \end{aligned}$$

مثال: در هر یک از موارد زیر حاصل ضرب نسبت های مثلثاتی را به حاصل جمع آن تبدیل کنید:

- 1) $2 \cos 95 \cdot \sin 13 = 2 \cdot \frac{1}{2} [\sin(95+13) - \sin(95-13)] = \sin 108 - \sin 82$
- 2) $\cos 38 \cdot \cos 61 = \frac{1}{2} [\cos(38+61) + \cos(38-61)] = \frac{1}{2} [\cos 99 + \cos 23]$
- 3) $\cos 34 \cdot \sin 28 = \frac{1}{2} [\sin(34+28) - \sin(34-28)] = \frac{1}{2} [\sin 62 - \sin 6]$
- 4) $\sin 10\theta \cdot \cos 4\theta = \frac{1}{2} [\sin(10\theta+4\theta) + \sin(10\theta-4\theta)] = \frac{1}{2} [\sin 14\theta + \sin 6\theta]$

مثال: حاصل عبارت $\cos 165^\circ \cdot \cos 105^\circ$ را دریافت کنید:

$$\begin{aligned} \cos 165 \cdot \cos 105 &= \frac{1}{2} [\cos(165+105) + \cos(165-105)] \\ &= \frac{1}{2} (\cos 270 + \cos 60) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\sin 80^\circ - 2 \sin 10^\circ \cdot \sin 20^\circ}{2 \cos 40^\circ \cdot \cos 10^\circ - \cos 50^\circ}$ را دریافت کنید:

$$\begin{aligned} \frac{\sin 80 - 2 \sin 10 \cdot \sin 20}{2 \cos 40 \cdot \cos 10 - \cos 50} &= \frac{\sin 80 - 2 \left(\frac{1}{2} (\cos(20-10) - \cos(20+10)) \right)}{2 \left(\frac{1}{2} [\cos(40+10) + \cos(40-10)] \right) - \cos 50} \\ &= \frac{\sin 80 - (\cos 10 - \cos 30)}{\cos 50 \cdot \cos 30 - \cos 50} = \frac{\sin 80 - \cos 10 + \cos 30}{\cos 30} \xrightarrow{\sin 80 = \cos 10} \frac{\cos 30}{\cos 30} = 1 \end{aligned}$$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\cos 3\alpha + \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha}{\sin 3\alpha - \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha}$ را دریافت کنید:

این سوال را می توان به دو روش محاسبه نمود:

روش اول:

$$\frac{\cos 3\alpha - \frac{1}{2} [\cos 3\alpha - \cos \alpha]}{\sin 3\alpha - \frac{1}{2} [\sin 3\alpha + \sin \alpha]} = \frac{\frac{1}{2} \cos 3\alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha}{\frac{1}{2} \sin 3\alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha} = \frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha} = \cot \alpha$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} \frac{\cos(2\alpha + \alpha) + \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha}{\sin(2\alpha + \alpha) - \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha} &= \frac{\cos 2\alpha \cdot \cos \alpha - \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha + \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha}{\sin 2\alpha \cdot \cos \alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha - \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha} \\ &= \frac{\cos 2\alpha \cdot \cos \alpha}{\cos 2\alpha \cdot \sin \alpha} = \cot \alpha \end{aligned}$$

حل مثلث‌ها

حل مثلث قائم الزاویه: به طور عمومی منظور از حل یک مثلث دریافت اجزای نامعلوم مثلث با توجه

به اجزای معلوم مثلث می باشد، برای حل مثلث های قائم الزاویه می توان از قضیه فیثاغورث و تعریف

نسبت های مثلثاتی استفاده نمود و اجزای نامعلوم مثلث را دریافت کرد:

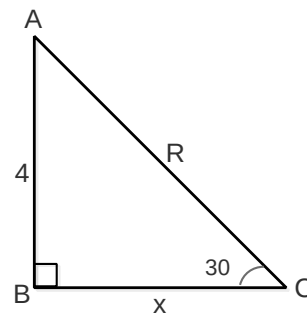
مثال: هر یک از مثلث های قائم الزاویه زیر را حل کنید:

$$\sin 30 = \frac{AB}{R} \Rightarrow R = \frac{AB}{\sin 30} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8 \text{ cm}$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$BC^2 = R^2 - 4^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$$

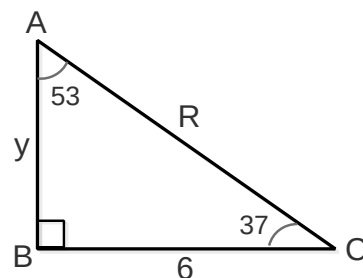
$$BC = \sqrt{48}$$



$$\cos 37 = \frac{BC}{R} \Rightarrow R = \frac{BC}{\cos 37} = \frac{6}{0.8} = 7.5$$

$$\sin 37 = \frac{AB}{R} \Rightarrow AB = R \cdot \sin 37$$

$$AB = 7.5 \times 0.6 = 4.5$$

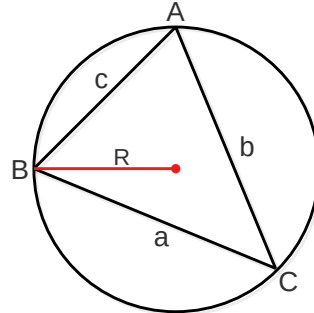
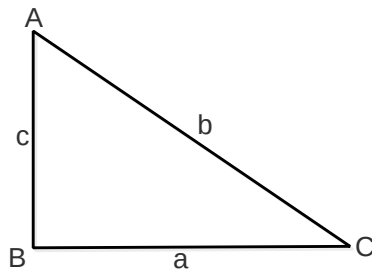


قانون ساین:

هرگاه A, B, C زاویه های رأس یک مثلث و a, b, c طول اضلاع مقابل زاویه های رأس باشند و R

شعاع دایره محیطی این مثلث باشد، قانون ساین به صورت $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ و یا

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{1}{2R} \text{ تعریف می شود.}$$

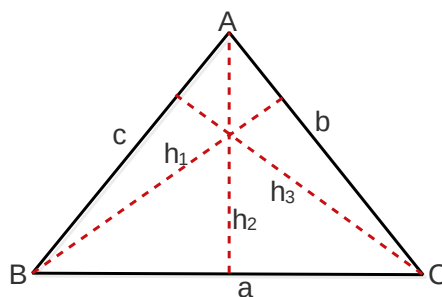


ثبوت: مطابق شکل در مثلث ABC هر سه ارتفاع مثلث را رسم می کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \sin A = \frac{h_2}{c} \Rightarrow h_2 = c \cdot \sin A \\ \sin C = \frac{h_2}{a} \Rightarrow h_2 = a \cdot \sin C \end{array} \right\} c \cdot \sin A = a \cdot \sin C \Rightarrow \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin B = \frac{h_1}{c} \Rightarrow h_1 = c \cdot \sin B \\ \sin C = \frac{h_1}{b} \Rightarrow h_1 = b \cdot \sin C \end{array} \right\} c \cdot \sin B = b \cdot \sin C \Rightarrow \frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$$

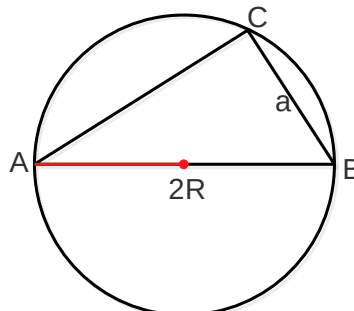
$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}}$$



مقدار تناسب فوق برابر با مقدار ثابت $2R$ است، با توجه به شکل مقابل:

$$\sin A = \frac{a}{2R} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = 2R$$

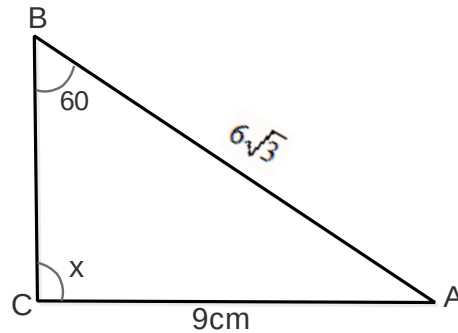
$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R}$$



مثال: در شکل مقابل اندازه زاویه C ، زاویه A و طول a را دریافت کنید:

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{9}{\sin 60^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin C}$$

$$\sin C = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 6\sqrt{3}}{9} = 1 \Rightarrow C = 90^\circ$$



با توجه به شکل فوق اندازه زاویه $A = 30^\circ$ می باشد.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{9}{\sin 60^\circ} \Rightarrow a = \frac{9 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{9 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3\sqrt{3}$$

قانون کوساین:

در هر مثلث کیفی روابطی که بین اضلاع و کوساین (cos) زاویه های داخلی آنها بصورت زیر برقرار باشد، بنام قانون کوساین یاد می گردد.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

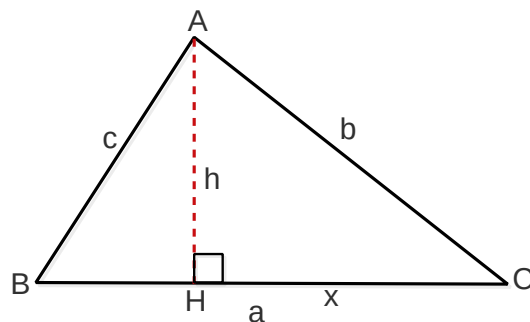
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

ثبوت:

$$c^2 = h^2 + BH^2 \Rightarrow c^2 = h^2 + (a-x)^2$$

$$c^2 = a^2 + \underbrace{h^2 + x^2}_{b^2} - 2ax$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ax$$



در مثلث AHC داریم که:

$$\cos C = \frac{x}{b} \Rightarrow x = b \cdot \cos C$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C}$$

نکته: روابط مربوط به قانون کوساین بصورت زیر نیز ارائه می شود:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

نکته: از قانون کوساین و قانون سین برای حل مثلث های کیفی می توان استفاده نمود.

در حل مثلث ها به نکات زیر توجه کنید:

- 1- هرگاه سه ضلع از یک مثلث معلوم باشد، و زاویه های آن خواسته شده باشد از قضیه کوساین برای دریافت زاویه ها می توان استفاده کرد. با دریافت یک زاویه می توان از قضیه سین استفاده و دو زاویه دیگر را دریافت کنیم.
- 2- هرگاه دو زاویه به همراه یک ضلع از یک مثلث معلوم باشد، می توان از قضیه سین برای معلوم کردن اجزای نامعلوم استفاده نمود.
- 3- هرگاه دو ضلع و یک زاویه آن مشخص باشد برای حل مثلث از تطبیق قضیه کوساین استفاده می کنیم و سپس می توانیم قضیه سین را تطبیق و دیگر اجزای مثلث را دریافت کنیم.
- 4- هرگاه فقط سه زاویه یک مثلث مشخص باشد، مثلث حل مشخص ندارد.

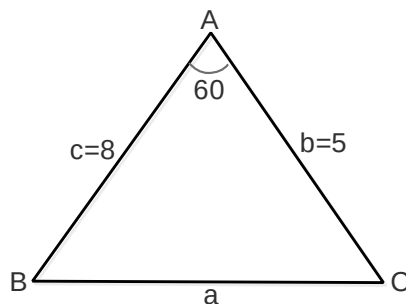
مثال: مثلث مقابل را حل کنید:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \Rightarrow a^2 = 25 + 64 - 80 \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 89 - \frac{1}{2} \cdot 80 \Rightarrow a^2 = 49 \Rightarrow a = 7$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a} = \frac{8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{7} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\sin C = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$



مثال: مثلث مقابل را حل کنید:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

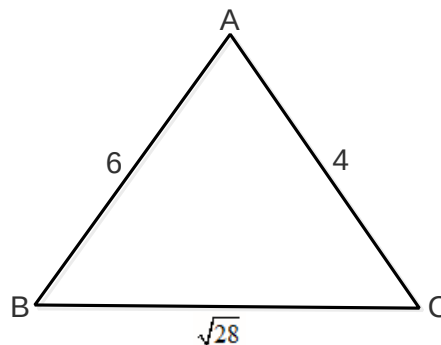
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{16 + 36 - 28}{2 \cdot 4 \cdot 6}$$

$$\cos A = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sqrt{28}}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\sin B}$$

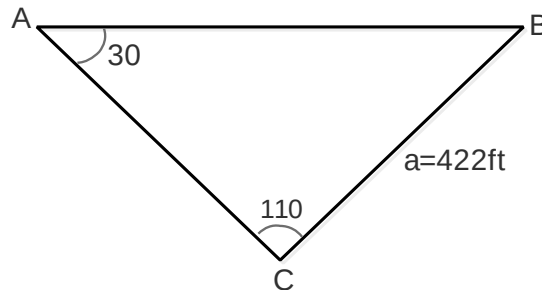
$$\sin B = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4}{\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \Rightarrow B = 49.106^\circ$$



مثال: در مثلث مقابل طول AB را دریافت کنید:

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a} \Rightarrow c = \frac{\sin C \cdot a}{\sin A} \Rightarrow c = \frac{\sin 110^\circ \cdot 422}{\sin 30^\circ}$$

$$c = \frac{0.939 \times 422}{0.5} = 793.022 \text{ ft}$$



مثال: یک کاغذپران با طول تار 100 متر در هوا است، اگر تار کاغذپران با سطح افقی زاویه 60° را بسازد،

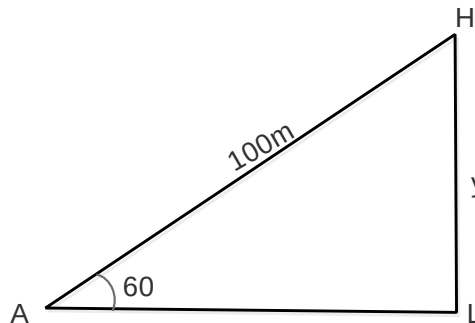
بلندی ارتفاع کاغذپران از سطح زمین چقدر است؟

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{AL}}{\overline{AH}} \Rightarrow \overline{AL} = \overline{AH} \cdot \cos 60^\circ$$

$$\overline{AL} = 100 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{AL} = 50$$

$$\overline{HL}^2 = \overline{AL}^2 + \overline{AH}^2 - 2\overline{AH} \cdot \overline{AL} \cdot \cos 60^\circ$$

$$\overline{HL}^2 = 100^2 + 50^2 - 2(100)(50)\frac{1}{2} = 7500m$$



قانون تانجانت:

هرگاه در یک مثلث A, B و C زاویه های رأس و a, b و c اضلاع مقابل زاویه های رأس مثلث باشند، قانون تانجانت بصورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan \frac{A+B}{2}}{\tan \frac{A-B}{2}}, \quad \frac{a+c}{a-c} = \frac{\tan \frac{A+C}{2}}{\tan \frac{A-C}{2}}, \quad \frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan \frac{B+C}{2}}{\tan \frac{B-C}{2}}$$

ثبوت: این قضیه را می توان با استفاده از قانون سین و خواص تناسب به صورت زیر ثبوت کرد:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\sin A + \sin B}{\sin A - \sin B} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{2 \sin \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}}{2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2}}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \tan \frac{A+B}{2} \cdot \cot \frac{A-B}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan \frac{A+B}{2}}{\tan \frac{A-B}{2}}}$$

مثال: در مثلث ABC ، $\frac{b-c}{b+c} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ و $A = 90^\circ$ داده شده است، زاویه های B و C را دریافت کنید:

$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow B + C = 180^\circ - 90^\circ \Rightarrow B + C = 90^\circ$$

$$\frac{B+C}{2} = 45^\circ$$

$$\frac{b-c}{b+c} = \frac{\tan \frac{B-C}{2}}{\tan \frac{B+C}{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\tan \frac{B-C}{2}}{\tan 45^\circ}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan \frac{B-C}{2} \Rightarrow \tan \frac{B-C}{2} = \tan 30^\circ \Rightarrow \frac{B-C}{2} = 30^\circ \Rightarrow B-C = 60^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} B-C = 60^\circ \\ B+C = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 2B = 150^\circ \Rightarrow B = 75^\circ$$

$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C + 90^\circ + 75^\circ = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - 165^\circ \Rightarrow C = 15^\circ$$



طول قوس: به قسمتی از محیط یک دایره طول قوس آن دایره می گویند. همانطوریکه می دانیم در یک دوران مکمل اندازه طول قوس برابر با محیط دایره می شود هرگاه L طول قوس مقابل زاویه مرکزی θ باشد و C محیط دایره باشد، اندازه طول قوس L از رابطه زیر دریافت می شود:

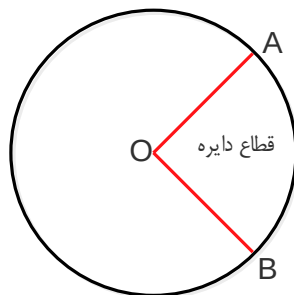
$$\left(\frac{L}{\theta} = \frac{C}{360^\circ} \right) \Rightarrow \left(\frac{L}{\theta} = \frac{2\pi r}{360^\circ} \right) \Rightarrow \left(\frac{L}{\theta} = \frac{\pi r}{180^\circ} \right) \Rightarrow L = \pi r \cdot \frac{\theta}{180^\circ}$$

r عبارت از شعاع دایره است.

نکته: هرگاه وسعت زاویه مرکزی مقابل طول قوس L بر حسب رادیان باشد، اندازه طول از رابطه زیر دریافت می شود:

$$\frac{L}{\theta} = \frac{C}{2\pi} \Rightarrow \frac{L}{\theta} = \frac{2\pi r}{2\pi} \Rightarrow \frac{L}{\theta} = r \Rightarrow L = \theta \cdot r$$

قطاع یک دایره: قسمتی از سطح یک دایره که بین دو شعاع و طول قوس مقابل آنها محدود شده باشد، قطاع دایره نامیده می شود.



مساحت قطاع دایره: هرگاه زاویه مرکزی مربوط به قطاع θ رادیان باشد مساحت قطاع دایره از رابطه زیر دریافت می شود:

$$S = \frac{1}{2} R^2 \theta$$

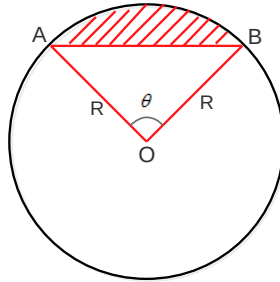
ثبوت:

$$\left. \begin{matrix} 2\pi^R \\ \theta^R \end{matrix} \right\} S \Rightarrow S = \frac{\pi R^2 \cdot \theta}{2\pi} \Rightarrow S = \frac{1}{2} R^2 \theta$$

در صورتیکه زاویه مرکزی مربوط به قطاع دایره بر حسب درجه باشد، مساحت قطاع از رابطه زیر دریافت می‌شود:

$$S = \frac{\theta}{360} \cdot \theta R^2$$

قطعه یک دایره: قسمتی از سطح یک دایره که بین قوس و وتر مقابل آن محدود شده باشد، قطاع دایره نامیده می‌شود.



هرگاه اندازه زاویه مرکزی قطعه دایره θ رادیان باشد، مساحت قطعه دایره از رابطه زیر دریافت می‌شود:

$$S = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \sin \theta)$$

مثال: طول قوسی را که در مقابل زاویه مرکزی 45° واقع شود را دریافت کنید در صورتیکه شعاع دایره 14cm است:

$$L = \pi R \frac{\theta}{180^\circ} \Rightarrow L = \pi \cdot 14 \cdot \frac{45^\circ}{180^\circ} \Rightarrow L = 14 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \Rightarrow L = 11\text{cm}$$

مثال: طول قوس که در مقابل زاویه مرکزی $\frac{\pi}{4}$ رادیان واقع شده باشد را در صورتی دریافت کنید اگر طول شعاع دایره 14cm باشد:

$$L = R \cdot \theta$$

$$L = 14 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{14 \times 3.14}{4} = 11\text{cm}$$

مثال: اگر در یک دایره مقابل زاویه مرکزی 45° طول قوس $3\pi\text{cm}$ باشد، شعاع این دایره را دریافت کنید:

$$L = R\theta \Rightarrow R = \frac{L}{\theta} = \frac{3\pi}{\frac{\pi}{4}} = 3\pi \cdot \frac{4}{\pi} = 12\text{cm}$$

مثال: اگر شعاع یک دایره 10cm باشد، مساحت قطاع دایره را دریابید در صورتیکه زاویه قطاع $\theta = 90^\circ$ باشد:

$$\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \theta R^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} (10)^2 \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow S = \frac{100}{4} \cdot \pi \Rightarrow S = 25\pi\text{cm}^2$$

مثال: اگر شعاع دایره 10cm باشد، مساحت قطاع دایره‌ای را دریابید که زاویه قطاع دایره 72° باشد:

$$72^\circ = 72^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$

$$S = \frac{1}{2} R^2 \cdot \theta = \frac{1}{2} 100 \cdot \frac{2\pi}{5} = 20\pi \text{ cm}^2$$

مثال: اگر شعاع یک دایره 8cm و زاویه قطاع آن 45° باشد، مساحت قطاع، طول قوس و محیط قطاع دایره را دریابید:

$$A_s = \pi R^2 \frac{\theta}{360^\circ} = 8 \times 3.14 \times \frac{45^\circ}{360^\circ} = 25.12 \text{ cm}^2$$

$$L = 2\pi R \cdot \frac{\theta}{360^\circ} = 2 \cdot 8 \text{ cm} \times 3.14 \cdot \frac{45^\circ}{360^\circ} = 6.28 \text{ cm}$$

$$2r + \text{طول قوس مقابل قطاع} = \text{محیط قطاع}$$

$$\text{محیط قطاع} = 2\pi R \cdot \frac{\theta}{360^\circ} + 2r = 6.28 + 2.8 = 22.28 \text{ cm}$$

مثال: مساحت قطعه دایره‌ای به شعاع $R=12\text{cm}$ و زاویه مقابل قطعه 60° را دریافت کنید:

$$60^\circ = \left(\frac{\pi}{3}\right)^R$$

$$S = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \sin \theta) = \frac{1}{2} \cdot 12^2 \left(\frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \cdot 144 \cdot \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

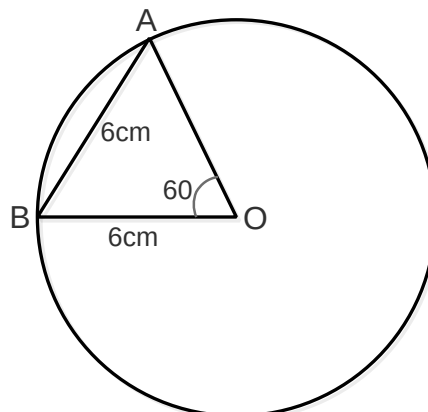
$$= 72 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 24\pi - 36\sqrt{3} = (24\pi - 36\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

مثال: مساحت قطعه‌ای از یک دایره را دریابید که شعاع آن 6cm و توسط وتری برابر با 6cm از دایره جدا شده باشد:

حل: مطابق شکل مثلث OAB متساوی الاضلاع است، بنابر خصوصیت مثلث متساوی الاضلاع زاویه داخلی آن 60° درجه می باشد.

$$S = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \sin \theta) = \frac{1}{2} \theta^2 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= 18 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = (6\pi - 9\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

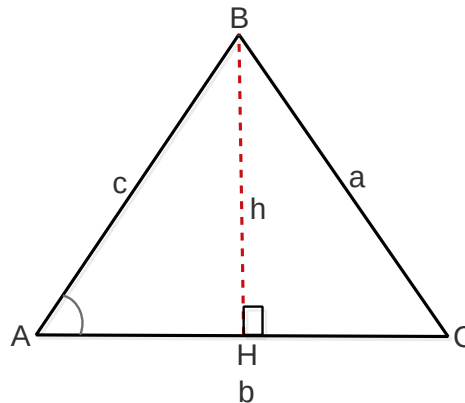


دریافت مساحت مثلث از جنس دو ضلع و زاویه بین آن دو ضلع:

$$S = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A$$

$$S = \frac{1}{2} ac \cdot \sin B$$

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$



ثبوت: همانطوریکه میدانیم مساحت یک مثلث از رابطه $S = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2}$ بدست می آید:

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{1}{2} h \cdot b \\ \sin A = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \cdot \sin A \end{array} \right\} \Rightarrow S = \frac{1}{2} c \cdot \sin A \cdot b \Rightarrow S = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A$$

دریافت $\sin \frac{A}{2}$ ، $\sin \frac{B}{2}$ و $\sin \frac{C}{2}$ از جنس اضلاع مثلث:

هرگاه a, b, c و A, B, C زاویه های رأس یک مثلث باشد، روابط زیر در این مثلث برقرار است:

$$\boxed{\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \quad \boxed{\sin^2 \frac{C}{2} = \frac{(p-a)(p-b)}{ab}} \quad \boxed{\sin^2 \frac{B}{2} = \frac{(p-a)(p-c)}{ac}}$$

p عبارت از نصف محیط مثلث می باشد.

ثبوت: همانطوریکه می دانیم $2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 - \cos A$ است با استفاده از همین فرمول $\sin \frac{A}{2}$ را دریافت می کنیم:

$$\begin{aligned} 2 \sin^2 \frac{A}{2} &= 1 - \cos A = 1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc} \\ &= \frac{(a-b+c)(a+b+c)}{2bc} = \frac{2(p-b) \cdot 2(p-c)}{2bc} \\ 2 \sin^2 \frac{A}{2} &= \frac{4(p-b)(p-c)}{2bc} \Rightarrow \boxed{\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \end{aligned}$$

دریافت $\cos \frac{A}{2}, \cos \frac{B}{2}, \cos \frac{C}{2}$ از جنس اضلاع مثلث:

$$\boxed{\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{p(p-a)}{bc}} \quad \boxed{\cos^2 \frac{B}{2} = \frac{p(p-b)}{ac}} \quad \boxed{\cos^2 \frac{C}{2} = \frac{p(p-c)}{ab}}$$

ثبوت: با استفاده از رابطه‌ی $\cos^2 \frac{A}{2} = 1 + \cos A$ و قضیه کوساین $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ می توان

روابط اول را ثبوت کرد:

$$2 \cos^2 \frac{A}{2} = 1 + \cos A = 1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} = \frac{(b+c-a)(b+c+a)}{2bc}$$

$$2 \cos^2 \frac{A}{2} = \frac{2(p-a) \cdot 2p}{2bc} \Rightarrow 2 \cos^2 \frac{A}{2} = \frac{2(p-a) \cdot p}{bc} \Rightarrow \boxed{\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{(p-a) \cdot p}{bc}}$$

دریافت $\tan \frac{C}{2}, \tan \frac{B}{2}, \tan \frac{A}{2}$ از جنس اضلاع مثلث:

$$\boxed{\tan^2 \frac{A}{2} = \frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \quad \boxed{\tan^2 \frac{B}{2} = \frac{(p-a)(p-c)}{p(p-a)}} \quad \boxed{\tan^2 \frac{C}{2} = \frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}$$

ثبوت:

$$\tan^2 \frac{A}{2} = \frac{\sin^2 \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}} = \frac{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}{\frac{p(p-a)}{bc}} \Rightarrow \boxed{\tan^2 \frac{A}{2} = \frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

دریافت $\sin C, \sin B, \sin A$ از جنس اضلاع مثلث:

$$\sin A = \frac{2}{bc} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\sin B = \frac{2}{ac} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\sin C = \frac{2}{ab} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

ثبوت:

$$\sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}$$

$$= 2 \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \cdot \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}} = 2 \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc} \cdot \frac{p(p-a)}{bc}}$$

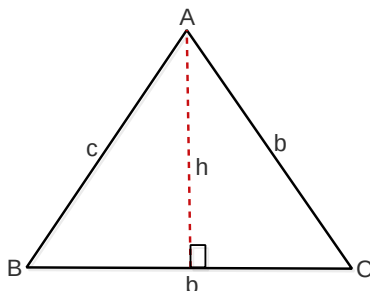
$$\sin A = \frac{2}{bc} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

دریافت مساحت مثلث از جنس طول اضلاع:

$$S = \frac{1}{2} ac \cdot \sin B$$

$$S = \frac{1}{2} ac \cdot \frac{2}{ac} \cdot \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



(a, b, c) طول اضلاع مثلث و p نصف محیط می‌باشد.

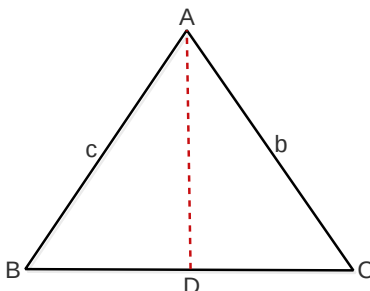
نکته: با توجه به اینکه مساحت مثلث از جنس اضلاع به صورت $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ است،

مقدار $\sin A, \sin B, \sin C$ از جنس اضلاع و مساحت بصورت زیر است:

$$\sin A = \frac{2S}{bc} \quad \sin B = \frac{2S}{ac} \quad \sin C = \frac{2S}{ab}$$

نکته: در هر مثلث دلخواه اندازه ناصف الزاویه داخل یک مثلث از رابطه زیر دریافت می‌گردد:

$$AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{p(p-a)bc}$$



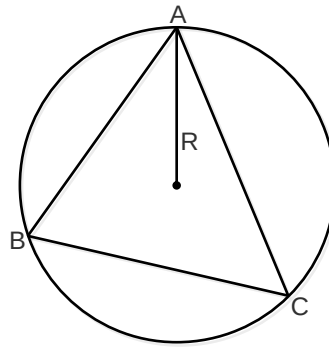
دریافت شعاع دایره محیطی و محاطی یک مثلث:

دایره محیطی یک مثلث: عبارت از دایره‌ای است که از سه رأس یک مثلث عبور می‌کند و با توجه به قضیه

ساین $\frac{a}{\sin A} = 2R$ می‌توان طول شعاع دایره محیطی مثلث را دریافت کرد:

اگر صورت و مخرج کسر $\frac{a}{\sin A}$ را در bc ضرب کنیم، داریم که:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{\sin A} = \frac{abc}{bc \cdot \sin A} = 2R \\ bc \cdot \sin A = 2S \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{abc}{2S} = 2R \Rightarrow \boxed{R = \frac{abc}{4S}}$$



دایره محاطی یک مثلث: عبارت از دایره‌ای است که بر هر سه ضلع مثلث مماس بوده و در داخل یک مثلث محاط شده باشد.

اگر S مساحت مثلث، p نصف محیط مثلث و r شعاع دایره محاطی باشد، اندازه شعاع دایره محاطی از رابطه زیر دریافت می‌شود:

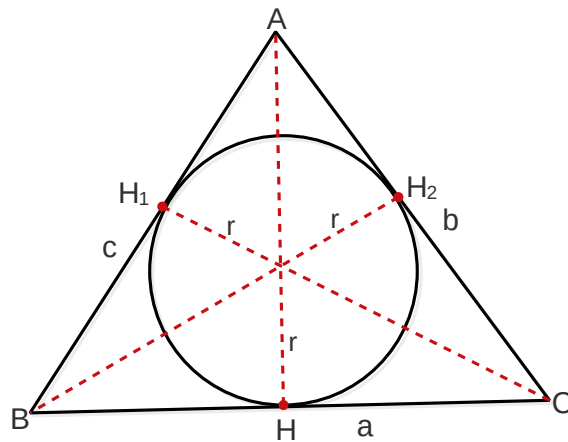
$$r = \frac{S}{p}$$

ثبوت: مطابق شکل مساحت مثلث S_{ABC} برابر است به:

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC} \\ &= \frac{1}{2}r \cdot c + \frac{1}{2}r \cdot a + \frac{1}{2}r \cdot b \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2}r(c + a + b)$$

$$S = \frac{1}{2}r \cdot 2p \Rightarrow S = r \cdot p \Rightarrow r = \frac{S}{p}$$



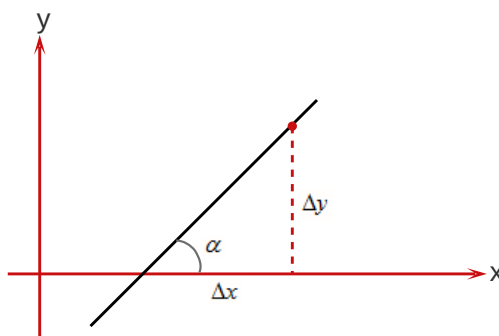
زاویه میل – زاویه تنزیل – زاویه ارتفاع

زاویه میل: همانطوریکه از هندسه می دانیم زاویه میل عبارت از زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت

محور x می سازد و به تانجانت زاویه میل یک خط، میل آن خط می گویند.

$$\tan \alpha = m$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



نکته: معادله استاندارد یک خط مستقیم بصورت $y = mx + b$ است، که ضریب x یعنی m میل خط است.

مثال: معادله یک خط مستقیم بصورت $y = x + 2$ است، زاویه میل این خط چند درجه می باشد:

$$\left. \begin{array}{l} y = x + 2 \\ y = mx + b \end{array} \right\} \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

مثال: معادله خط مستقیمی بصورت $y - \sqrt{3}x + 4 = 0$ است، زاویه میل خط چند رادیان است؟

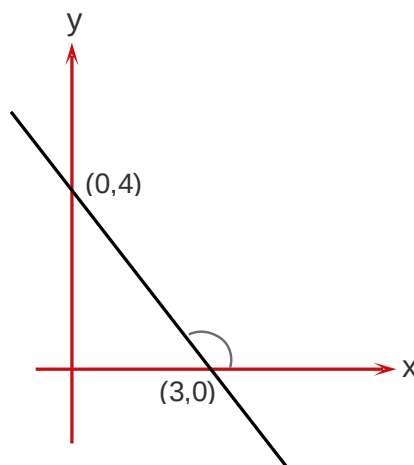
$$y - \sqrt{3}x + 4 = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 4 \Rightarrow m = \sqrt{3} \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

مثال: خطی محور y را در در نقطه $(0, 4)$ و محور x را در نقطه $(3, 0)$ قطع می کند، زاویه میل این خط

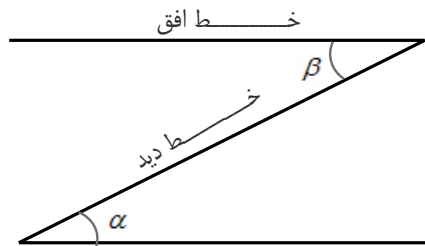
چند درجه است؟

$$\tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\tan \alpha = \frac{4 - 0}{0 - 3} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{4}{3}$$



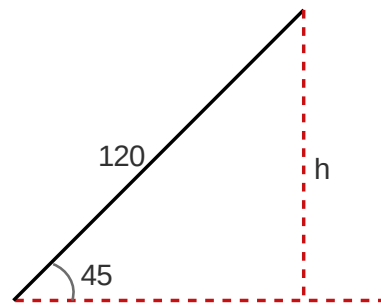
زاویه ارتفاع: هرگاه یک جسم در یک ارتفاعی قرار بگیرد، خط دید از جسم تا به افق یک زاویه را می سازد که بنام زاویه دید یاد می گردد.



زاویه تنزیل: هرگاه یک جسم پایین قرار داشته باشد خط دید با سطح افق یک زاویه را تشکیل می دهد که زاویه تنزیل نامیده می شود. در شکل قبل زاویه β زاویه تنزیل و α زاویه ارتفاع است. مثال: طول تار یک کاغذپران 120 است، زاویه ارتفاع کاغذپران 45° می باشد، ارتفاع کاغذپران را دریافت کنید:

$$\sin 45^\circ = \frac{h}{120}$$

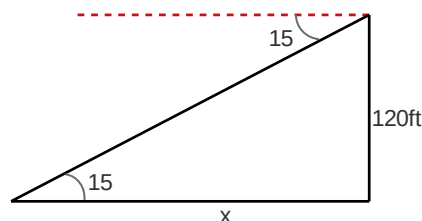
$$h = 120 \cdot \sin 45^\circ \Rightarrow h = 120 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 60\sqrt{2}$$



مثال: یک برج از بحر 120 ft ارتفاع دارد، زاویه نزولی که کشتی از برج دیده می شود 15° درجه است، کشتی متذکره از برج چقدر فاصله دارد:

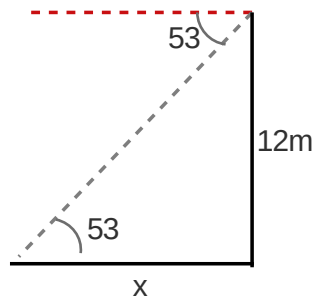
$$\tan 15^\circ = \frac{120}{x} \Rightarrow x = \frac{120}{\tan 15^\circ}$$

$$x = \frac{120}{0.267} = 448 \text{ ft}$$



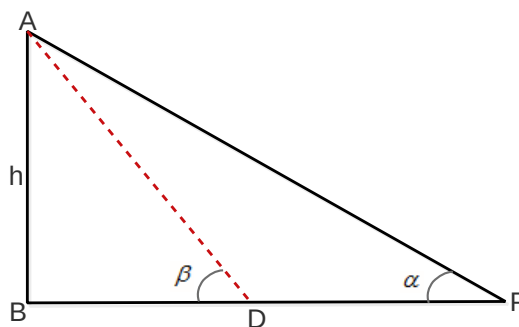
$$\tan 53^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{12}{\tan 53^\circ}$$

$$x = \frac{12}{1.327} \approx 9m$$



نکته: هرگاه به یک جسم که در ارتفاع h قرار دارد با زاویه های دید ارتفاع متفاوت α و β نگاه کنیم با توجه به این زاویه های دید می توان ارتفاع جسم را از سطح زمین از رابطه زیر دریافت کنیم:

$$h = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin (\beta - \alpha)}$$

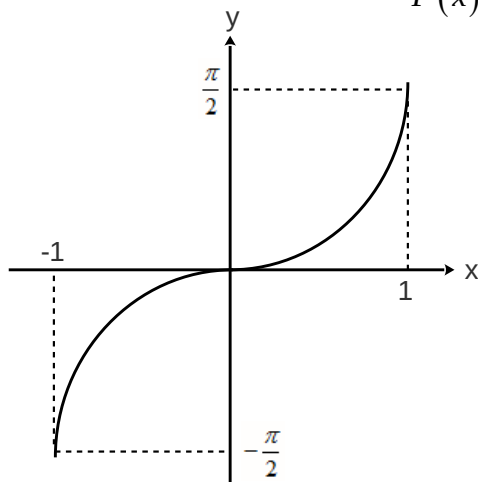


معکوس توابع مثلثاتی

1- تابع $y = \sin x$ در انتروال $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ اکیداً صعودی و معکوس پذیر است و دارای تابع معکوس بصورت $y = \sin^{-1} x$ و یا $y = \arcsin x$ می باشد.

$$F(x) = \sin x \Leftrightarrow F^{-1}(x) = \arcsin x \Rightarrow \begin{cases} D_{F^{-1}} = [-1, 1] \\ R_{F^{-1}} = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

گراف تابع معکوس سین بصورت مقابل است.



نکته: $y = \arcsin x$ را این صور می خوانیم، y زاویه‌ای است که $\sin$ آن برابر با x است. یا مقدار قوس مقابل زاویه مرکزی که سین آن برابر با x باشد.

بطور مثال: $y = \arcsin \frac{1}{2}$ یعنی زاویه‌ای که سین آن برابر با $\frac{1}{2}$ باشد.

$$30^\circ = \arcsin \frac{1}{2}$$

نکته: هرگاه یک تابع با معکوس خود ترکیب شود حاصل آن یک تابع عینیت است.

$$\arcsin m = \alpha \Leftrightarrow \sin \alpha = m$$

مثال: حاصل عبارت های زیر را دریافت کنید:

$$1) \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

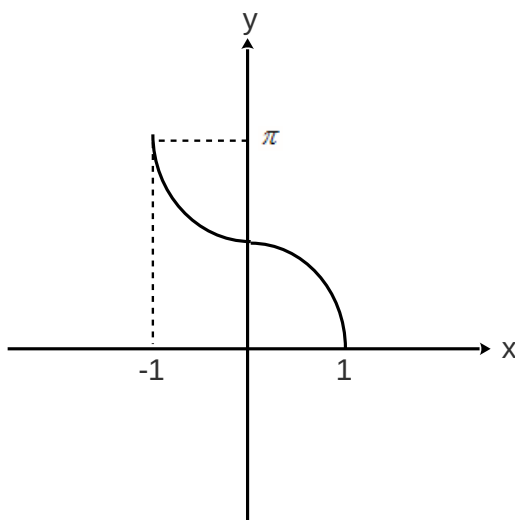
$$2) \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$3) \arcsin \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

معکوس تابع $y = \cos x$: تابع $y = \cos x$ در انتروال $0 \leq x \leq \pi$ اکیداً نزولی و معکوس پذیر است و دارای تابع معکوس است، تابع معکوس کوساین بصورت $F^{-1}(x) = \cos^{-1} x$ یا $F^{-1}(x) = \arccos x$ نمایش داده می شود.

$$F(x) = \cos x \Leftrightarrow F^{-1}(x) = \cos^{-1} x \Rightarrow \begin{cases} D_{F^{-1}} = [-1, 1] \\ R_{F^{-1}} = [0, \pi] \end{cases}$$

گراف تابع معکوس کوساین بصورت مقابل است.



نکته: عبارت $y = \arccos x$ را این طور می خوانیم که y زاویه ای است که $\cos$ آن برابر با x است.

$$y = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = 30^\circ$$

نکته:

$$\alpha = \arccos m \Rightarrow \cos \alpha = m$$

مثال: حاصل عبارت های زیر را دریافت کنید:

$$1) \arccos \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$2) \arccos \left(-\frac{1}{2} \right) = \alpha = \frac{2\pi}{3}$$

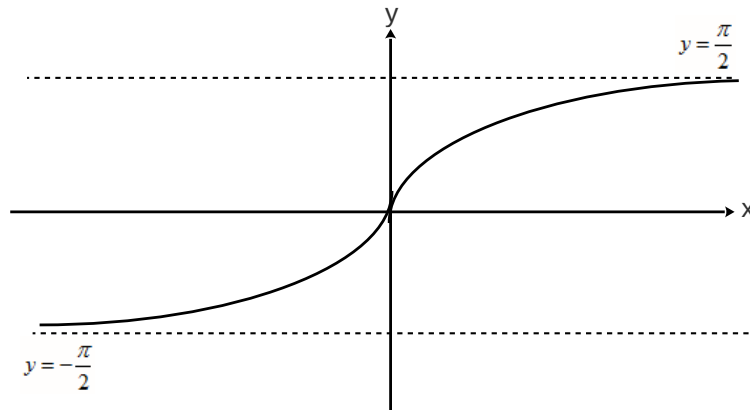
$$3) \arccos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

معکوس تابع $y = \tan x$: تابع $y = \tan x$ در فاصله $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ اکیداً صعودی و معکوس پذیر است،

این تابع بصورت $F^{-1}(x) = \tan^{-1} x$ یا $F^{-1}(x) = \arctan x$ نمایش داده می شود.

$$F(x) = \tan x \Leftrightarrow F^{-1}(x) = \tan^{-1} x \Rightarrow \begin{cases} D_{F^{-1}} = \mathbb{R} \\ R_{F^{-1}} = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

گراف تابع معکوس تانجانت بصورت مقابل است.



نکته:

$$\alpha = \arctan m \Rightarrow \tan \alpha = m$$

مثال: حاصل عبارت های زیر را دریافت کنید:

$$1) \arctan 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

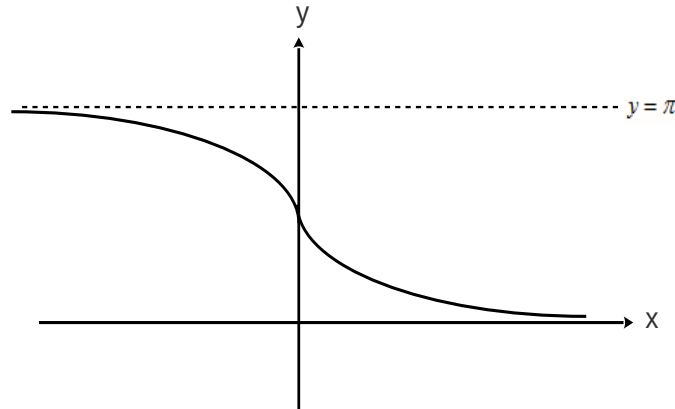
$$2) \arctan \sqrt{3} = \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$3) \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

معکوس تابع $y = \cot x$: تابع $y = \cot x$ در انتروال $0 \leq x \leq \pi$ اکیداً نزولی و معکوس پذیر است، تابع معکوس آن بصورت $F^{-1}(x) = \cot^{-1} x$ یا $F^{-1}(x) = \operatorname{arccot} x$ نمایش داده می شود.

$$F(x) = \cot x \Leftrightarrow F^{-1}(x) = \cot^{-1} x \Rightarrow \begin{cases} D_{F^{-1}} = \mathbb{R} \\ R_{F^{-1}} = [0, \pi] \end{cases}$$

گراف تابع معکوس کوتانجانت بصورت مقابل است.



نکته:

$$\alpha = \operatorname{arccot} m \Rightarrow \cot \alpha = m$$

چند نکته در مورد معکوس توابع مثلثاتی:

- 1) $\arcsin(-x) = -\arcsin x$, 2) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$
- 3) $\arctan(-x) = -\arctan x$, 4) $\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$
- 5) $\sin(\arcsin x) = x \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$
- 6) $\cos(\arccos x) = x \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$
- 7) $\tan(\arctan x) = x \Rightarrow x \in \mathbb{R}$
- 8) $\cot(\operatorname{arccot} x) = x \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

مثال: تعیین کنید که کدام یک از توابع زیر تاق و کدام یک جفت است:

$$y = \cot^{-1} x \quad (4) \quad F(x) = \tan^{-1} x \quad (3) \quad y = \cos^{-1} x \quad (2) \quad y = \sin^{-1} x \quad (1)$$

جواب:

$$F(x) = \sin^{-1} x \xrightarrow{x \rightarrow -x} F(-x) = \sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x \Rightarrow F(-x) = -F(x) \quad \text{تابع تاق است:}$$

$$F(x) = \cos^{-1} x \xrightarrow{x \rightarrow -x} F(-x) = \cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1} x \quad \text{تابع نه تاق است نه جفت:}$$

$$F(x) = \tan^{-1} x \xrightarrow{x \rightarrow -x} F(-x) = \tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1} x \Rightarrow F(-x) = -F(x) \quad \text{تابع تاق است:}$$

$$F(x) = \cot^{-1} x \xrightarrow{x \rightarrow -x} F(-x) = \cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1} x \quad \text{تابع نه تاق است نه جفت:}$$

مثال: حاصل عبارت $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

$$\sin\left(\underbrace{\arcsin\frac{1}{2}}_{\alpha=30^\circ}\right)=\frac{1}{2}$$

مثال: حاصل عبارت $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)+\cos\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

$$\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)+\cos\left(\arccos\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

مثال: هرگاه $\arcsin\frac{3}{4}=\alpha$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ را دریافت کنید:

$$\arcsin\frac{3}{4}=\alpha \Rightarrow \sin\alpha=\frac{3}{4} \Rightarrow \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{16-9}{16}}=\sqrt{\frac{7}{16}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$2\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=2\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{6\sqrt{7}}{16}$$

مثال: حاصل عبارت $\cos\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)$ را دریافت کنید:

$$\cos\left(\underbrace{\arcsin\frac{3}{5}}_{\alpha}\right)\Rightarrow\sin\alpha=\frac{3}{5}\Rightarrow\cos\alpha=?$$

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{25-9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

مثال: حاصل عبارت $A=\tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{5}\right)+\tan^{-1}(2\sqrt{3})$ کدام است؟

$$A=\underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{5}\right)}_{\alpha}+\underbrace{\tan^{-1}(2\sqrt{3})}_{\beta}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{3\sqrt{3}}{5},\quad\tan\beta=2\sqrt{3}$$

$$A=\alpha+\beta\Rightarrow\tan A=\tan(\alpha+\beta)$$

$$\tan A=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}\Rightarrow\tan A=\frac{\frac{3\sqrt{3}}{5}+2\sqrt{3}}{1-\frac{3\sqrt{3}}{5}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{1}}$$

$$\tan A=\frac{\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{5}}{1-\frac{6\cdot 3}{5}}=\frac{\frac{13\sqrt{3}}{5}}{\frac{5-18}{5}}=\frac{13\sqrt{3}}{-13}=-\sqrt{3}$$

$$\tan A=-\sqrt{3}\Rightarrow A=\frac{2\pi}{3}$$

معادلات مثلثاتی

تعریف: معادلات مثلثاتی عبارت از مساوات های شرطیه هستند که فقط برای بعضی از قیمت های خاص طرفین مساوات با یکدیگر مساوی می شوند.

معادلات مثلثاتی درجه اول:

1- معادله درجه اول از جنس ساین: شکل عمومی این معادلات بصورت $a \sin x + b = 0$ است، برای حل این معادلات معلوم مجهول نموده و قیمت $\sin x$ را دریافت می کنیم و پس از روی $\sin x$ قیمت زاویه های را که ساین آنها $-\frac{b}{a}$ است را دریافت می کنیم:

$$a \sin x + b = 0 \Rightarrow a \sin x = -b \Rightarrow \sin x = -\frac{b}{a}$$

شرط حل: معادله فوق زمانی دارای حل است که $\sin x$ در انتروال $[-1, 1]$ قرار داشته باشد، یعنی

$$-1 \leq -\frac{b}{a} \leq 1$$

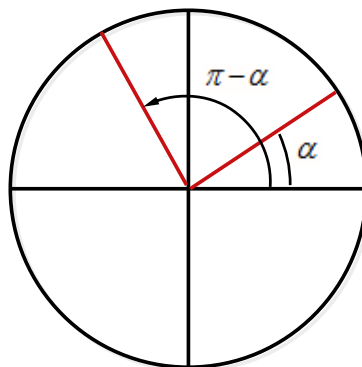
حل عمومی: هر معادله مثلثاتی دارای یک ست حل است چون زاویه ای در معادله صدق کند بی نهایت زاویه کوترمینل دارد در حقیقت حل عمومی یک معادله مثلثاتی رابطه ای است که توسط آن تمام زاویه های را که در معادله صدق می کند برای ما ارائه می کند.

با توجه به رابطه مثلثاتی هرگاه α کوچکترین حل معادله باشد پس زاویه $(\pi - \alpha)$ نیز حل معادله است یعنی

$$\boxed{\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha}$$

بنا براین تمام زاویه های کوترمینل α و $\pi - \alpha$ حل عمومی معادله از جنس ساین را

تشکیل می دهد.



$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\{x \mid x = 2k\pi + \alpha\}$$

$$\{x \mid x = (2k+1)\pi - \alpha\}$$

نکته: رابطه دیگری که حل عمومی معادله سین را تشکیل می دهد که شامل تمام جوابهای معادله مثلثاتی از جنس سین است، بصورت زیر می باشد:

$$A = \{x \mid x = n\pi + (-1)^n \alpha, n \in N\}$$

مثال: هر یک از معادلات زیر را حل کنید:

$$1) \sqrt{2} - 2 \sin x = 0$$

$$2) 4\sqrt{3} - 4 \sin x = 2\sqrt{3}$$

$$3) 2 \sin x - 1 = 0$$

حل:

$$1) \sqrt{2} - 2 \sin x = 0 \Rightarrow \sqrt{2} = 2 \sin x \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \left\{x \mid x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \wedge x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4}\right\} \text{ یا } \left\{x \mid x = n\pi(-1)^n \cdot \frac{\pi}{4}\right\}$$

$$2) 4\sqrt{3} = 4 \sin x = 2\sqrt{3} \Rightarrow -4 \sin x = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$-4 \sin x = -2\sqrt{3} \Rightarrow \sin x = \frac{-2\sqrt{3}}{-4} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \left\{x \mid x = n\pi(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3}\right\}$$

$$3) 2 \sin x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$ss = \left\{x \mid x = n\pi(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6}\right\}$$

نکته: هرگاه در معادله مثلثاتی درجه اول از جنس نسبت سین معادله را ساده کنیم و به حالت $\sin p = \sin q$

تبدیل کنیم در این حالت با توجه به حل عمومی معادله از جنس سین دو دسته جواب برای آن می توانیم

بنویسیم:

$$\begin{cases} p = 2k\pi + q \\ p = (2k+1)\pi - q \end{cases}$$

مثال: معادله $2 \sin 2x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید:

$$2 \sin 2x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow 2 \sin 2x = \sqrt{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} p = 2x \\ q = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 2k\pi + q \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ p = (2k+1)\pi - q \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

مثال: $\sin 2x - \sin x = 0$ را حل کنید:

$$\sin 2x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \sin x \begin{cases} p = 2x \\ q = x \end{cases}$$

$$p = 2k\pi + q \Rightarrow 2x = 2k\pi + x \Rightarrow 2x - x = 2k\pi \Rightarrow x = 2k\pi$$

$$p = (2k+1)\pi - q \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 2x + x = 2k\pi + \pi$$

$$3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{3}$$

حالت دوم: معادله درجه اول از جنس $(\cos)$: شکل عمومی این گونه معادلات بصورت $a \cos x + b = 0$

است، برای حل این گونه معادلات نیز معلوم و مجهول نموده و حل معادله را دریافت می کنیم:

$$a \cos x + b = 0 \Rightarrow a \cos x = -b \Rightarrow \cos x = -\frac{b}{a}$$

$$\text{شر حل} \Rightarrow -1 \leq -\frac{b}{a} \leq 1$$

حل عمومی: طبق رابطه $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ هرگاه α حلی برای معادله باشد $(-\alpha)$ نیز حلی برای معادله

خواهد بود، بنابراین تمام زاویه های کوترمینل این دو زاویه حل عمومی معادله را تشکیل می دهد.

$$SS = \begin{cases} x | x = 2k\pi + \alpha \\ x | x = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$

مثال: معادلات زیر را حل کنید:

$$1) 2 \cos x - 1 = 0 \quad 2) 2 \sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$1) 2 \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$SS = \begin{cases} x | x = 2k\pi + \alpha \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x | x = 2k\pi - \alpha \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$2) 2 \sin x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow 2 \sin x = \sqrt{2} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$SS = \begin{cases} x | x = 2k\pi + \alpha \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x | x = 2k\pi - \alpha \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

نکته: هرگاه معادله درجه اول از جنس $\cos$ را به صورت $\cos p = \cos q$ تبدیل کنیم، معادله دارای دو ست

حل عمومی بصورت زیر خواهد بود:

$$SS = \begin{cases} p = 2k\pi + q \\ p = 2k\pi - q \end{cases}$$

مثال: معادله $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$ را حل کنید:

$$2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} p = x - \frac{\pi}{6} \\ q = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$SS = \begin{cases} p = 2k\pi + q \Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ p = 2k\pi - q \Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \end{cases}$$

مثال: معادله $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید:

$$2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2} \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$SS = \begin{cases} p = 2k\pi + q \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \\ \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{12} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{24} \\ p = 2k\pi + q \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \\ \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{-\pi}{12} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{24} \end{cases}$$

حالت سوم: معادلات درجه اول از جنس $\tan$: شکل عمومی این گونه معادلات بصورت $a \tan x + b = 0$

است، برای حل این معادله نیز معلوم و مجهول می نماییم و حل معادله را دریافت می کنیم:

$$a \tan x + b = 0 \Rightarrow a \tan x = -b \Rightarrow \tan x = -\frac{b}{a}$$

حل عمومی: حل عمومی این معادلات بصورت $SS = \{x | x = k\pi + \alpha\}$ می باشد.

هریک از معادلات زیر را حل کنید:

$$1) \tan x - 1 = 0 \quad 2) \tan x - \sqrt{3} = 0 \quad 3) \sqrt{3} \tan x - 1 = 0$$

$$1) \tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \quad SS = \left\{x | x = k\pi + \frac{\pi}{4}\right\}$$

$$2) \tan x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \quad SS = \left\{x | x = k\pi + \frac{\pi}{3}\right\}$$

$$3) \sqrt{3} \tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \quad SS = \left\{x | x = k\pi + \frac{\pi}{6}\right\}$$

نکته: هرگاه معادله درجه اول از جنس تانجانت بصورت $\tan p = \tan q$ تبدیل شود، این معادله دارای یک

دسته جواب بصورت $p = k\pi + q$ خواهد بود:

مثال: معادله $\tan 2x = 1$ را حل کنید:

$$\tan 2x = 1 \Rightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} p = 2x \\ q = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow p = k\pi + q \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{8}$$

مثال: معادله $\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ در انتروال $[0, 2\pi]$ چند حل دارد؟

$$\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow p = 2x - \frac{\pi}{4}, \quad q = x + \frac{\pi}{3}$$

$$p = k\pi + q \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = k\pi + x + \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2x - x = k\pi + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$x = k\pi + \frac{7\pi}{12}, \quad k = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

حالا به k قیمت می دهیم و می بینیم چند جواب از معادله در انتروال $[0, 2\pi]$ قرار دارد:

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12} = 105^\circ$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \pi + \frac{7\pi}{12} = \frac{19\pi}{12} = 285^\circ$$

مثال: معادله $\tan 3x = \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ را حل کنید:

$$\tan 3x = \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow p = 3x, \quad q = 2x + \frac{\pi}{6}$$

$$p = k\pi + q \Rightarrow 3x = k\pi + 2x + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x - 2x = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}$$

حالت چهارم: معادلات مثلثاتی درجه اول از جنس کوتانجانت:

شکل عمومی این گونه معادلات بصورت $a \cot x + b = 0$ است، برای حل این معادلات نیز معلوم و مجهول می کنیم:

$$a \cot x + b = 0 \Rightarrow a \cot x = -b \Rightarrow \cot x = -\frac{b}{a}$$

حل عمومی: حل عمومی این معادلات بصورت $SS = \{x | x = k\pi + \alpha\}$ است.

مثال: معادلات زیر را حل کنید:

1) $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$

2) $\cot x - 1 = 0$

$$1) 3 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow 3 \cot x = \sqrt{3} \Rightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$SS = \left\{ x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{3} \right\}$$

$$2) \cot x - 1 = 0 \Rightarrow \cot x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$SS = \left\{ x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{4} \right\}$$

نکته: هرگاه معادله درجه اول از جنس کوتانجانت بصورت $\cot p = \cot q$ باشد، معادله دارای ست حل بصورت $p = 2k\pi + q$ خواهد بود.

معادلات مثلثاتی درجه دوم

حالت اول: هرگاه معادله مثلثاتی درجه دوم از جنس یک نسبت مثلثاتی باشد، مانند یک معادله درجه دوم الجبری آن را حل نموده و ست حل معادلات را دریافت می کنیم:

مثال: معادله $6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$ را حل کنید:

$$\sin x = u \Rightarrow 6u^2 - 5u + 1 = 0 \Rightarrow (3u - 1)(2u - 1) = 0$$

$$(3u - 1) = 0 \Rightarrow 3u = 1 \Rightarrow u = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 19.3^\circ$$

$$(2u - 1) = 0 \Rightarrow 2u = 1 \Rightarrow u = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{حل عمومی معادله} \quad SS = \begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} \\ x = n\pi + (-1)^n \cdot 19.3^\circ \end{cases}$$

مثال: معادله $2\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x = 0$ را حل کنید:

$$2\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2\sin x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2\sin x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow 2\sin x = \sqrt{2} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$SS = \begin{cases} x = n\pi + 0 \Rightarrow x = n\pi \\ x = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

مثال: معادله $2\cos^2 x + \cos x = 0$ را حل کنید:

$$2\cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos(2\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \pi$$

$$2\cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos x = -1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

حالت دوم: هرگاه معادله درجه دوم از جنس دونسبت مثلثاتی باشد، ابتدا معادله را از جنس یک نسبت

مثلثاتی تبدیل می کنیم و سپس معادله را حل می کنیم.

مثال: معادله $\cos 2x + \sin x = 0$ را حل کنید.

حل: همانطوریکه میدانیم $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ است:

$$\cos 2x + \sin x = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$u = \sin x \Rightarrow 2u^2 - u - 1 = 0 \Rightarrow (2u + 1)(u - 1) = 0$$

$$(2u + 1) = 0 \Rightarrow 2u = -1 \Rightarrow u = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}$$

$$u - 1 = 0 \Rightarrow u = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$SS = \begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{7\pi}{6} \\ x = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

مثال: معادله $\tan x + \sqrt{3} \cot x = \sqrt{3} + 1$ را حل کنید:

$$\tan x + \sqrt{3} \cot x = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow \tan x + \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\tan x} = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow \text{اطراف در } \tan x \text{ ضرب شود}$$

$$\tan^2 x + \sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)\tan x \Rightarrow \tan^2 x - (\sqrt{3} + 1)\tan x + \sqrt{3} = 0$$

$$u = \tan x \Rightarrow u^2 - (\sqrt{3} + 1)u + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow u^2 + (-\sqrt{3} - 1)u + \sqrt{3} = 0$$

$$(u - 1)(u - \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} u - 1 = 0 \Rightarrow u = 1 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \\ u - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow u = \sqrt{3} \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$SS = \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

مثال: معادله $\tan x + 3\cot x = 2\sqrt{3}$ را حل کنید:

$$\tan x + 3\cot x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \tan x + 3 \frac{1}{\tan x} = 2\sqrt{3}$$

$$\tan^2 x + 3 = 2\sqrt{3}\tan x \Rightarrow \tan^2 x - 2\sqrt{3}\tan x + 3 = 0 \Rightarrow (\tan x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$\tan x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \quad SS = \left\{ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \right\}$$

نکته: هرگاه معادله درجه دوم شکل $a\sin^2 x + b\cos^2 x + c\sin x \cdot \cos x = d$ را به خود بگیرد برای حل این

معادله ابتدا اطراف معادله را بر $\cos^2 x$ تقسیم می کنیم و معادله را از جنس تانجانت تبدیل نموده و ما هریک

معادله درجه دوم ساده آن را حل می کنیم.

مثال: معادله $\sin^2 x - (1 - \sqrt{3}) \sin x \cdot \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$ را حل کنید:

حل: اطراف مساوات را بر $\cos^2 x$ تقسیم می کنیم:

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - (1 - \sqrt{3}) \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x} - \sqrt{3} \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1) \tan x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow (\tan x - 1)(\tan x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

نکته: هرگاه معادله مثلثاتی بصورت $a \sin x + b \cos x = c$ باشد، برای حل آن اطراف مساوات بر a تقسیم

می کنیم:

$$a \sin x + b \cos x = c \Rightarrow \sin x + \frac{b}{a} \cos x = \frac{c}{a}$$

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} \text{ فرض می کنیم:}$$

$$\sin x + \tan \alpha \cdot \cos x = \frac{c}{a} \Rightarrow \sin x + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos x = \frac{c}{a}$$

$$\frac{\sin x \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos x}{\cos x} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{\sin(\alpha + x)}{\cos \alpha} = \frac{c}{a}$$

$$\sin(x + \alpha) = \frac{c}{a} \cdot \cos \alpha$$

نتیجه: برای حل معادلات $a \sin x + b \cos x = c$ ابتدا معادله را بصورت زیر تبدیل می کنیم و سپس آنرا حل

می کنیم:

$$a \sin x + b \cos x = c \Rightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{a} \cos \alpha, \quad \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

مثال: معادله $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$ را حل کنید:

$$a = \sqrt{3}, \quad b = 1, \quad c = \sqrt{2}, \quad \tan \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow p = x + \frac{\pi}{6}, \quad q = \frac{\pi}{4}$$

$$p = 2k\pi + q \Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{12}$$

$$p = (2k+1)\pi - q \Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{7\pi}{12}$$

سیستم معادلات دو مجهوله مثلثاتی:

نوع اول: در نوع اول سیستم معادلات مثلثاتی هشت سیستم زیر شامل می شود:

$$\begin{cases} \sin x \pm \sin y = a \\ x \pm y = \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x \pm \cos y = a \\ x \pm y = \alpha \end{cases}$$

روش حل: برای حل اینگونه سیستم ها ابتدا حاصل جمع و تفریق نسبت های مثلثاتی را به حاصل ضرب

نسبت های مثلثاتی تبدیل می کنیم و سپس با استفاده از شرایط سیستم آن را حل می کنیم:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ x + y = \alpha \end{cases} \Rightarrow 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = a \quad [I]$$

با توجه به سیستم $x + y = \alpha$ است، بنابر این:

$$2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = a \Rightarrow \cos \frac{x-y}{2} = \frac{a}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \quad [II]$$

با توجه به معادله فوق $x - y$ را دریافت می کنیم و به همراه $x + y$ یک سیستم جدید تشکیل داده و آنرا حل می کنیم:

شرط حل: در معادله II چون $\cos$ یک زاویه بین -1 و 1 قرار دارد، بنا براین:

$$-1 \leq \frac{a}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \leq 1 \longrightarrow a^2 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \leq 0 \quad \text{شرط حل}$$

مثال: سیستم $\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ x + y = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ را حل کنید:

$$\sin x + \sin y = 1 \Rightarrow 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = 1 \Rightarrow 2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = 1$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = 1 \Rightarrow \cos \frac{x-y}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{x-y}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x-y = \frac{\pi}{2}$$

حالا سیستم جدید را تشکیل می دهیم:

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} \\ x-y = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi}{2} + y = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$$

$$2x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

مثال: سیستم $\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ را حل کنید:

$$\sin x + \sin y = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2 \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{x-y}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x-y = \frac{\pi}{3}$$

حالا سیستم جدید را تشکیل می دهیم:

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{3} \\ x-y = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi}{3} + y = \frac{\pi}{3} \Rightarrow y = 0$$

$$2x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

نوع دوم: این نوع از شش سیستم معادلات زیر تشکیل شده است:

$$\begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \sin x \cdot \cos y = a \end{cases} \quad \begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \sin x \cdot \sin y = a \end{cases} \quad \begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \cos x \cdot \cos y = a \end{cases}$$

روش حل: برای حل این نوع از سیستم ها ابتدا حاصل ضرب نسبت های مثلثاتی را به حاصل جمع نسبت

های مثلثاتی تبدیل می کنیم و سپس با توجه به شرایط حل سیستم جوابهای سیستم را دریافت می کنیم:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = a \\ x+y = \alpha \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)] = a \\ \cos(x-y) - \cos(x+y) = 2a \end{cases}$$

با توجه به سیستم $x + y = \alpha$ است، بنابراین معادله به شکل زیر تبدیل می شود:

$$\cos(x - y) - \cos \alpha = 2a \Rightarrow \cos(x - y) = 2a + \cos \alpha$$

شرط حل: این سیستم زمانی حل دارد که $-1 \leq 2a + \cos \alpha \leq 1$ قرار بگیرد.

با انجام عملیات ریاضی شرط حل این سیستم بصورت $-\cos^2 \frac{\alpha}{2} \leq a \leq \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ تبدیل می شود.

مثال: سیستم $\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = 1 \\ x + y = \pi \end{cases}$ را حل کنید:

شرط حل را ابتدا بررسی می کنیم:

$$-\cos^2 \frac{\alpha}{2} \leq a \leq \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow -\cos^2 \frac{\pi}{2} \leq 1 \leq \sin^2 \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq 1 \leq 1$$

$$2 \sin x \cdot \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y) \Rightarrow \cos(x - y) - \cos \pi = 2$$

$$\cos(x - y) - (-1) = 2 \Rightarrow \cos(x - y) = 1 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y$$

$$x + y = \pi \Rightarrow x + x = \pi \Rightarrow 2x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \frac{\pi}{2}$$

مثال: سیستم $\begin{cases} \cos x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x - y = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$ را حل کنید:

$$\cos x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(x + y) + \cos \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3} \xrightarrow{\cos \frac{5\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6}} \cos(x + y) - \cos \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$$

$$\cos(x + y) - \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos(x + y) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

$$\cos(x + y) = -\sqrt{3} \Rightarrow x + y = \frac{5\pi}{6}$$

$$\begin{cases} x + y = \frac{5\pi}{6} \\ x - y = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} + y = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow y = 0$$

$$2x = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$$

مثال: سیستم $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ \sin x \cdot \sin y = 1 \end{cases}$ در انتروال $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ \sin x \cdot \sin y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\sin x \cdot \sin y = 1 \Rightarrow \sin x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = 1$$

اطراف مساوات در عدد 2 ضرب شود.

$$2 \sin x \cdot \cos x = 2 \Rightarrow \sin 2x = 2 \longrightarrow \text{غ.ق.ق}$$

چون ساین یک زاویه از یک بزرگتر شده نمی تواند پس این سیستم حل ندارد.

نوع سوم: این نوع از چهار سیستم معادلا زیر تشکیل شده است.

$$\begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \frac{\sin x}{\sin y} = a \end{cases} \quad \begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \frac{\cos x}{\cos y} = a \end{cases}$$

روش حل: برای حل اینگونه سیستمها ابتدا از خواص تناسب استفاده می کنیم و سیستم را به شکل زیر تبدیل می کنیم:

$$\begin{cases} x + y = \alpha \\ \frac{\sin x}{\sin y} = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = \alpha \\ \frac{\sin x - \sin y}{\sin x + \sin y} = \frac{a-1}{a+1} \end{cases}$$

سپس حاصل جمع و تفریق نسبت های مثلثاتی را به حاصل ضرب نسبت های مثلثاتی تبدیل می کنیم و با توجه به شرایط سیستم آن را حل می کنیم.

$$\text{مثال: سیستم} \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\sin x}{\sin y} = \sqrt{3} \end{cases} \text{ را حل کنید:}$$

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\sin x}{\sin y} = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin x - \sin y}{\sin x + \sin y} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$\frac{2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}}{2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow \cot \frac{x+y}{2} \cdot \tan \frac{x-y}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$\cot \frac{\pi}{2} \cdot \tan \frac{x-y}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow \tan \frac{x-y}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$\frac{x-y}{2} = 15^\circ \Rightarrow x-y = 30^\circ \Rightarrow x-y = \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} x-y = \frac{\pi}{6} \\ x+y = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = 30^\circ \\ x+y = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60-y = 30 \Rightarrow 60-30 = y \Rightarrow y = 30^\circ \\ 2x = 120^\circ \Rightarrow x = 60^\circ \end{cases}$$

$$\boxed{\tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}} \text{ نکته:}$$

مثال: از سیستم
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3} \\ \frac{\cos x}{\cos y} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$
 مقدار $\cot \frac{x+y}{2}$ را دریافت کنید:

$$\frac{\cos x}{\cos y} = \frac{2 - \sqrt{3}}{1} \Rightarrow \frac{\cos x + \cos y}{\cos x - \cos y} = \frac{2 - \sqrt{3} + 1}{2 - \sqrt{3} - 1}$$

$$\frac{2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}}{-2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \Rightarrow \cot \frac{x+y}{2} \cdot \cot \frac{x-y}{2} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\cot \frac{x+y}{2} \cdot \cot \frac{\pi}{6} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \Rightarrow \cot \frac{x+y}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \Rightarrow \cot \frac{x+y}{2} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = 1$$

نوع چهارم: این نوع از چهار سیستم معادلات به صورت زیر تشکیل شده است:

$$\begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \tan x \pm \tan y = a \end{cases} \quad \begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \cot x \pm \cot y = a \end{cases}$$

روش حل: برای حل اینگونه سیستم ها بهتر است ابتدا از اطراف مساوات $x + y = \alpha$ تانجانت و یا کوتانجانت بگیریم. اگر معادله دوم سیستم از جنس تانجانت بود از اطراف معادله اول تانجانت گرفته و رابطه را انکشاف می دهیم. اگر معادله دوم از جنس $\cot$ بود از اطراف معادله اول $\cot$ می گیریم و انکشاف می دهیم و با توجه به شرایط سیستم آن را حل می کنیم:

$$\begin{cases} \tan x - \tan y = a \\ x - y = \alpha \end{cases} \longrightarrow \tan(x - y) = \tan \alpha \Rightarrow \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y} = \tan \alpha$$

$$\frac{a}{1 + \tan x \cdot \tan y} = \tan \alpha \Rightarrow 1 + \tan x \cdot \tan y = \frac{a}{\tan \alpha} = a \cdot \cot \alpha$$

سیستم جدید را تشکیل می دهیم:

$$\begin{cases} \tan x - \tan y = a \\ \tan x \cdot \tan y = a \cot \alpha - 1 \end{cases}$$

این سیستم جدید را حل می کنیم و مقدارهای x و y را دریافت می کنیم.

نکته: شرط حل سیستم های نوع چهارم بصورت $a^2 - 4 + 4a \cot \alpha \geq 0$ است.

مثال: سیستم $\begin{cases} \tan x - \tan y = -2\sqrt{3} \\ x - y = \frac{\pi}{3} \end{cases}$ را حل کنید:

$$\tan(x - y) = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y} = \sqrt{3}$$

$$-\frac{2\sqrt{3}}{1 + \tan x \cdot \tan y} = \sqrt{3} \Rightarrow -\frac{2}{1 + \tan x \cdot \tan y} = 1$$

$$1 + \tan x \cdot \tan y = -2 \Rightarrow \tan x \cdot \tan y = -3$$

$$\begin{cases} \tan x - \tan y = -2\sqrt{3} \Rightarrow \tan x = -2\sqrt{3} + \tan y \\ \tan x \cdot \tan y = -3 \Rightarrow (-2\sqrt{3} + \tan y) \cdot \tan y = -3 \end{cases}$$

$$\tan^2 y - 2\sqrt{3} \tan y + 3 = 0 \Rightarrow (\tan y - \sqrt{3})^2 = 0 \Rightarrow \tan y - \sqrt{3} = 0$$

$$\tan y = \sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{\pi}{3}$$

$$\tan x \cdot \tan y = -3 \Rightarrow \tan x \cdot \sqrt{3} = -3 \Rightarrow \tan x = -\frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

نوع پنجم: این نوع از دو سیستم معادلات زیر تشکیل شده است:

$$\begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \tan x \cdot \tan y = a \end{cases}$$

روش حل:

$$\tan x \cdot \tan y = a \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin y}{\cos y} = a$$

$$\frac{\frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]}{\frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)]} = a \Rightarrow \frac{\cos(x-y) - \cos \alpha}{\cos(x-y) + \cos \alpha} = a$$

$$\cos(x-y) - \cos \alpha = a \cdot \cos(x-y) + a \cos \alpha$$

$$\cos(x-y) - a \cos(x-y) = a \cos \alpha + \cos \alpha \Rightarrow \cos(x-y)(1-a) = \cos \alpha(1+a)$$

$$\cos(x-y) = \frac{1+a}{1-a} \cdot \cos \alpha$$

شرط حل اینگونه سیستم ها بصورت $-1 \leq \frac{1+a}{1-a} \cos \alpha \leq 1$ است.

$$\text{مثال: سیستم} \quad \begin{cases} x + y = \frac{7\pi}{6} \\ \tan x \cdot \tan y = 0 \end{cases} \quad \text{را حل کنید:}$$

$$\tan x \cdot \tan y = 0 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin y}{\cos y} = 0 \Rightarrow \sin x \cdot \sin y = 0$$

$$\frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)] = 0 \Rightarrow \cos(x-y) - \cos \frac{7\pi}{6} = 0$$

$$\cos(x-y) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \Rightarrow \cos(x-y) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(x-y) = \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x-y = \frac{5\pi}{6}$$

$$\begin{cases} x-y = \frac{5\pi}{6} \\ x+y = \frac{7\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = 150^\circ \\ x+y = 210^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 180^\circ - y = 150^\circ \Rightarrow 180^\circ - 150^\circ = y \\ 2x = 360^\circ \Rightarrow x = 180^\circ \end{cases}$$

$$\text{مثال: سیستم} \quad \begin{cases} x-y = \frac{\pi}{3} \\ \tan x \cdot \tan y = -3 \end{cases} \quad \text{را حل کنید:}$$

$$\tan x \cdot \tan y = -3 \Rightarrow \frac{\sin x \cdot \sin y}{\cos x \cdot \cos y} = -3 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]}{\frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \frac{\pi}{3} - \cos(x+y)}{\cos(x+y) + \cos \frac{\pi}{3}} = -3 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} - \cos(x+y)}{\cos(x+y) + \frac{1}{2}} = -3$$

$$\frac{1}{2} - \cos(x+y) = -3 \cos(x+y) - \frac{3}{2} \Rightarrow -\cos(x+y) + 3 \cos(x+y) = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$$

$$2 \cos(x+y) = -2 \Rightarrow \cos(x+y) = -1 \Rightarrow x+y = \pi$$

$$\begin{cases} x+y = \pi \\ x-y = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{3} + y = \pi \Rightarrow y = \pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = \frac{3\pi - 2\pi}{3} \Rightarrow y = \frac{\pi}{3} \\ 2x = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{4\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

نوع ششم: این نوع شامل چهار سیستم زیر است:

$$\begin{cases} \frac{\tan x}{\tan y} = a \\ x \pm y = \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\cot x}{\cot y} = a \\ x \pm y = \alpha \end{cases}$$

روش حل:

$$\begin{cases} \frac{\tan x}{\tan y} = a \Rightarrow \frac{\tan x + \tan y}{\tan x - \tan y} = \frac{a+1}{a-1} \Rightarrow \frac{\frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}}{\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}} = \frac{a+1}{a-1} \\ x \pm y = \alpha \end{cases}$$

$$\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{a+1}{a-1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin(x-y)} = \frac{a+1}{a-1} \Rightarrow \sin(x-y) = \frac{a-1}{a+1} \cdot \sin \alpha$$

شرط حل:

$$-1 \leq \frac{a-1}{a+1} \cdot \sin \alpha \leq 1$$

مثال: سیستم

$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\tan x}{\tan y} = -3 \end{cases} \text{ را حل کنید:}$$

$$\frac{\tan x}{\tan y} = -3 \Rightarrow \frac{\tan x - \tan y}{\tan x + \tan y} = \frac{-3-1}{-3+1} = 2$$

$$\frac{\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}}{\frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}} = 2 \Rightarrow \frac{\sin(x-y)}{\sin(x+y)} = 2 \Rightarrow 2 \sin(x+y) = \sin(x-y)$$

$$2 \sin(x+y) = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2 \sin(x+y) = 1 \Rightarrow \sin(x+y) = \frac{1}{2} \Rightarrow x+y = 30^\circ$$

$$\begin{cases} x - y = 90^\circ \\ x + y = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60^\circ - y = 90^\circ \Rightarrow 60^\circ - 90^\circ = y \Rightarrow y = -30^\circ \\ 2x = 120^\circ \Rightarrow x = 60^\circ \end{cases}$$

سـوالـات عمومی

1- 180° درجه عبارت از چند رادیان است؟

- (1) 2π (2) π (3) $\frac{3\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{2}$

2- طول قوس مقابل زاویه مرکزی $\frac{\pi}{3}$ رادیان را دریافت کنید اگر شعاع دایره 30cm باشد؟

- (1) 10cm (2) $10\pi\text{cm}$ (3) $8\pi\text{cm}$ (4) $12\pi\text{cm}$

3- عقربه ثانیه گرد در یک ساعت در مدت 45 ثانیه چند رادیان زاویه را طی می کند؟

- (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) π (3) $\frac{3\pi}{2}$ (4) 2π

4- زاویه $\frac{5\pi}{6}$ برابر با چند درجه است؟

- (1) 210 (2) 300 (3) 150 (4) 180

5- هرگاه طول قوس مقابل یک زاویه مرکزی $8\pi\text{cm}$ باشد و شعاع دایره 4cm باشد اندازه زاویه مرکزی چند رادیان است؟

- (1) 2π (2) π (3) 32π (4) $\frac{1}{2}\pi$

6- زاویه بین عقربه ساعت شمار و دقیقه شما یک ساعت از کدام رابطه ذیل دریافت می گردد؟

- (1) $\alpha = |30\text{min} - 5.5\text{hr}|$ (2) $\alpha = |30\text{min} + 5.5\text{hr}|$

- (3) $\alpha = |5.5\text{min} - 30\text{hr}|$ (4) هیچکدام

7- زاویه $35^\circ 15' 27''$ از جنس درجه اعشاری کدام است؟

- (1) 32.2517 (2) 35.2575 (3) 36.2672 (4) 35.2931

8- زاویه 48.3625 بر حسب درجه-دقیقه و ثانیه کدام است؟

- (1) $48^\circ 21' 45''$ (2) $48^\circ 31' 46''$ (3) $48^\circ 30' 21''$ (4) $48^\circ 21' 36''$

9- 100 گراد چند رادیان است؟

- (1) π (2) $\frac{3\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{3}$

10- یک درجه چند رادیان است؟

- (1) 0.1745 (2) 0.01745 (3) 0.001745 (4) 1.745

11- زاویه (-400) گراد چند رادیان است؟

- (1) $-\frac{19\pi}{2}$ (2) $-\frac{21\pi}{2}$ (3) $-\frac{17\pi}{8}$ (4) $-\frac{20\pi}{9}$

12- زاویه (-100) گراد چند درجه است؟

- (1) -120 (2♦) -90 (3) -60 (4) -30

13- اگر از زاویه‌ای بر حسب گراد 30 واحد کم کنیم عدد حاصل برابر اندازه زاویه بر حسب درجه خواهد بود، اندازه این زاویه بر حسب رادیان چقدر است؟

- (1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{4\pi}{3}$ (3♦) $\frac{3\pi}{2}$ (4) $\frac{4\pi}{5}$

14- زاویه 6π رادیان برابر به چند درجه است؟

- (1♦) 1080 (2) 900 (3) 980 (4) 1800

15- $\frac{1}{4}$ حصه دوران چند رادیان است؟

- (1) $\frac{\pi}{3}$ (2) π (3♦) $\frac{\pi}{2}$ (4) 2π

16- $\frac{3}{4}$ یک دوران مکمل چند رادیان است؟

- (1) $\frac{\pi}{2}$ (2♦) $\frac{3\pi}{2}$ (3) $\frac{3\pi}{4}$ (4) $\frac{5\pi}{6}$

17- هرگاه عقربه ثانیه گرد ساعت 40 ثانیه را طی کند این عقربه چند رادیان را طی نموده است؟

- (1♦) $\frac{4\pi}{3}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{5\pi}{4}$ (4) $\frac{4\pi}{5}$

18- هرگاه ساعت $3:40$ دقیقه باشد زاویه بین عقربه ساعت گرد و دقیقه گرد چند درجه است؟

- (1) 140 (2) 135 (3) 150 (4♦) 130

19- ساعت $2:30$ دقیقه است، زاویه بین عقربه ساعت گرد و دقیقه گرد چند درجه است؟

- (1) 60 (2) 30 (3) 50 (4) 20

20- اگر قوس مقابل یک زاویه مرکزی 50cm و شعاع دایره 25cm باشد زاویه مرکزی چند رادیان است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2♦) 2 (3) 4 (4) $\frac{1}{3}$

21- اگر طول ثانیه گرد یک ساعت 6cm باشد در 40 ثانیه، ثانیه گرد چند سانتی متر فاصله را طی می‌کند؟

- (1) 6π (2) 10π (3♦) 8π (4) 7π

22- اگر شعاع دایره 3cm و زاویه مرکزی $\frac{5}{3}$ رادیان باشد، طول قوس مقابل این زاویه مرکزی چند cm است؟

- (1♦) 5cm (2) 7cm (3) 10cm (4) 12cm

23- اگر گردش ثانیه گرد یک ساعت 35 ثانیه باشد، ثانیه گرد چند رادیان زاویه مثبت را طی می‌کند؟

- (1) 120 (2) 135 (3) 180 (4♦) 210

24- مجموع دوزاویه 152 است، اگر اندازه یکی از آنها بر حسب درجه برابر اندازه دیگری بر حسب گراد باشد، اندازه هر زاویه بر حسب رادیان کدام است؟

- (1) 50 , 102 (2) 72 , 80 (3) 71 , 81 (4) 100 , 52

25- اگر شعاع یک دایره 10m ، طول قوس مقابل زاویه مرکزی 45 رادیان چند متر است؟

- (1) 450 (2) 100 (3) 360 (4) هیچکدام

26- کدام یک از جوهره زاویه های داده شده کوترمینل یکدیگر اند؟

- (1) 50 و 40 (2) 80 و 800 (3) 60 و 410 (4) 1 و 2 درست است

27- کوچکترین زاویه مثبت که با زاویه 450 درجه کوترمینل است، کدام است؟

- (1) 180 (2) 30 (3) 60 (4) 90

28- اگر در حالت معیاری ضلع دوم زاویه θ از نقطه (12,5) بگذرد، نسبت $\sin \theta$ کدام است؟

- (1) $\frac{5}{12}$ (2) $\frac{5}{13}$ (3) $\frac{12}{13}$ (4) $\frac{10}{13}$

29- کدام یک از روابط زیر درست است؟

(1) $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$ (2) $\tan^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$

(3) $\csc^2 \theta = 1 - \cot^2 \theta$ (4) $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 1$

30- اگر در حالت معیاری $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟

- (1) $-\frac{3}{4}$ (2) $-\frac{4}{3}$ (3) $-\frac{5}{3}$ (4) $-\frac{3}{5}$

31- کدام یک از مقادیر زیر منفی است؟

- (1) $\csc 315^\circ$ (2) $\cos 330^\circ$ (3) $\csc 89^\circ$ (4) $\sin 120^\circ$

32- اگر $\sin \theta \cdot \cos \theta < 0$ باشد، زاویه θ در کدام ناحیه قرار دارد می گیرد؟

- (1) اول یا چهارم (2) دوم یا سوم (3) دوم یا چهارم (4) سوم یا چهارم

33- اگر $1 - \cos \theta = \frac{5}{3}$ و $\tan \theta \cdot \cos \theta > 0$ باشد، زاویه θ در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (1) اول (2) دوم (3) سوم (4) چهارم

34- اگر $\cos \theta - \sin \theta = \frac{6}{5}$ باشد، زاویه θ در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (1) اول (2) دوم (3) سوم (4) چهارم

35- اگر $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، $\tan \theta$ کدام است؟ $(180 < \theta < 270)$

- (1) -2 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

36- در صورتیکه $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\sin \theta \cdot \cos \theta$ کدام است؟

- (1) $\frac{4}{25}$ (2) $\frac{8}{25}$ (3) $\frac{12}{25}$ (4) $\frac{16}{25}$

37- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟

- (1) $\frac{13}{27}$ (2) $\frac{13}{81}$ (3) $\frac{17}{27}$ (4) $\frac{17}{28}$

38- اگر θ در حالت معیاری ضلع دوم آن از نقطه $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ عبور کند، $\tan \theta$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) 2 (3) 1 (4) -1

39- کدام یک از روابط ذیل درست است؟

- (1) $\sin 49^\circ = \cos 29^\circ$ (2) $\tan 50^\circ = \cot 40^\circ$ (3) $\sec 20^\circ = \csc 70^\circ$ (4) $\sec 20^\circ = \csc 70^\circ$ درست است

40- اگر $\sin 17^\circ = 0.29$ باشد، مقدار $\cos 73^\circ$ کدام است؟

- (1) 0.29 (2) -0.29 (3) 0.61 (4) 0.71

41- $\cos(\pi - \alpha)$ برابر است با:

- (1) $\cos \alpha$ (2) $-\cos \alpha$ (3) $\sin \alpha$ (4) $-\sin \alpha$

42- $\tan(\alpha - \pi)$ برابر است با:

- (1) $\tan \alpha$ (2) $-\tan \alpha$ (3) $\cot \alpha$ (4) $-\cot \alpha$

43- $\sec\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ برابر است با:

- (1) $\sec \alpha$ (2) $\tan \alpha$ (3) $-\sec \alpha$ (4) $\csc \alpha$

44- $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ برابر است با:

- (1) $2 \tan \alpha$ (2) $\tan \alpha - \cot \alpha$ (3) $\cot \alpha - \tan \alpha$ (4) $-2 \cot \alpha$

45- مقدار $\tan(-\alpha) + \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ برابر است با:

- (1) 0 (2) $2 \tan \alpha$ (3) $\tan \alpha$ (4) $2 \cot \alpha$

46- عبارت $\sec(-\theta) + \sec(\pi + \theta)$ برابر است با:

- (1) $3 \sec \theta$ (2) $2 \sec \theta$ (3) صفر (4) $\sec \theta$

47- مقدار $\cot(-\theta)$ برابر است به:

- (1) $\cot \theta$ (2) $-\tan \theta$ (3) $\tan \theta$ (4) $-\cot \theta$

48- $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ برابر است به:

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4	$\frac{1}{3}$ (3	$-\frac{1}{2}$ (2♦	$\frac{1}{2}$ (1
-------------------------	------------------	--------------------	------------------

49- $\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$ برابر است به:

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4	$-\frac{1}{2}$ (3	-1 (2	0 (1♦
--------------------------	-------------------	-------	-------

50- $\sin 120^\circ + \sin 240^\circ$ برابر است با:

$-\sqrt{3}$ (4	0 (3♦	$\frac{1}{2}$ (2	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1
----------------	-------	------------------	--------------------------

51- $\cos 120^\circ + \cos 240^\circ$ برابر است با:

$-\frac{1}{2}$ (4	$\frac{1}{2}$ (3	صفر (2	-1 (1♦
-------------------	------------------	--------	--------

52- مقدار $\sin\left(\pi - \frac{3\pi}{4}\right)$ برابر است با:

$-\frac{1}{2}$ (4	$\frac{1}{2}$ (3	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (1♦
-------------------	------------------	--------------------------	--------------------------

53- مقدار $\tan \frac{4\pi}{3}$ برابر است به:

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4	$\sqrt{3}$ (3♦	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2	$-\sqrt{3}$ (1
-------------------------	----------------	--------------------------	----------------

54- حاصل $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ کدام است؟

$\sin \theta + \cos \theta$ (4♦	$\sin \theta - \cos \theta$ (3	$\cos \theta - \sin \theta$ (2	$2 \sin \theta$ (1
---------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------

55- اگر $\sin 8^\circ 10' = 0.1421$ باشد، مقدار $\cos 81^\circ 50'$ کدام است؟

-0.1421 (4	1.7814 (3	0.1421 (2♦	0.1431 (1
------------	-----------	------------	-----------

56- حاصل $\frac{\sin 67^\circ}{\cos 23^\circ}$ برابر است با:

0.3907 (4	0.9305 (3	0.9205 (2	1 (1♦
-----------	-----------	-----------	-------

57- هرگاه $\tan 23^\circ = 0.4245$ باشد، حاصل $2 \cot 67^\circ$ کدام است؟

0.925 (4	-0.4245 (3	0.849 (2♦	0.4245 (1
----------	------------	-----------	-----------

58- مقدار $\sec \frac{11\pi}{6}$ برابر است با:

$-\frac{2}{\sqrt{3}}$ (4	$\frac{2}{\sqrt{3}}$ (3♦	2 (2	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1
--------------------------	--------------------------	------	-------------------------

59- حاصل $\sin 405 + \cos 405$ برابر است به:

1♦ $\sqrt{2}$ (2) صفر $(3) -\sqrt{2}$ $(4) \frac{\sqrt{2}}{2}$

60- مقدار $\sin 1500^\circ$ کدام است؟

1 $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) صفر $(4) \frac{\sqrt{3}}{2}$ 1♦

61- $\tan 1500^\circ$ برابر است به:

1♦ $\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ $(3) \frac{1}{\sqrt{3}}$ (4) 3 و 2 درست است

62- مقدار $\cos(-930^\circ)$ برابر است به:

1 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ $(3) -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $(4) -\frac{1}{2}$

63- مقدار $\sin 900^\circ + \cos 900^\circ$ برابر است با:

1 صفر $(2) -1$ (3) 1 $(4) \frac{1}{2}$

64- مقدار $\sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$ برابر است به:

1 (1) $(2) -1$ (3) صفر $(4) -\frac{1}{2}$

65- $\tan\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$ برابر است به:

1 $(1) -1$ (2) صفر $(3) \frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) تعریف نشده 1♦

66- $\sin(-1110^\circ)$ برابر است به:

1 $\frac{1}{2}$ $(2) -\frac{1}{2}$ $(4) \frac{\sqrt{3}}{2}$ $(4) -\frac{\sqrt{3}}{3}$

67- $\cos(-3\pi)$ برابر است با:

1 $\frac{1}{2}$ (2) صفر $(3) -1$ (4) 1

68- $\cos(-15\pi)$ برابر است با:

1 (1) $(2) -1$ (3) 0 (4) هیچکدام

69- در مثلث قائم الزاویه ABC ، زاویه A قائمه و $\cos B = \frac{4}{5}$ است، مقدار $\tan C$ کدام است؟

1 $\frac{3}{5}$ $(2) \frac{4}{3}$ $(3) \frac{3}{4}$ $(4) \frac{5}{3}$

70- با فرض اینکه $\tan 76^\circ = 4$ باشد، مقدار عددی $\sin^2 14^\circ$ چقدر است؟

- (1) $\frac{1}{14}$ (2) $\frac{1}{15}$ (3) $\frac{1}{16}$ (4) $\frac{1}{17}$ ♦

71- حاصل $\sin \frac{31\pi}{4} + \cos \frac{105\pi}{4} + \tan \frac{43\pi}{4}$ کدام است؟

- ♦ (1) -1 (2) $\sqrt{2} - 1$ (3) 1 (4) $-\sqrt{2} + 1$

72- مقدار $\tan \left(\pi \cot \left(\frac{171\pi}{4} \right) \right)$ کدام است؟

- ♦ (1) صفر (2) -1 (3) 1 (4) تعریف نشده

73- اگر $\sin \theta = a$ باشد، حاصل $\sin \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right) \cdot \cos(17\pi - \theta) + \cot \left(\frac{33\pi}{2} - \theta \right) \cot(17\pi - \theta)$ کدام است؟

- (1) a^2 (2) $-a^2$ (3) $a^2 - 1$ (4) $1 - a^2$ ♦

74- حاصل عبارت $\frac{\tan \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) - \sin^3 \left(\frac{7\pi}{2} - x \right)}{\cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \tan \left(\frac{3\pi}{2} + x \right)}$ کدام است؟

- (1) $\cos x$ (2) $-\sin x$ (3) $-\cos^2 x$ (4) $\sin^2 x$ ♦

75- از تساوی $\frac{2 \sin(\alpha - 3\pi) + \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)}{\sin \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}$ مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

- (1) -2 (2) -1.5 (3) 2 ♦ (4) 1.5

76- اگر $\cot 34^\circ = 1.5$ باشد، مقدار $\frac{2 \sin 326^\circ + 3 \sin 56^\circ}{\cos 304^\circ}$ کدام است؟

- ♦ (1) 2.5 (2) 2 (3) -1 (4) -1.5

77- اگر $\tan 20^\circ = 0.36$ باشد، حاصل $\frac{\sin 160^\circ - \cos 200^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$ کدام است؟

- (1) $\frac{9}{4}$ (2) $\frac{15}{8}$ (3) $\frac{17}{8}$ ♦ (4) $\frac{31}{16}$

78- اگر شعاع یک دایره 20cm و طول قوس مقابل زاویه مرکزی $S = 85\text{cm}$ باشد، زاویه مرکزی چند

رادیان است؟

- (1) 1.25 (2) 2.25 (3) 3.25 (4) 4.25 ♦

79- اگر قطر تایر کوچک یک تراکتور یک متر و قطر بزرگ آن 120cm باشد، وقتی تایر کوچک به اندازه

زاویه 70° بچرخد، تایر بزرگ چند درجه را طی می‌کند؟

- ♦ (1) 58.3 (2) 52.4 (3) 60 (4) 119

80- در یک مثلث به ترتیب $4x$ درجه، $\frac{70x}{9}$ گراد و $\frac{\pi x}{20}$ رادیان است، سه زاویه مثلث هر کدام چند درجه است؟

- (1 $36^\circ, 60^\circ, 84^\circ$ (2 $49^\circ, 58^\circ, 72^\circ$ (3 $36^\circ, 63^\circ, 81^\circ$ (4 $27^\circ, 51^\circ, 79^\circ$
- 81- اگر A, B, C و D زاویه های یک چهار ضلعی باشند و $A + D = 240^\circ$ و $C + D = 200g$ و

$B + D = \frac{2\pi}{3}$ باشد، اندازه هر زاویه این چهار ضلعی بر حسب درجه کدام است؟

- 1♦ $\left. \begin{array}{l} A = 75^\circ, B = 105^\circ \\ C = 15^\circ, D = 165^\circ \end{array} \right\}$ (2 $\left. \begin{array}{l} A = 70^\circ, B = 110^\circ \\ C = 20^\circ, D = 160^\circ \end{array} \right\}$
- (3 $\left. \begin{array}{l} A = 60^\circ, B = 130^\circ \\ C = 30^\circ, D = 150^\circ \end{array} \right\}$ (4 هیچکدام

82- مجموع سه زاویه 240 گراد است، اگر زاویه اولی 40 گراد، دومی $\frac{3\pi}{4}$ رادیان باشد، زاویه سومی چند

درجه است؟

- (1 50 (2 60 (3♦ 45 (4 30

83- کدام تساوی درست است؟

- (1 $\sec 135 = -\csc 45$ (2 $\sec 135 = \csc 45$ (3 $\sec 135 = \sec 45$ (4♦ $\sec 135 = -\sec 45$

84- کدام یک از تساوی ها درست است؟

- (1 $\tan 240^\circ = \tan 60^\circ$ (2♦ $\tan 240^\circ = -\tan 60^\circ$ (3 $\tan 240^\circ = \cot 60^\circ$ (4 $\tan 240^\circ = -\cot 60^\circ$

85- کدام یک از تساوی های ذیل درست است:

- (1 $\sin 120^\circ = \cos 30^\circ$ (2 $\sin 120^\circ = -\cos 30^\circ$ (3 $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$ (4♦ $\sin 120^\circ = \sin 30^\circ$

86- کدام تساوی درست است؟

- 1♦ (1 $\sin(-15\pi) = -\sin \pi$ (2 $\sin(-15\pi) = \sin \pi$ (3 $\sin(-15\pi) = \cos \pi$ (4 $\sin(-15\pi) = -\cos \pi$

87- کدام تساوی درست است؟

- (1 $\csc(2k\pi + \theta) = \csc \theta$ (2 $\csc(2k\pi + \theta) = -\sec \theta$

- (3 $\csc(2k\pi + \theta) = \sec \theta$ (4♦ $\csc(2k\pi + \theta) = \csc \theta$

88- مقدار $\cos\left(\frac{407\pi}{2}\right)$ برابر است با:

- (1 1 (2♦ صفر (3 -1 (4 $\frac{1}{2}$

89- کدام تساوی درست است؟

- (1 $\sin \frac{3\pi}{4} < \sin \frac{\pi}{4}$ (2 $\sin \frac{3\pi}{4} > \sin \frac{\pi}{4}$ (3♦ $\sin \frac{3\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4}$ (4 $\sin \frac{3\pi}{4} = -\sin \frac{\pi}{4}$

90- اگر مقدار زاویه از 0 الی 90 تزايد کند، قيمت $\sin \theta$:

- 1♦ (1) از صفر الی یک تزايد می کند
 (2) از یک الی صفر تناقص می کند
 (3) از یک الی منفی یک تناقص می کند
 (4) از صفر الی بی نهایت تزايد می کند
 91- پریود تابع $y = \sin x$ کدام است؟

(1) π (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{3\pi}{2}$ 4♦ (4) 2π

92- پریود تابع $y = \tan x$ کدام است؟

1♦ (1) π (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{3\pi}{2}$ (4) 2π

93- پریود تابع $y = 3 \tan x$ کدام است؟

(1) 2π 2♦ (2) π (3) 3π (4) $\frac{1}{2}\pi$

94- پریود تابع $y = \frac{1}{2} \sin x$ کدام است؟

(1) π 2♦ (2) 2π (3) 3π (4) $\frac{1}{2}\pi$

95- پریود تابع $y = -\cot x$ کدام است؟

1♦ (1) π (2) $-\pi$ (3) 2π (4) -2π

96- دوره تناوب تابع $y = 2 \tan 2x$ کدام است؟

(1) π (2) $-\pi$ (3) 3π 4♦ (4) $\frac{\pi}{2}$

97- دوره تناوب تابع $y = \sin \frac{x}{2}$ کدام است؟

(1) 2π (2) 3π 3♦ (3) 4π (4) $\frac{\pi}{2}$

98- دوره تناوب $y = \cos 2x$ کدام است؟

1♦ (1) π (2) 2π (3) 3π (4) $\frac{\pi}{2}$

99- رنج تابع $y = 2 \sin x$ کدام است؟

(1) $[-1, +1]$ 2♦ (2) $[-2, 2]$ (3) $\left[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right]$ (4) $(-1, 1)$

100- رنج تابع $y = \frac{1}{2} \cos x$ کدام است؟

(1) $[-1, 1]$ (2) $[0, 1]$ 3♦ (3) $\left[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right]$ (4) $[-1, 2]$

101- گراف تابع $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ شبیه گراف کدام تابع است؟

$$y = -\sin x \quad (4) \quad y = -\cos x \quad (3) \quad y = \cos x \quad (2\blacklozenge) \quad y = \sin x \quad (1)$$

102- دومین تابع $y = \sin x$ کدام است؟

$$IR \quad (1\blacklozenge) \quad (0, \infty) \quad (2) \quad (-\infty, 0) \quad (3) \quad [0, \infty) \quad (4)$$

103- دومین تابع $y = \tan x$ کدام است؟

$$IR \quad (1) \quad \{x / x \in IR, \cos x \neq 0\} \quad (2) \quad \{x / x \in IR, \sin x \neq 0\} \quad (3) \quad (4) \text{ هیچکدام}$$

104- دومین تابع $y = \cos x$ کدام است؟

$$(1\blacklozenge) \quad \left\{x / x \in IR, x \neq \left(2k + 13\frac{\pi}{2}\right)\right\} \quad (2) \quad \{x / x \in IR, x \neq k\pi\}$$

$$(3) \quad \{x / x \in IR, x \neq (2k + 12\pi)\} \quad (4) \quad \{x / x \in IR, \cos x \neq 0\}$$

105- اگر معادله تابع $y = \sin x$ را به $y = 3\sin x$ تبدیل کنیم، گراف تابع:

$$(1) \text{ سه واحد به طرف راست انتقال می یابد} \quad (2) \text{ سه واحد به طرف چپ انتقال می یابد}$$

$$(3\blacklozenge) \text{ سه واحد به طرف بالا انتقال می یابد} \quad (4) \text{ سه واحد به طرف پایین انتقال می یابد}$$

106- اگر معادله تابع $y = \cos x$ به $y = \cos(x + \pi)$ تبدیل شود، گراف تابع: سهد

$$(1) \text{ به اندازه } \pi \text{ به طرف چپ انتقال می یابد} \quad (2) \text{ به اندازه } \pi \text{ به طرف راست انتقال می یابد}$$

$$(3) \text{ به اندازه } \pi \text{ به طرف بالا انتقال می یابد} \quad (4) \text{ به اندازه } \pi \text{ به طرف پایین انتقال می یابد}$$

107- معادله مجانب های تابع $y = \sin x$ کدام است؟

$$(1) \quad x = k\pi \quad (2) \quad x = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \quad (3) \quad x = 2k\pi \quad (4\blacklozenge) \text{ مجانب ندارد}$$

108- معادله مجانب های افقی تابع $y = \tan x$ کدام است؟

$$(1) \quad x = k\pi \quad (2) \quad x = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \quad (3) \quad x = 2k\pi \quad (4\blacklozenge) \text{ مجانب افقی ندارد}$$

109- معادله مجانب های عمودی تابع $y = \cot x$ کدام است؟

$$(1\blacklozenge) \quad x = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \quad (2) \quad x = (2k\pi + 1)\pi \quad (3) \quad x = k\pi \quad (4) \text{ هیچکدام}$$

110- عبارت $\sin(\alpha + \beta)$ برابر است به:

$$(1) \quad \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta \quad (2\blacklozenge) \quad \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$(3) \quad \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha \quad (4) \quad \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

111- عبارت $\cos(\alpha - \beta)$ برابر است با:

$$(1) \quad \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad (2\blacklozenge) \quad \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$(3) \quad \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta \quad (4) \quad \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

112- عبارت $\frac{\cot \alpha \cdot \cot \beta + 1}{\cot \beta - \cot \alpha}$ برابر است با:

$$\cot(\alpha + \beta) \quad (1) \quad \cot(\alpha - \beta) \quad (2) \quad \cot(\beta - \alpha) \quad (3) \quad \tan \frac{1}{\alpha + \beta} \quad (4)$$

113- مقدار $\sin \frac{7\pi}{12}$ برابر است به:

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

114- مقدار $\tan \frac{5\pi}{12}$ برابر است به:

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \quad (1) \quad \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \quad (2) \quad \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \quad (3) \quad \frac{2 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \quad (4)$$

115- حاصل $\sin 2^\circ \cdot \cos 88^\circ + \cos 2^\circ \cdot \sin 88^\circ$ برابر است به:

$$1 \quad (1) \quad \text{صفر} \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (4)$$

116- هرگاه $\sin \theta = \frac{4}{5}$ و ضلع دوم θ در ربع دوم باشد، $\sin 2\theta$ کدام است؟

$$\frac{24}{25} \quad (1) \quad \frac{3}{25} \quad (2) \quad -\frac{24}{25} \quad (3) \quad \frac{27}{4} \quad (4)$$

117- هرگاه $\sin \theta = \frac{4}{5}$ و ضلع دوم θ در ربع دوم باشد $\cos 2\theta$ کدام است؟

$$-\frac{7}{25} \quad (1) \quad \frac{7}{25} \quad (2) \quad \frac{24}{25} \quad (3) \quad -\frac{24}{25} \quad (4)$$

118- هرگاه $\sin \theta = \frac{4}{5}$ و ضلع θ در ربع دوم باشد، $\tan 2\theta$ کدام است؟

$$\frac{24}{9} \quad (1) \quad \frac{25}{8} \quad (2) \quad \frac{24}{7} \quad (3) \quad \frac{27}{4} \quad (4)$$

119- عبارت $2 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$ برابر است به:

$$\cos \theta \quad (1) \quad \sin 2\theta \quad (2) \quad \sin \theta \quad (3) \quad \cos 2\theta \quad (4)$$

120- عبارت $\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ برابر است به:

$$\tan \theta \quad (1) \quad \tan \frac{\theta}{2} \quad (2) \quad \tan 3\theta \quad (3) \quad \tan 2\theta \quad (4)$$

121- عبارت $2 \cos^2 \theta - 1$ برابر است با:

$$\cos \theta \quad (1) \quad 2 \cos 2\theta \quad (2) \quad \cos 2\theta \quad (3) \quad \sin 2\theta \quad (4)$$

122- عبارت $\cos \frac{\pi}{2}$ برابر است به:

$$\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \quad (1) \quad \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \quad (2) \quad \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\theta}{2}}{2}} \quad (3) \quad \text{هیچکدام} \quad (4)$$

123- اگر $180 < x < 270$ و $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ باشد، قیمت $\cos \frac{\theta}{2}$ کدام است؟

$$(1\spadesuit) -\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6}} \quad (2) \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6}} \quad (3) \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{6}} \quad (4) \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{5}}{6}}$$

124- هرگاه $\cos \theta = \frac{4}{5}$ باشد، $\sin \frac{\theta}{2}$ مقدار $(0 < \theta < 90)$ کدام است؟

$$(1) \frac{1}{\sqrt{10}} \quad (2) \frac{\sqrt{10}}{10} \quad (3) -\frac{1}{\sqrt{10}} \quad (4\spadesuit) 1 \text{ و } 2 \text{ درست است}$$

125- هرگاه $\cos \theta = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار $\tan \frac{\theta}{2}$ کدام است؟ $(0 < \theta < 90^\circ)$

$$(1\spadesuit) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) \frac{1}{5}$$

126- حاصل $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta}$ برابر است با:

$$(1) 1 \quad (2\spadesuit) 2 \quad (3) -1 \quad (4) -2$$

127- اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و ضلع دوم θ در ربع اول باشد، $\cos 2\theta$ کدام است؟

(1)

128- اگر $\sin \theta = \frac{12}{13}$ و ضلع دوم θ در ربع دوم باشد، $\tan \frac{\theta}{2}$ کدام است؟

(1)

129- حاصل عبارت $\tan \alpha + \cot \alpha$ برابر است به:

$$(1\spadesuit) \frac{2}{\sin 2\alpha} \quad (2) \frac{1}{\sin \alpha} \quad (3) \frac{2}{2 \sin 2\alpha} \quad (4) 2 \tan 2\alpha$$

130- حاصل عبارت $\cot \alpha - \tan \alpha$ برابر است به:

$$(1) \cot 2\alpha \quad (2) \tan 2\alpha \quad (3) \frac{1}{2} \cot \alpha \quad (4\spadesuit) 2 \cot 2\alpha$$

131- حاصل عبارت $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ برابر است به:

$$(1) 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad (2\spadesuit) 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha \quad (3) \frac{1}{2} \sin^2 \alpha \quad (4) 1 - \frac{1}{2} \sin \alpha$$

132- حاصل عبارت $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ برابر است به:

$$(1) \sin 2\alpha \quad (2) \sin \alpha \quad (3\spadesuit) \cos 2\alpha \quad (4) \cos \alpha$$

133- حاصل عبارت $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ برابر است به:

$$(1\spadesuit) \tan \frac{\alpha}{2} \quad (2) \tan \alpha \quad (3) \tan \frac{\alpha}{3} \quad (4) 2 \tan \frac{\alpha}{2}$$

134- حاصل عبارت $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ برابر است به:

$$\tan \alpha \quad (4) \quad \cot \alpha \quad (3) \quad \cos \frac{\alpha}{2} \quad (2\blacklozenge) \quad \tan \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

135- حاصل عبارت $\frac{1}{\cos 32} + \frac{1}{\tan 58}$ برابر است به:

$$\cot 81 \quad (4) \quad \frac{1}{2} \tan 29 \quad (3) \quad \cot 29 \quad (2\blacklozenge) \quad \tan 29 \quad (1)$$

136- حاصل عبارت $\cos 15 \cdot \cos 25 \cdot \cos 35 \cdot \cos 85$ برابر است به:

$$\frac{1}{27} \quad (4) \quad \frac{1}{16} \quad (3\blacklozenge) \quad \frac{1}{18} \quad (2) \quad \frac{1}{12} \quad (1)$$

137- حاصل عبارت $\cos 10 \cdot \cos 20 \cdot \cos 40$ برابر است به:

$$\frac{1}{8} \cot 80^\circ \quad (4) \quad \frac{1}{8} \tan 10^\circ \quad (3) \quad \frac{1}{8} \cot 10^\circ \quad (2\blacklozenge) \quad \frac{1}{8} \quad (1)$$

138- حاصل عبارت $\sin 75^\circ \cdot \sin 135^\circ \cdot \sin 165^\circ$ برابر است به:

$$\frac{1}{8} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{5}}{8} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{3}}{8} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{8} \quad (1\blacklozenge)$$

139- حاصل عبارت $\sin 10 \cdot \cos 40 \cdot \cos 50$ برابر است به:

$$\frac{1}{5} \cos 20 \quad (4) \quad \frac{1}{4} \sin 20 \quad (3\blacklozenge) \quad \frac{1}{2} \cos 60 \quad (2) \quad \frac{1}{2} \sin 40 \quad (1)$$

140- حاصل عبارت $\frac{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$ برابر است به:

$$\tan 2\alpha \quad (4) \quad \cot \alpha \quad (3) \quad \tan \alpha \quad (2\blacklozenge) \quad \cos \alpha \quad (1)$$

141- حاصل $\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ$ برابر است به:

$$\frac{1}{8} \quad (4) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (1\blacklozenge)$$

142- اگر $\tan(45-x) + \tan(45+x) = a$ باشد، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

$$a \quad (4) \quad \frac{3}{a} \quad (3) \quad 2a \quad (2) \quad \frac{2}{a} \quad (1\blacklozenge)$$

143- عبارت $\sin 3\alpha$ از جنس $\sin \alpha$ برابر است به:

$$4\sin \alpha - 3\sin^3 \alpha \quad (4) \quad 4\sin 3\alpha - \sin \alpha \quad (3) \quad 3\sin^3 \alpha - 4\sin \alpha \quad (2) \quad 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha \quad (1\blacklozenge)$$

144- $\cos 3\alpha$ از جنس $\cos \alpha$ کدام است؟

$$\cos^5 \alpha - 3\cos \alpha \quad (4) \quad 3\cos^3 \alpha - 4\cos \alpha \quad (3) \quad 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \quad (2\blacklozenge) \quad 3\cos \alpha - 4\cos^3 \alpha \quad (1)$$

145- $\tan 3\alpha$ از جنس $\tan \alpha$ کدام است؟

$$\text{هیچکدام} \quad (4) \quad \frac{3\tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3\tan^2 \alpha} \quad (3\blacklozenge) \quad \frac{3\tan \alpha + \tan^3 \alpha}{1 + 3\tan^2 \alpha} \quad (2) \quad \frac{3\tan \alpha + \tan^3 \alpha}{1 - 3\tan^2 \alpha} \quad (1)$$

146- حاصل عبارت $4\sin \theta \cdot \sin(60-\theta) \cdot \sin(60+\theta)$ برابر است به:

$$\sin 3\theta \quad (4) \quad \sin \theta \quad (3) \quad \sin 2\theta \quad (2) \quad \cos 3\theta \quad (1)$$

147- حاصل عبارت $4 \cos x \cdot \cos(60-x) \cdot \cos(60+x)$ برابر است به:

$$\sin x \quad (1) \quad \cos x \quad (2) \quad \cos 2x \quad (3) \quad \cos 3x \quad (4) \blacklozenge$$

148- حاصل عبارت $\tan x \cdot \tan(60-x) \cdot \tan(60+x)$ برابر است به:

$$\cot x \quad (1) \quad \tan x \quad (2) \quad \tan 3x \quad (3) \blacklozenge \quad \cot 3x \quad (4)$$

149- عبارت $2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$ برابر است به:

$$\sin p + \sin q \quad (1) \blacklozenge \quad \sin p - \sin q \quad (2) \quad \cos p + \cos q \quad (3) \quad \cos p - \cos q \quad (4)$$

150- عبارت $\cos p + \cos q$ برابر است به:

$$2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2} \quad (1) \blacklozenge \quad -2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2} \quad (2)$$

$$2 \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2} \quad (3) \quad -2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2} \quad (4)$$

151- حاصل عبارت $\frac{\sin 7\theta + \sin 3\theta}{\cos 7\theta + \cos 3\theta}$ برابر است به:

$$\tan 2\theta \quad (1) \quad \tan 3\theta \quad (2) \quad \tan 4\theta \quad (3) \quad \tan 5\theta \quad (4) \blacklozenge$$

152- حاصل $\tan p + \tan q$ برابر است به:

$$\frac{\sin(p+q)}{\sin p \cdot \sin q} \quad (1) \quad \frac{\sin(p-q)}{\cos p \cdot \cos q} \quad (2) \quad \frac{\sin(p+q)}{\cos p \cdot \cos q} \quad (3) \blacklozenge \quad \frac{\cos(p-q)}{\cos p \cdot \cos q} \quad (4)$$

153- حاصل عبارت $\frac{\cos \theta - \cos 2\beta}{\sin 2\theta + \sin 2\beta}$ برابر است به:

$$\tan(\theta + \beta) \quad (1) \quad \tan(\beta - \theta) \quad (2) \blacklozenge \quad \tan(\theta - \beta) \quad (3) \quad \cot(\beta - \theta) \quad (4)$$

154- حاصل عبارت $\sin(A+B) - \sin(A-B)$ برابر است به:

$$\cos A \cdot \cos B \quad (1) \quad \cos A \cdot \sin B \quad (2) \quad 2 \cos A \cdot \sin B \quad (3) \blacklozenge \quad 2 \sin A \cdot \cos B \quad (4)$$

155- حاصل عبارت $\frac{\sin 8x + \sin 5x + \sin 2x}{\cos 8x + \cos 5x + \cos 2x}$ برابر است به:

$$\tan 2x \quad (1) \quad \tan 3x \quad (2) \quad \tan 5x \quad (3) \blacklozenge \quad \tan x \quad (4)$$

156- حاصل $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$ برابر است به:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3) \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \blacklozenge$$

157- عبارت $2 \cos 95^\circ \cdot \sin 13^\circ$ برابر است به:

$$\sin 108^\circ + \sin 82^\circ \quad (1) \quad \sin 108^\circ - \sin 82^\circ \quad (2) \blacklozenge \quad \cos 108^\circ + \cos 82^\circ \quad (3) \quad \text{هیچکدام} \quad (4)$$

158- حاصل عبارت $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \sin 2x \quad (1) \quad \frac{1}{2} \tan 2x \quad (2) \quad \frac{1}{2} \cos 2x \quad (3) \blacklozenge \quad \frac{1}{2} \cot 2x \quad (4)$$

159- حاصل عبارت $\frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$ کدام است؟

$\sin y \cdot \cos x$ (4) $\sin x \cdot \cos y$ (3) $\sin x \cdot \sin y$ (2) $\cos x \cdot \cos y$ (1♦)

160- حاصل عبارت $\frac{\sin 8\theta \cdot \cos \theta - \sin 6\theta \cdot \cos 3\theta}{\cos 2\theta \cdot \cos \theta - \sin 3\theta \cdot \sin 4\theta}$ برابر است به:

$\cot \theta$ (4) $\tan \theta$ (3) $\cot 2\theta$ (2) $\tan 2\theta$ (1♦)

161- عبارت $\frac{\cos 37^\circ + \sin 37^\circ}{\cos 37^\circ - \sin 37^\circ}$ برابر است به:

$\cot 16^\circ$ (4) $\cot 18^\circ$ (3♦) $\tan 16^\circ$ (2) $\tan 37^\circ$ (1)

162- عبارت $\frac{\sin 4a - \sin 2a}{\cos 4a + \cos 2a}$ برابر است به:

$\cot a$ (4) $\tan a$ (3♦) $\cot 2a$ (2) $\tan 2a$ (1)

163- حاصل عبارت $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ$ برابر است به:

$\frac{1}{16}$ (4♦) $\frac{1}{24}$ (3) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{8}$ (1)

164- عبارت $\sin 7x + \sin 3x$ برابر است به:

$-2 \sin 4x \cdot \sin 2x$ (4) $2 \sin 4x \cdot \cos 2x$ (3) $2 \sin 2x \cdot \cos 5x$ (2) $2 \sin 5x \cdot \cos 2x$ (1♦)

165- حاصل عبارت $\sin(2x+y) + \sin(x+2y)$ برابر است به:

$2 \sin\left(\frac{5}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}(x-y)\right)$ (2) $\frac{3}{4} \sin(x+y) \cdot \cos(x-y)$ (1)

$2 \sin \frac{3}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{1}{2}(x-y)$ (4♦) $\frac{3}{2} \sin 3(x+y) \cdot \cos(x-y)$ (3)

166- حاصل عبارت $\cos 10x + \cos 4x$ برابر است به:

$2 \sin 7x \cdot \sin 3x$ (4) $2 \cos 7x \cdot \cos 3x$ (3♦) $3 \cos 7x \cdot \cos 3x$ (2) $4 \cos 3x \cdot \sin 7x$ (1)

167- حاصل عبارت $\cos 6\alpha - \cos 6\beta$ برابر است به:

$-2 \sin 3(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)$ (2♦) $-2 \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)$ (1)

$2 \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin 3(\alpha - \beta)$ (3) (4) هیچکدام

168- حاصل عبارت $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$ برابر است به:

$-\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$ (3) 2 (2♦) -2 (1)

169- اگر $\tan x = \sqrt{2} - 1$ و $\tan y = \sqrt{2} + 1$ و x, y زاویه حاده باشند، مقدار $(y-x)$ چقدر است؟

$\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{4}$ (3♦) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (1)

170- اگر $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha}$ برابر است به:

$$(1) -\frac{1}{2} \quad (2) -\frac{1}{4} \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) \frac{3}{4} \quad \spadesuit$$

171- اگر $\sin x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x}{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}$ کدام است؟

$$(1) \frac{14}{9} \quad (2) \frac{7}{9} \quad (3) \frac{28}{9} \quad (4) \frac{7}{3} \quad \spadesuit$$

172- حاصل عبارت $\frac{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \cos 50^\circ}{\cos 20^\circ}$ کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \sqrt{5} \quad (4) \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \spadesuit$$

173- حاصل عبارت $\frac{\cos x + \cos 5x}{\sin x + \sin 5x} + \frac{\sin x + \sin 5x}{\cos x + \cos 5x}$ اگر $x = \frac{\pi}{36}$ باشد، چقدر است؟

$$(1) 4 \quad (2) 1 \quad (3) 4 \quad (4) \frac{1}{3} \quad \spadesuit$$

174- حاصل عبارت $4 \cos 40^\circ - \frac{1}{\cos 20^\circ}$ برابر با کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) 1 \quad (3) \sqrt{3} \quad (4) 2 \quad \spadesuit$$

175- حاصل عبارت $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ + \cos^2 80^\circ$ برابر است با:

$$(1) \cos 10^\circ \quad (2) \sin 70^\circ \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) \frac{3}{4} \quad \spadesuit$$

176- حاصل عبارت $\frac{\cot 22.5 - 1}{2 \cot 22.5}$ مساوی است به:

$$(1) 2 \quad (2) -1 \quad (3) 1 \quad (4) -2 \quad \spadesuit$$

177- $\cot 105^\circ$ برابر است به:

$$(1) 2 - \sqrt{3} \quad (2) -(2 - \sqrt{3}) \quad (3) \sqrt{3} - 2 \quad (4) 2 \text{ و } 3 \text{ درست است} \quad \spadesuit$$

178- حاصل عبارت $\frac{\sin 4x + \sin 2x}{2 \cos^2 2x - 2 \sin^2 x + 1}$ برابر است به:

$$(1) \sec 2x \quad (2) \tan 2x \quad (3) \cot 2x \quad (4) \csc 2x$$

179- هرگاه $\cos x = \frac{1}{3}$ و $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ باشد، $\tan 2x$ کدام است؟

$$(1) \frac{-4\sqrt{2}}{7} \quad (2) \frac{4\sqrt{2}}{7} \quad (3) \frac{3\sqrt{2}}{7} \quad (4) \frac{5\sqrt{2}}{8} \quad \spadesuit$$

180- $\frac{\sin x - \sin 3x + \sin 5x}{\cos x - \cos 3x + \cos 5x}$ برابر است به:

$$(1) \tan 2x \quad (2) \cot 2x \quad (3) \tan 3x \quad (4) \cot 3x$$

181- حاصل عبارت $\frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{1}{\cos 15^\circ}$ برابر است به:

$2\sqrt{6}$ (4♦)

$\sqrt{5}$ (3)

$\sqrt{6}$ (2)

$\frac{1}{4}$ (1)

182- حاصل عبارت $\frac{\sin 83^\circ - \sin 37^\circ}{\sin 68^\circ - \sin 22^\circ}$ برابر است به:

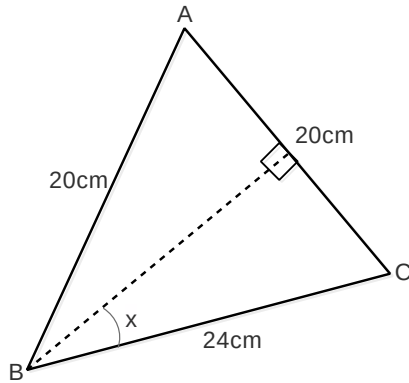
$\frac{1}{8}$ (4)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3♦)

$\frac{1}{2}$ (2)

$\frac{2}{\sqrt{2}}$ (1)

183- با توجه به شکل مقابل مقدار $\csc x$ را دریافت کنید:

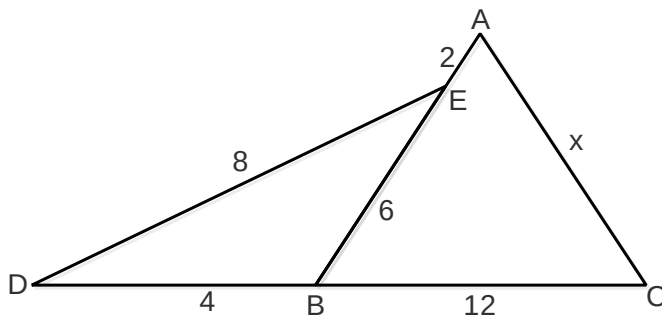


$\frac{5}{3}$ (2♦)

$\frac{3}{5}$ (1)

$\frac{3}{4}$ (4)

$\frac{1}{2}$ (3)



184- در مثلث مقابل مقدار x کدام است؟

$5\sqrt{6}$ (2)

$4\sqrt{10}$ (1♦)

$6\sqrt{3}$ (4)

$8\sqrt{2}$ (3)

185- هرگاه $\sin x = 0.6$ باشد و $0 < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، $\tan x$ کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (4)

$\frac{3}{4}$ (3♦)

$\frac{4}{3}$ (2)

$\frac{5}{3}$ (1)

186- هرگاه $\cos x = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

$-\frac{7}{8}$ (4♦)

$-\frac{7}{9}$ (3)

$-\frac{8}{11}$ (2)

$-\frac{6}{7}$ (1)

187- هرگاه $\sin x - \cos x = \frac{5}{13}$ باشد، $\sin 2x$ کدام است؟

$\frac{49}{169}$ (4)

$\frac{25}{169}$ (3)

$\frac{121}{158}$ (2)

$\frac{144}{169}$ (1♦)

188- مقدار $\cos\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ برابر است به:

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3)

$\frac{1}{2}$ (2♦)

$-\frac{1}{2}$ (1)

189- حاصل عبارت $\frac{\sin 77^\circ + \cos 47^\circ}{\sin 73^\circ}$ برابر است به:

(1) $\sqrt{2}$ (2♦) $\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

190- همراه $\tan x = -3$ و $\left(\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}\right)$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(1) $\frac{4}{5}$ (2) $-\frac{3}{2}$ (3♦) $-\frac{4}{5}$ (4) $\frac{3}{2}$

191- حاصل عبارت $(\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + \cos x)^2$ برابر است به:

(1) -1 (2) 3 (3) -2 (4♦) 2

192- هرگاه $\sin x = 0.8$ و $0 < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، حاصل $\cos 2x - \sin 2x$ برابر است به:

(1) $\frac{31}{25}$ (2) $\frac{25}{31}$ (3♦) $-\frac{31}{25}$ (4) $\frac{12}{45}$

193- حاصل عبارت $\sin \frac{19\pi}{3} \cdot \cos \frac{17\pi}{3}$ برابر است به:

(1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2♦) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{7}$

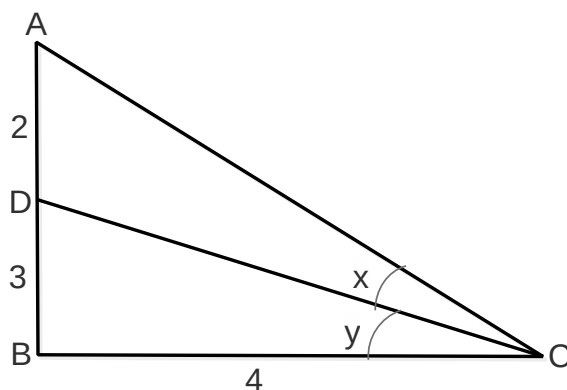
194- اگر $\tan \frac{x}{2} = 2$ باشد، مقدار $\sin x$ کدام است؟

(1♦) $\frac{4}{5}$ (2) $-\frac{4}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $-\frac{3}{5}$

195- حاصل عبارت $\frac{1 + \sin^2 p - \cos^2 p}{2 \sin^2 p}$ برابر است به:

(1) 0 (2) $\cos p$ (3) $\sin p$ (4♦) +1

196- در شکل مقابل $\tan x$ کدام است؟



(1) $\frac{18}{31}$ (2) $\frac{12}{31}$

(3♦) $\frac{8}{31}$ (4) $\frac{10}{31}$

197- حاصل عبارت $\frac{\sin 135^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\cos(-30^\circ)}$ برابر است به:

(1) $\frac{1}{2}$ (2♦) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

198- حاصل عبارت $\frac{\sin 10x}{\sin 2x} - \frac{\cos 10x}{\cos 2x}$ برابر است به:

(1) $\cos 4x$ (2♦) $4 \cos 4x$ (3) $4 \sin 2x$ (4) $4 \cos 2x$

199- هرگاه $\sin 2x = 0.4$ باشد، حاصل $(\sin x - \cos x)^2$ کدام است؟

(1) 0.4 (2) 0.5 (3♦) 0.6 (4) 0.8

200- ساده شده عبارت $\frac{1 - \cos^2 x}{\sec^2 x - 1}$ برابر است به:

(1) $\cos x$ (2♦) $\cos^2 x$ (3) $\sin^2 x$ (4) $\sin x$

201- حاصل عبارت $\frac{\cos 300^\circ + \sin 120^\circ}{\tan 45^\circ + \tan 60^\circ}$ کدام است؟

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2♦) $\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{2}$ (4) $\frac{12}{13}$

202- حاصل عبارت $\frac{\cos 3a}{\sin a} + \frac{\cos 3a}{\cos a}$ برابر است به:

(1) $2 \tan a$ (2♦) $2 \cot 2a$ (3) $2 \cot a$ (4) $2 \tan 2a$

203- هرگاه $x = \frac{\pi}{20}$ باشد، حاصل $\frac{\cos 4x - \cos 8x}{\cos 8x - \cos 4x}$ کدام است؟

(1) 2 (2) -3 (3♦) -1 (4) -2

204- هرگاه $\tan x = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\sin 2x$ کدام است؟

(1) $\frac{16}{17}$ (2♦) $\frac{15}{17}$ (3) $\frac{17}{19}$ (4) $\frac{19}{21}$

205- حاصل عبارت $\frac{(\sin x + \cos x)^2}{1 + \sin 2x}$ برابر است به:

(1) صفر (2) 2 (3) $\frac{1}{2}$ (4♦) 1

206- حاصل $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x}$ برابر است به:

(1) $\sec x$ (2) $\sin x + \cos x$ (3) $2 \sin x$ (4♦) 1

207- حاصل عبارت $\frac{\sin^3 x + \sin x \cdot \cos^2 x}{\cos x}$ کدام است؟

(1♦) $\tan x$ (2) $\sin x$ (3) $\cos x$ (4) $\cot x$

208- حاصل عبارت $\cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ برابر است به:

(1) $2 \cos x$ (2) $2 \sin x$ (3♦) 1 (4) -1

209- اگر $\sin x + \cos x = \frac{3}{4}$ حاصل $\sin x \cdot \cos x$ برابر است به:

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{7}{32}$ (3) $-\frac{7}{32}$ (4) $-\frac{7}{8}$

210- هرگاه $3\sin\alpha - 4\cos\alpha = 0$ شود، $\tan\alpha + \sin\alpha$ چند می‌شود؟ $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$

- (1) $\frac{17}{21}$ (2) $\frac{21}{17}$ (3) $\frac{21}{15}$ (4♦) $\frac{32}{15}$

211- هرگاه $\frac{2\sin\alpha + 3\cos\alpha}{5\sin\alpha - 2\cos\alpha} = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\tan\alpha$ را دریافت کنید:

- (1♦) $\frac{13}{4}$ (2) $\frac{4}{13}$ (3) $\frac{12}{13}$ (4) $\frac{13}{12}$

212- حاصل عبارت $\frac{\cos 40^\circ}{\sin 10^\circ} - \frac{\sin 40^\circ}{\cos 10^\circ}$ برابر است به:

- (1) $4\sin 20^\circ$ (2♦) $4\cos 20^\circ$ (3) $4\sin 10^\circ$ (4) $4\cos 10^\circ$

213- هرگاه $16x = \pi$ باشد، حاصل $\frac{\sin 12x - \sin 8x}{\cos 16x + \cos 4x}$ کدام است؟

- (1) -2 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4♦) 1

214- حاصل عبارت $\frac{\sin 75^\circ + \cos 5^\circ}{\cos 75^\circ - \sin 5^\circ}$ برابر است به:

- (1) $\tan 10^\circ$ (2) 1 (3) $\cot 10^\circ$ (4♦) $\cot 5^\circ$

215- هرگاه $x = \frac{\pi}{12}$ باشد، حاصل $\frac{\cos 14x + \cos 12x}{\cos 3x + \cos 5x}$ برابر است به:

- (1) 0 (2) 1 (3♦) -1 (4) 2

216- هرگاه $x = \frac{\pi}{12}$ باشد، حاصل $\frac{\sin 3x + \sin 11x}{\sin 5x \cdot \cos 4x}$ برابر است به:

- (1♦) 2 (2) $\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) -1

217- حاصل عبارت $\frac{\sin 10x - \sin 6x - \sin 2x}{\sin 9x - \sin 7x - \sin x}$ کدام است؟

- (1) $2\sin x$ (2) $2\tan x$ (3♦) $2\cos x$ (4) 2

218- حاصل عبارت $\frac{\sin 82^\circ + \sin 22^\circ}{\sin 68^\circ - \sin 8^\circ}$ برابر است به:

- (1) $-\sqrt{3}$ (2) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4♦) $\sqrt{3}$

219- حاصل عبارت $\frac{1}{\cos 80^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 80^\circ}$ برابر است به:

- (1) 3 (2♦) 4 (3) 2 (4) 1

220- حاصل $\cos 40^\circ + \cos 80^\circ$ برابر است به:

- (1♦) $\cos 20^\circ$ (2) $-\cos 20^\circ$ (3) $2\cos 20^\circ$ (4) $2\sin 20^\circ$

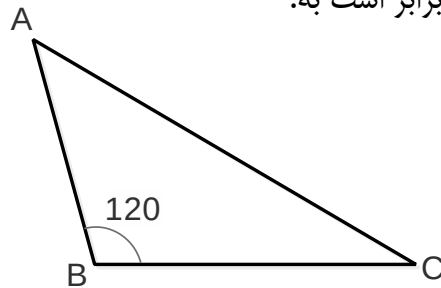
221- حاصل $\sin^4 a - \cos^4 a$ برابر است به:

- (1) 1 (2) $-\sin 2a$ (3) $\cos 2a$ (4♦) $-\cos 2a$

222- اگر $x = \frac{\pi}{17}$ باشد، حاصل $\frac{\cos 14x + \cos 12x}{\cos 3x + \cos 5x}$ برابر است به:

- (1) 1 (2) -2 (3) $-\frac{3}{2}$ (4) -1 ♦

223- در مثلث مقابل حاصل $\frac{\sin A + \sin C}{\cos A + \cos C}$ برابر است به:



- (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ♦ (3) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (4) $\sqrt{3}$

224- حاصل عبارت $\sin\left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos\left(\arccos \frac{1}{2}\right)$ برابر است به:

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ♦

225- اگر $\arccos\left(-\frac{3}{5}\right) = \alpha$ باشد، $\sin \alpha$ کدام است؟

- ♦ (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $-\frac{3}{5}$

226- حاصل $\sin\left(\arcsin \frac{4}{5}\right)$ برابر است به:

- (1) 1 (2) $\frac{4}{5}$ ♦ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{3}{4}$

227- ست حل معادله $2\sin x - 1 = 0$ عبارت است از:

- (1) $x = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3}$ (2) $x = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2}$ ♦ (3) $x = n\pi + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6}$ (4) هیچکدام

228- حل معادله $2\sin x - 3 = 0$ کدام است؟

- (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) 2 ♦ حل ندارد (3) $-\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{3}$

229- ست حل معادله $\tan x - 1 = 0$ کدام است؟

- (1) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (2) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ♦ (3) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (4) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$

230- ست حل معادله $\tan x - \sqrt{3} = 0$ کدام است؟

- ♦ (1) $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ (2) $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ (3) $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ (4) $x = k\pi + \frac{\pi}{8}$

231- ست حل معادله $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ کدام است؟

$$(1\blacklozenge) \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} (2) \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} (3) \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} (4) \text{هیچکدام}$$

232- $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ در انتروال $[0, 2\pi]$ چند حل دارد؟

(1) یک حل (2) دو حل (3) سه حل (4) چهار حل

233- معادله $\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ در انتروال $[0, 2\pi]$ چند حل دارد؟

(1) یک حل (2) دو حل (3) سه حل (4) حل ندارد

234- ست حل معادله $\cot 3x = \cot x$ کدام است؟

(1) $x = \frac{k\pi}{3}$ (2) $x = \frac{k\pi}{4}$ (3) $x = \frac{k\pi}{2}$ (4) $x = k\pi$

235- حل عمومی معادله $6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$ کدام است؟

(1) $x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}$ (2) $x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3}$ (3) $x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$ (4) $x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$

236- ست حل معادله $\cos 2x + \sin x = 0$ کدام است؟

(1) $\begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2} \\ x = n\pi + (-1)^n \frac{7\pi}{6} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \\ x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4} \\ x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2} \end{cases}$ (4) هیچکدام

237- معادله $2\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x = 0$ در انتروال $[0, \pi]$ چند حل دارد؟

(1) یک حل (2) دو حل (3) سه حل (4) حل ندارد

238- ست حل معادله $2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ کدام است؟

(1) $\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{4} \end{cases}$

239- ست حل معادله $2\cos \frac{x}{2} + 1 = 0$ کدام است؟

(1) $x = 4k\pi + \frac{\pi}{2}$ (2) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (3) $x = 4k\pi + \frac{4\pi}{3}$ (4) هیچکدام

240- حل معادله $\sqrt{3}\cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ کدام است؟

(1) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (2) $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ (3) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ (4) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$

241- حل معادله $2\cos^2 x + \cos x = 0$ کدام است؟

(1) $x = 2\pi + \frac{\pi}{3}$ (2) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (3) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ (4) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$

242- حل معادله $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ کدام است؟

(1) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (2) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ (3) $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (4) همه موارد

243- حل معادله $2\cos^2 x - (\sqrt{2} + 2)\cos x + \sqrt{2} = 0$ کدام است؟

(1) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (2) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (3) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (4) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

244- حل معادله $\cot^2 x - (\sqrt{3} + 1)\cot x + \sqrt{3} = 0$ برابر است به:

(1) $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ (2) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (3) $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ (4) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

245- ست حل معادله $3\tan^2 x - 4\sqrt{3}\tan x + 3 = 0$ برابر است به:

(1) $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ (2) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (3) $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ (4) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

246- حل معادله $4\cos^2 x - 3 = 0$ کدام است؟

(1) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (2) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (3) $x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{2}$ (4) هیچکدام

247- حل معادله $\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos 2x = 0$ کدام است؟

(1) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{12}$ (2) $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{7\pi}{18}$ (3) $x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{18}$ (4) $x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{18}$

248- حل معادله $\sin^2 x - \cos x = \frac{1}{4}$ کدام است؟

(1) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (2) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (3) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (4) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

249- حل معادله $\sin 3x - \cos \frac{x}{2} = 0$ کدام است؟

(1) $x = \frac{k\pi}{7} + \frac{\pi}{4}$ (2) $x = \frac{k\pi}{7} + \frac{\pi}{7}$ (3) $x = \frac{4k\pi}{7} + \frac{\pi}{7}$ (4) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$

250- مقدار x و y در سیستم $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{12} \\ \frac{\tan x}{\tan y} = \sqrt{3} \end{cases}$ کدام است؟

(1) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = \frac{\pi}{4} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ y = \frac{\pi}{12} \end{cases}$ (4) هیچکدام

251- مقدار x در سیستم $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3} \\ \frac{\sin x}{\sin y} = 2 \end{cases}$ کدام است؟

$$x = \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$x = \frac{\pi}{2} \quad (3 \blacklozenge)$$

$$x = 0 \quad (2)$$

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$252- \text{مقدار } x \text{ و } y \text{ در سیستم} \begin{cases} x+y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ y = \frac{\pi}{12} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ y = \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (1 \blacklozenge)$$

$$253- \text{مقدار } x \text{ در سیستم} \begin{cases} x-y = \frac{\pi}{4} \\ \tan x - \tan y = 2 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$x = \frac{4\pi}{11} \quad (4)$$

$$x = \frac{5\pi}{8} \quad (3 \blacklozenge)$$

$$x = \frac{3\pi}{9} \quad (2)$$

$$x = \frac{3\pi}{4} \quad (1)$$

$$254- \text{مقدار } x \text{ و } y \text{ در سیستم} \begin{cases} x+y = \frac{2\pi}{3} \\ \cot x \cdot \cot y = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ y = \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (2 \blacklozenge)$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ y = \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (1)$$

$$255- \text{شرط حل سیستم} \begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \frac{\tan x}{\tan y} = a \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$-1 \leq \frac{a-1}{a+1} \cos \alpha \leq 1 \quad (4) \quad -1 \leq \frac{a-1}{a+1} \tan \alpha \leq 1 \quad (3) \quad -1 \leq \frac{a-1}{a+1} \sin \alpha \leq 1 \quad (2 \blacklozenge) \quad -1 \leq \sin \frac{\alpha}{2} \leq 1 \quad (1)$$

$$256- \text{مقدار } x+y \text{ در سیستم} \begin{cases} x-y = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\tan x}{\tan y} = -3 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (4 \blacklozenge)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$257- \text{مقدار } x-y \text{ در سیستم} \begin{cases} x+y = \frac{7\pi}{6} \\ \tan x \cdot \tan y = 0 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{4\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3\pi}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5\pi}{6} \quad (2 \blacklozenge)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$258- \text{شرط حل سیستم} \begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \tan x \cdot \tan y = a \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$-1 \leq \frac{1+a}{1-a} \cos \alpha \leq 1 \quad (2\blacklozenge) \quad -1 \leq \frac{1-a}{1+a} \sin \alpha \leq 1 \quad (1)$$

$$-1 \leq (1+a) \cos \alpha \leq 1 \quad (4) \quad -1 \leq \frac{a+1}{a-1} \sin \alpha \leq 1 \quad (3)$$

259- حل عمومی سیستم $\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\sin x}{\sin y} = \sqrt{3} \end{cases}$ کدام است؟

$$\begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3} \\ x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \end{cases} (4\blacklozenge) \quad \begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{10} \\ x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \end{cases} (3) \quad \begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3} \\ x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2} \end{cases} (2) \quad \begin{cases} x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{5} \\ x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3} \end{cases} (1)$$

260- شرط حل سیستم $\begin{cases} x \pm y = \alpha \\ \sin x \cdot \cos y = a \end{cases}$ کدام است؟

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} \leq a \leq \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (2) \quad \cos^2 \alpha \leq a \leq \sin^2 \alpha \quad (1)$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} \leq a \leq \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (4) \quad -\cos^2 \frac{\alpha}{2} \leq a \leq \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (3\blacklozenge)$$

261- در سیستم $\begin{cases} x+y = \pi \\ \sin x \cdot \sin y = 1 \end{cases}$ مقدار $x-y$ کدام است؟

$$60^\circ \quad (4) \quad 0 \quad (3\blacklozenge) \quad 120^\circ \quad (2) \quad 90^\circ \quad (1)$$

262- شرط حل سیستم $\begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ x+y = \alpha \end{cases}$ کدام است؟

$$a^2 \leq 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (3) \quad a^2 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \geq 0 \quad (2) \quad a^2 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \leq 0 \quad (1) \quad (4\blacklozenge) \quad 3 \text{ و } 1 \text{ درست است}$$

263 $\tan 15$ مساوی میشود به :

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} (4) \quad \sqrt{3}-2 (3) \quad \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} (2) \quad \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} (1\blacklozenge)$$

264 افاده مثلثاتی $\tan(\pi + \theta) - \cot(\pi + \theta)$ مساویست به :

$$\cot \theta - \tan \theta (2\blacklozenge) \quad \tan \theta - \cot \theta (1)$$

$$-\tan \theta - \cot \theta (4) \quad \tan \theta + \cot \theta (3)$$

265 هرگاه $\sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos 120 = -\frac{1}{2}$ باشد $\tan 120$ مساویست به:

$$\sqrt{3} (4) \quad -\sqrt{3} (3\blacklozenge) \quad 2 (2) \quad -2 (1)$$

(266) افاده مثلثاتی $\tan(\theta - 8\pi)$ مساوی است به:

$$-\tan \theta (4) \quad \cot \theta (3) \quad \tan \theta (2\blacklozenge) \quad -\cot \theta (1)$$

(267) افاده $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ مساویست به :

$$-\sin^2 \theta (4) \quad \cot^2 \theta (3) \quad \csc^2 \theta (2\blacklozenge) \quad \sec^2 \theta (1)$$

(268) افاده مثلثاتی $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ مساویست به :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (4) \quad 3\blacklozenge \text{ صفر} \quad -1 (2) \quad 1 (1)$$

(269) اگر $\tan \frac{a}{2} = 5$ باشد قیمت $\sin a$ مساوی است به:

$$\frac{5}{14} (4) \quad \frac{14}{5} (3) \quad \frac{5}{13} (2\blacklozenge) \quad \frac{13}{5} (1)$$

(270) افاده $\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$ مساویست به :

$$\cot(\alpha - \beta) (4) \quad \cot(\alpha + \beta) (3) \quad \tan(\alpha - \beta) (2\blacklozenge) \quad \tan(\alpha + \beta) (1)$$

(271) اگر $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4$ باشد پس قیمت $\tan \frac{x}{2}$ عبارت است از:

$$3 (4\blacklozenge) \quad -2\sqrt{3} (3) \quad 2 (2) \quad -3 (1)$$

(272) اگر $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$ باشد افاده $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$ مساوی میشود به :

$$1 (4) \quad 2 (3\blacklozenge) \quad 3 (2) \quad 4 (1)$$

(273) اگر $f(x) = \sin 2x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد مشتق تابع $g \circ f$ در نقطه $x = \frac{\pi}{12}$ مساوی

است به :

$$\sqrt{\frac{2}{3}} (4) \quad \sqrt{\frac{3}{4}} (3) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (2\blacklozenge) \quad \sqrt{\frac{3}{2}} (1)$$

(274) افاده مثلثاتی $\frac{\sin 2x}{2}$ مساوی است به :

$$\sin x \sin x (4) \quad -\sin x \cos x (3) \quad \sin x \cos x (2\blacklozenge) \quad \cos x \cos x (1)$$

(275) افاده مثلثاتی $\frac{\sin 7\theta + \sin 3\theta}{\cos 7\theta + \cos 3\theta}$ مساوی است به:

$$\cot 5\theta(4) \quad tg 5\theta(3\blacklozenge) \quad \cos 5\theta(2) \quad \sin 5\theta(1)$$

(276) قیمت عددی $\arctan(3 + 2\sqrt{2}) - \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$ عبارت است از:

$$\frac{\pi}{6}(4) \quad \frac{\pi}{5}(3) \quad \frac{\pi}{4}(2) \quad \frac{\pi}{3}(1)$$

(277) افاده $\frac{\sin 35 - \sin 15}{\cos 35 + \cos 15}$ مساوی است به:

$$\cot 5(4) \quad \cot 10(3) \quad \tan 5(2) \quad \tan 10(1)$$

(278) کدام زاویه حاده است که کوساین آن $\sqrt{3}$ چند ساین آن می باشد؟

$$90(4) \quad 60(3) \quad 45(2) \quad 30(1\blacklozenge)$$

(279) $\cos P + \cos q$ مساوی است به :

$$\begin{aligned} 2 \sin \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}(2) & \quad - \sin \frac{P+Q}{2} \sin \frac{P-Q}{2}(1) \\ 2 \cos \frac{P+Q}{2} \cos \frac{P-Q}{2}(4\blacklozenge) & \quad - 2 \cos \frac{P+Q}{2} \cos \frac{P-Q}{2}(3) \end{aligned}$$

(280) افاده $\frac{\cot x \cot y + 1}{\cot y - \cot x}$ مساوی است به:

$$\cot(x-y)(4) \quad \tan(x-y)(3) \quad \cot(x+y)(2) \quad \tan(x+y)(1)$$

(281) اگر α زاویه حاده و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد در اینصورت $\tan 2\alpha$ مساوی میشود به :

$$\frac{24}{7}(4) \quad \frac{25}{7}(3) \quad \frac{7}{24}(2) \quad \frac{7}{25}(1)$$

(282) طول یک زینه 24 متر است و به یک دیوار تحت زاویه 45 درجه تکیه داده شده است. زینه به کدام ارتفاع رسیده است ؟

$$75(4) \text{ متر} \quad 100(3) \text{ متر} \quad 50(2) \text{ متر} \quad 12\sqrt{2}(1\blacklozenge) \text{ متر}$$

(283) افاده مثلثاتی $1 + \cot^2 \alpha$ مساوی میشود به :

$$-\frac{1}{\cos^2 \alpha}(4) \quad -\frac{1}{\sin^2 \alpha}(3) \quad \frac{1}{\cot^2 \alpha}(2) \quad \frac{1}{\sin^2 \alpha}(1) \blacklozenge$$

(284) افاده $\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ مساویست به :

$$\cot^2 \theta(4) \quad \cot 2\theta(3) \quad \tan^2 \theta(2) \quad \tan 2\theta(1) \blacklozenge$$

(285) افاده $\frac{\sin \theta + 1}{\cos \theta}$ مساوی است به:

$$\tan \theta + \sec \theta(2) \blacklozenge \quad \tan \theta + \csc \theta(1)$$

$$\tan \theta(4) \quad \tan \theta - \csc \theta(3)$$

(286) قیمت $\csc 330$ عبارت است از:

$$-2(4) \blacklozenge \quad \frac{2}{1}(3) \quad 2(2) \quad \frac{1}{2}(1)$$

(287) مطابقت مثلثاتی $\frac{1 - \sin 2\alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}$ مساوی است به:

$$1(4) \blacklozenge \quad -1(3) \quad \sin \alpha(2) \quad \sin^2 \alpha(1)$$

(288) در معادله $\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = -\frac{1}{2}$ قیمت x عبارت است از:

$$120(4) \quad 50(3) \quad 40(2) \blacklozenge \quad 30(1)$$

(289) قیمت عددی $\sin^2 5 + \sin^2 15 + \sin^2 25 + \sin^2 35 + \dots + \sin^2 85$ عبارت است از:

$$5.5(4) \quad 5(3) \quad 4.5(2) \blacklozenge \quad 4(1)$$

(290) قیمت عددی افاده $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2 \arccos \frac{2}{3}\right)$ عبارت است از:

$$-\frac{4}{9}(4) \quad -\frac{1}{9}(3) \blacklozenge \quad \frac{1}{3}(2) \quad \frac{5}{9}(1)$$

(291) $\frac{\cot \beta - 1}{\cot \beta + 1}$ مساوی می شود به :

$$\frac{1-tg \beta}{1+tg \beta} (4 \blacklozenge)$$

$$\frac{1+tg \beta}{1-tg \beta} (3)$$

$$\frac{-1+tg \beta}{1-tg \beta} (2)$$

$$\frac{-1+tg \beta}{1+tg \beta} (1)$$

(292) افاده $\frac{1}{\cos 80} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 80}$ مساوی است به:

$$1(4)$$

$$-2(3)$$

$$-3(2)$$

$$4(1)$$

(293) قیمت $\frac{\sin 70}{\cos 20}$ مساوی است به:

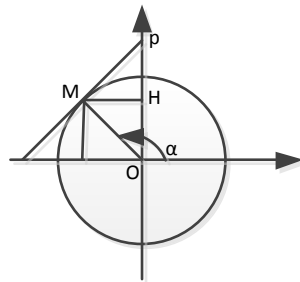
$$\sin 15(4)$$

$$\cos 15(3)$$

$$1(2 \blacklozenge)$$

$$0(1)$$

(294) در شکل ذیل قیمت PH عبارت است از:



$$\cot^2 \alpha (2) \quad \sin \alpha \tan \alpha (1)$$

$$\sin^2 \alpha (4) \quad \cos \alpha \cot \alpha (3 \blacklozenge)$$

(295) قیمت $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ مساوی است به:

$$-\frac{\pi}{6} (4 \blacklozenge)$$

$$\frac{\pi}{6} (3)$$

$$-\frac{\pi}{4} (2)$$

$$\frac{\pi}{4} (1)$$

(296) قیمت تابع $f(x) = \cos x - (5)^0 + 8$ در نقطه $x = 0$ عبارت است از:

$$f(0) = -2(4)$$

$$f(0) = 2(3)$$

$$f(0) = 8(2 \blacklozenge)$$

$$f(0) = -8(1)$$

(297) $\sin 30$ مساویست به:

$$2(4)$$

$$\frac{2}{3}(3)$$

$$\frac{1}{4}(2)$$

$$\frac{1}{2}(1 \blacklozenge)$$

(298) مساوی است به: $\frac{\tan(660) - \sin(660)}{\cos(750) - \cot(750)}$

$$1(4 \blacklozenge)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}(3)$$

$$-\frac{1}{3}(2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(1)$$

(299) ارتفاع درخت رامعلوم کنید هرگاه زاویه ارتفاع ان از 30 درجه به 60 درجه تبدیل شود در صورتیکه مشاهده کننده 74 ft به درخت نزدیک شود ؟

$$37\sqrt{2}ft(4)$$

$$37\sqrt{3}ft(3 \blacklozenge)$$

$$72\sqrt{2}ft(2)$$

$$74\sqrt{3}ft(1)$$

(300) عبارت $\sin(\pi + \theta) - \cos(\pi + \theta)$ مساویست به:

$$-\sin\theta + \cos\theta (2\blacklozenge) \qquad \sin\theta - \cos\theta (1)$$

$$-\sin\theta - \cos\theta (4) \qquad \sin\theta + \cos\theta (3)$$

(301) $\cos 75^\circ$ مساوی میشود به:

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} (4) \qquad \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} (3) \qquad \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} (2\blacklozenge) \qquad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} (1)$$

(302) نسبت مثلثاتی $\sin\left(\alpha - \frac{5\pi}{2}\right)$ مساوی است به:

$$-\sin\alpha (4) \qquad -\cos\alpha (3\blacklozenge) \qquad \sin\alpha (2) \qquad \cos\alpha (1)$$

(303) افاده مثلثاتی $\tan P - \tan Q$ مساوی است به :

$$\frac{\cos(P+Q)}{\cos P \cos Q} (4) \qquad \frac{\sin(P+Q)}{\cos P \sin Q} (3) \qquad \frac{\sin(P-Q)}{\cos P \cos Q} (2\blacklozenge) \qquad \frac{\sin(P+Q)}{\cos P \cos Q} (1)$$

(304) افاده $\frac{\cot A + \csc B}{\tan B + \tan A \cdot \sec B}$ مطابقت میکند به:

$$\tan A \cdot \tan B (2) \qquad \cot A \cdot \cot B (1\blacklozenge)$$

$$\cot A \cdot \tan B (4) \qquad \tan A \cdot \cot B (3)$$

(305) قیمت عددی افاده $\cos \frac{3\pi}{14} \cdot \cos \frac{5\pi}{14} \cdot \cos \frac{7\pi}{14} \cdot \cos \frac{9\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14}$ عبارت است از:

$$1 (4) \qquad \frac{1}{2} (3) \qquad 0 (2\blacklozenge) \qquad -1 (1)$$

(306) افاده مثلثاتی $\frac{\tan \alpha \cos \alpha}{2}$ مساوی است به:

$$\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} (4\blacklozenge) \qquad \sin^2 \alpha (3) \qquad \cos^2 \alpha (2) \qquad \cos \alpha (1)$$

(307) تابع $f(x) = \sin x$ درانتروال $[-4\pi, 4\pi]$ چند نقطه اعظمی دارد؟

$$4 (4\blacklozenge) \qquad 3 (3) \qquad 2 (2) \qquad 1 (1)$$

(308) مطابقت مثلثاتی $\frac{1+\sin 2\alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}$ مساوی میشود به :

$$\sin^2 \alpha (1) \quad \sin \alpha (2) \quad -1 (3) \quad 1 (4 \diamond)$$

(309) در افاده $\tan x \sin 2x - \cos 2x = 0$ قیمت x را دریابید اگر $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ باشد ؟

$$x = \frac{\pi}{5} (1) \quad x = \frac{\pi}{3} (2) \quad x = \frac{\pi}{6} (3 \diamond) \quad x = \frac{\pi}{2} (4)$$

(310) افاده مثلثاتی $\cos \left(\alpha - \frac{3\pi}{2} \right)$ مساوی است به:

$$-\cos \alpha (1) \quad \cos \alpha (2) \quad \sin \alpha (3) \quad -\sin \alpha (4 \diamond)$$

(311) $\sin \left(\frac{13\pi}{2} + \alpha \right)$ مساوی میشود به:

$$\sin \alpha (1) \quad -\sin \alpha (2) \quad \cos \alpha (3 \diamond) \quad -\cos \alpha (4)$$

(312) اگر $y = \tan(x+1)$ و $t = -x$ باشد قیمت y عبارت است از:

$$1 (1) \quad 2 \diamond (2) \text{ صفر} \quad 3 \text{ بی نهایت} (3) \quad \tan x (4)$$

(313) معادله $(1 - 2\sin x)(1 + 3\sin x) = 0$ در انتروال $[0, \pi]$ چند حل دارد؟

$$1 (4) \quad 2 (3 \diamond) \quad 3 (2) \quad 4 (1)$$

(314) در صورتیکه $\alpha \neq \left(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$ باشد افاده مثلثاتی $\frac{\cos 3\alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha - \sin 2\alpha \cos \alpha}$ عبارت است از؟

$$\tan \alpha (1) \quad \cot \alpha (2 \diamond) \quad \tan 3\alpha (3) \quad \cot 3\alpha (4)$$

(315) اگر $\tan x = \sqrt{7}$ باشد افاده $\tan 3x$ مساوی میشود به:

$$\frac{\sqrt{7}}{2} (1) \quad \frac{\sqrt{7}}{2} (2) \quad \frac{\sqrt{7}}{3} (3) \quad \frac{\sqrt{7}}{5} (4)$$

(316) قیمت افاده $2\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \cos^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)}$ مساوی است به:

$$\frac{1}{2} (1) \quad 1 (2) \quad 2 (3 \diamond) \quad 3 (4)$$

(317) کدام یک از قیمت های ذیل در ساحه تحول ساین شامل است ؟

$$4 (1) \quad 3 (2) \quad 2 (3) \quad 1 (4 \diamond)$$

(318) افاده $\sin 60 \cdot \cos 30 + \cos 60 \cdot \sin 30$ مساوی است به:

$$\frac{1}{2}(4) \quad 1(3) \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(2) \quad \frac{\sqrt{3}}{2}(1)$$

(319) کدام یک از قیمت های ذیل در ساحه تحول سکنت شامل نیست ؟

$$0(4) \quad 2(3) \quad 3(2) \quad 4(1)$$

(320) نسبت مثلثاتی $\tan(660)$ از نظر زاویه مساویست به:

$$-\cot(30)(4) \quad -\tan(30)(3) \quad \tan(30)(2) \quad \tan(60)(1)$$

(321) $\cos(2A + 2B)$ مساوی میشود به :

$$\cos 2A \cos 2B - \sin 2A \sin 2B(2) \quad \cos 2A \cos 2B + \sin 2A \sin 2B(1)$$

$$\sin 2A \sin 2B - \cos 2A \cos 2B(4) \quad \sin 2A \sin 2B + \cos 2A \cos 2B(3)$$

(322) $\tan(7.5 + \alpha)$ مساوی میشود به :

$$-tg \alpha(4) \quad tg \alpha(3) \quad -\cot \alpha(2) \quad \cot \alpha(1)$$

(323) قیمت $\sin 120$ مساویست به:

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}(4) \quad \frac{\sqrt{3}}{2}(3) \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(2) \quad -\frac{1}{2}(1)$$

(324) افاده مثلثاتی $\sin \frac{a}{2} \cos \frac{b}{3} - \cos \frac{a}{2} \sin \frac{b}{3}$ مساوی است به:

$$\sin \left(\frac{3a-2b}{6} \right)(4) \quad \sin \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{2} \right)(3) \quad \cos \left(\frac{3a-2b}{6} \right)(2) \quad \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3} \right)(1)$$

(325) به کدام قیمت θ افاده $\sin \theta = \cos \theta$ حاصل میشود؟

$$\theta = 60(4) \quad \theta = 45(3) \quad \theta = 90(2) \quad \theta = 30(1)$$

(326) کدام یک از نسبت های مثلثاتی ذیل بزرگتر است ؟

$$\sin 2010(4) \quad \cos 2010(3) \quad \cos 1980(2) \quad \sin 1980(1)$$

(327) معادله مثلثاتی $\sin x + \cos x + 3 = 0$ چند جذر دارد ؟

1) دو جذر 2) یک جذر 3) سه جذر 4) جذر ندارد

(328) قیمت افاده $2\sin^2\left(\frac{7\pi}{2}\right) + 2\cos^2\left(\frac{7\pi}{2}\right)$ مساوی است به :

$\frac{1}{2}$ (1) 1(2) 2(3) $-\frac{1}{2}$ (4)

(329) اگر $\sin \theta \cos \theta < 0$ باشد انتهای کمان θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

1) اول یا چهارم 2) دوم سوم 3) دوم یا چهارم 4) سوم یا چهارم

(330) اگر $1 - \cos \theta = \frac{5}{3}$ و $\tan \theta \cos \theta > 0$ انتهای کمان θ در کدام ربع مثلثاتی است؟

1) اول 2) دوم 3) سوم 4) چهارم

(331) در صورتی که $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد مقدار $\sin \theta \cos \theta$ برابر است با :

$\frac{4}{25}$ (1) $\frac{8}{25}$ (2) $\frac{12}{25}$ (3) $\frac{16}{25}$ (4)

(332) اگر $\cos x + \frac{1}{\cos x} = 2$ ان گاه حاصل $\sin^9 x + \cos^5 x$ کدام است ؟

1) $\sqrt{2} - 2$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ 3) 2 4) 1

(333) حاصل $(\sin \theta + \cos \theta)^2 - 2 \tan \theta \cos^2 \theta$ برابر کدام است ؟

1) $\tan \theta$ 2) $1 + \cot \theta$ 3) 0 4) صفر

(334) اگر $x = \frac{2}{\sin \alpha}$ و $y = 3 \cot \alpha$ مقدار $9x^2$ کدام است ؟

1) $4 + 9y^2$ 2) $9 + 4y^2$ 3) $36 - 4y^2$ 4) $36 + 4y^2$

(335) عبارت $\sin^2 \theta$ برابر است با:

$\frac{1 + \cot^2 \theta}{\cot^2 \theta}$ (1) $\frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan^2 \theta}$ (2) $\frac{\cot^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta}$ (3) $\frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ (4)

(336) اگر انتهای کمان روبرو به زاویه α در ناحیه دوم مثلثاتی باشد حاصل $\sqrt{\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}}$ کدام است ؟

1) $-\cot \alpha$ 2) $-\cos \alpha$ 3) $\cot \alpha$ 4) $\cos \alpha$

(337) حاصل $\frac{1}{\sin^4 \theta} - \frac{1}{\sin^2 \theta} - \cot^4 \theta$ کدام است ؟

$\cot^2 \theta$ (4♦) $\tan^2 \theta$ (3) $\cos^2 \theta$ (2) $\sin^2 \theta$ (1)

(338) با فرض $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ حاصل عبارت $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1+\tan^2 \theta}$ کدام است ؟

$\frac{2}{3}$ (4♦) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (1)

(339) با فرض $\tan \theta = \frac{3}{4}$ حاصل $(\tan \theta - \cot \theta)^2 - \frac{1}{\cos^2 \theta}$ کدام است ؟

$\frac{16}{9}$ (4) $\frac{16}{25}$ (3) $-\frac{12}{25}$ (2) $-\frac{11}{9}$ (1♦)

(340) در صورتی که $\frac{\sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{2}$ باشد مقدار $\tan \theta$ برابر است با:

1 (4) 2 (3) 3 (2♦) 4 (1)

(341) اگر $\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{2}$ باشد انگاه $\tan^2 x$ کدام است ؟

$\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{2}$ (3) 2 (2) 1 (1♦)

(342) اگر $\frac{\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2\cos^2 x - 1} = 4$ باشد مقدار $\tan^2 x$ چه قدر است؟

1 (4) $\frac{5}{2}$ (3♦) $\frac{2}{5}$ (2) 2 (1)

(343) اگر $\cot x = \frac{1}{2}$ ان گاه حاصل $A = \frac{\cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$ کدام است ؟

$3/25$ (4) $2/5$ (3♦) $1/5$ (2) $2/75$ (1)

(344) اگر داشته باشیم $\begin{cases} \tan x + \cot x = a \\ \tan^3 x + \cot^3 x = b \end{cases}$ کدام یک از روابط ذیل صحیح است ؟

$a^3 = 3b - a$ (4) $a^3 = 3a - b$ (3) $a^3 = 2b + a$ (2) $a^3 = 3a + b$ (1♦)

(345) اگر $\frac{\sin x + 2\cos x}{\sin x - 3\cos x} = 2$ باشد حاصل $\frac{1}{\sin x \cos x}$ کدام است ؟

$-\frac{17}{4}$ (4) $\frac{17}{4}$ (3) $-\frac{65}{8}$ (2) $\frac{65}{8}$ (1♦)

(346) در مثلث قائم الزاویه ABC زاویه A قائمه $\frac{4}{5}$ $\cos B$ است مقدار $\tan C$ کدام است ؟

$$\frac{5}{3} (4) \quad \frac{3}{4} (3) \quad \frac{4}{3} (2 \blacklozenge) \quad \frac{3}{5} (1)$$

(347) در مثلث قائم الزاویه ABC زاویه A قائمه $\frac{5}{12}$ $\tan C$ است مقدار $\cos A + \cos B + \cos C$ برابر است با:

$$\frac{12}{13} (4) \quad \frac{7}{13} (3) \quad \frac{17}{13} (2 \blacklozenge) \quad \frac{30}{11} (1)$$

(348) اگر α و β متمم یک دیگر باشند حاصل عبارت $\frac{1}{1-\tan \alpha} + \frac{1}{1-\tan \beta}$ کدام است ؟

$$1 (4 \blacklozenge) \quad -1 (3) \quad \tan\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) (2) \quad \cot\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) (1)$$

(349) با فرض اینکه $\tan 76 = 4$ باشد مقدار عددی $\sin^2 14$ چه قدر است ؟

$$\frac{1}{17} (4 \blacklozenge) \quad \frac{1}{16} (3) \quad \frac{1}{15} (2) \quad \frac{1}{14} (1)$$

(350) اگر $F(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \cot\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{12}\right)$ آن گاه $F\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است ؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} (4) \quad \frac{\sqrt{3}}{3} (3) \quad -\sqrt{3} (2) \quad \sqrt{3} (1 \blacklozenge)$$

(351) حاصل $\sin \frac{31\pi}{4} + \cos \frac{105\pi}{4} + \tan \frac{43\pi}{4}$ کدام است ؟

$$-\sqrt{2} + 1 (4) \quad 1 (3) \quad \sqrt{2} - 1 (2) \quad -1 (1 \blacklozenge)$$

(352) مقدار $\tan\left(\pi \cot\left(\frac{171\pi}{4}\right)\right)$ کدام است ؟

$$(4) \text{ تعریف نشده} \quad 1 (3) \quad -1 (2) \quad 1 \text{ صفر} (1 \blacklozenge)$$

(353) اگر $\sin \theta = a$ حاصل عبارت

$$A = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) \cos(17\pi - \theta) + \cot\left(\frac{33\pi}{2} - \theta\right) \cot(17\pi - \theta)$$

$$1 - a^2 (4) \quad a^2 - 1 (3) \quad -a^2 (2 \blacklozenge) \quad a^2 (1)$$

(354) حاصل عبارت $\frac{\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin^3\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)}{\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\tan\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)}$ کدام است؟

$\sin^2 x$ (4♦ $-\cos^2 x$ (3 $-\sin x$ (2 $\cos x$ (1

(355) از تساوی $\frac{2\sin(\alpha-3\pi)+\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=2$ مقدار $\tan \alpha$ کدام است ؟

$1/5$ (4 2 (3♦ $-1/5$ (2 -2 (1

(356) اگر $\cot 34 = 1/5$ باشد مقدار $\frac{2\sin 326+3\sin 56}{\cos 304}$ چه قدر است ؟

$-1/5$ (4 -1 (3 2 (2 $2/5$ (1♦

(357) اگر $\tan 20 = 0/36$ حاصل $\frac{\sin 160-\cos 200}{\cos 110+\sin 70}$ کدام است ؟

$\frac{31}{16}$ (4 $\frac{17}{8}$ (3♦ $\frac{15}{8}$ (2 $\frac{9}{4}$ (1

(358) کمترین مقدار عبارت $2 + \sin x \cos x$ کدام است ؟

$\frac{3}{2}$ (4♦ صفر (3 2 (2 1 (1

(359) حاصل عبارت $\sin(7.5)\sin(97.5)\cos(15)$ چه قدر است ؟

$-\frac{1}{4}$ (4 $\frac{1}{8}$ (3♦ $\frac{1}{4}$ (2 $-\frac{1}{8}$ (1

(360) ساده شده عبارت $\cos 12 \cos 24 \cos 48$ کدام است ؟

$\frac{16}{\sin 6}$ (4 $\frac{8}{\sin 6}$ (3 $\frac{1}{8 \sin 6}$ (2♦ $\frac{1}{16 \sin 6}$ (1

(361) حاصل عبارت $\cos 10 \cos 20 \cos 50$ کدام است ؟

$\frac{1}{8} \tan 10$ (4 $\frac{1}{4} \tan 10$ (3 $\frac{1}{4} \cot 10$ (2♦ $\frac{1}{8} \tan 10$ (1

(362) اگر $x_1 = \sin^2 15$ و $x_2 = \cos^2 15$ جواب های معادله درجه دومی می باشد ان گاه معادله

برابر است با :

$16x^2 - 16x + 1 = 0$ (2♦ $16x^2 + 16x - 1 = 0$ (1

$$4x^2 - 4x + 1 = 0 \quad (4)$$

$$4x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (3)$$

(363) اگر $\sin 2x = \frac{1}{4}$ باشد حاصل $(\sin x + \cos x)^2$ کدام است؟

$$\frac{17}{16} \quad (4)$$

$$\frac{9}{8} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (2\blacklozenge)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

(364) حاصل $(\sin x - \cos x + 1)(\cos x - \sin x + 1)$ به ازای $x = \frac{7\pi}{12}$ کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1\blacklozenge)$$

(365) حاصل عبارت $\sqrt{1 + \sin 2x} - \sin x$ وقتی $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$ باشد کدام است؟

$$-\cos x \quad (2)$$

$$\cos x - 2 \sin x \quad (1)$$

$$-2 \sin x - \cos x \quad (4)$$

$$\cos x \quad (3\blacklozenge)$$

(366) اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ باشد حاصل $\tan x + \cot x$ کدام است؟

$$-\frac{16}{3} \quad (4)$$

$$\frac{16}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{8}{3} \quad (2\blacklozenge)$$

$$\frac{8}{3} \quad (1)$$

(367) اگر $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$ باشد حاصل $\sin^3 x + \cos^5 x$ چه قدر است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{8} \quad (3)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{3\sqrt{2}}{8} \quad (1\blacklozenge)$$

(368) اگر $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$ باشد حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ چه قدر است؟

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2\blacklozenge)$$

$$1 \quad (1)$$

(369) اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{5}$ باشد حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2\blacklozenge)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

(370) حاصل عبارت $\sin x \cos x (1 - 2\sin^2 x)$ به ازای $x = 7/5$ برابر کدام است؟

$$\frac{3}{16} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{8} \quad (2\blacklozenge)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

(371) اگر $\cos x = \frac{3}{5}$ باشد آنگاه حاصل $\cos (2x - 15\pi)$ کدام است؟

$$-\frac{7}{25} (4) \quad \frac{2}{5} (3) \quad -\frac{2}{5} (2) \quad \frac{7}{25} (1 \spadesuit)$$

(372) حاصل عبارت $2\cos^2\left(\frac{7\pi}{4} - x\right) - \cos^2 x (1 + \tan^2 x)$ برابر کدام است ؟

$$\cos 2x (4) \quad -\sin 2x (3 \spadesuit) \quad -\cos 2x (2) \quad \sin 2x (1)$$

(373) مقدار عبارت $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin \frac{\pi}{8}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \frac{3\pi}{8}\right)$ کدام است ؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} (4) \quad \frac{1}{4} (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{4} (2 \spadesuit) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} (1)$$

(374) حاصل $\frac{2\sin^2 70 - 1}{\cot 115 \cos^2 155}$ کدام است ؟

$$3 (4) \quad -3 (3) \quad 2 (2) \quad -2 (1 \spadesuit)$$

(375) اگر $\cos 4x = a$ حاصل $\sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ کدام است ؟

$$\frac{a-1}{4} (4) \quad \frac{1-a}{8} (3 \spadesuit) \quad \frac{1-a}{4} (2) \quad \frac{a-1}{8} (1)$$

(376) کسر $\frac{\cos 2\alpha - 4\cos^2 \alpha + 3}{\cos^2 2\alpha + 4\cos^2 \alpha - 1}$ برابر است با:

$$\tan^4 2\alpha (4) \quad \tan^2 \alpha (3) \quad \tan^4 \alpha (2 \spadesuit) \quad \tan^2 2\alpha (1)$$

(377) اگر داشته باشیم $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{3}$ ان گاه حاصل $\frac{1+\cos 2\alpha}{\cot \frac{\alpha}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}$ کدام است ؟

$$\frac{7}{16} (4) \quad \frac{7}{8} (3) \quad \frac{7}{18} (2 \spadesuit) \quad \frac{7}{9} (1)$$

(378) حاصل عبارت $1 - 8\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$ کدام است ؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} (4) \quad \frac{1}{2} (3) \quad 2 \spadesuit \text{ صفر} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} (1)$$

(379) اگر $\cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ آن گاه $\cos 4x$ کدام است ؟

$$\frac{1+\sqrt{5}}{4} (4) \quad \frac{1-\sqrt{5}}{4} (3) \quad \frac{\sqrt{5}+1}{4} (2) \quad \frac{\sqrt{5}-1}{4} (1 \spadesuit)$$

(380) اگر α در ناحیه اول مثلثاتی و $\cos \alpha = 0/6$ باشد حاصل $\sin 4\alpha$ کدام است ؟

$$-0/5376 (4 \spadesuit) \quad 0/5376 (3) \quad -0/2688 (2) \quad 0/2688 (1)$$

(381) اگر $x \neq \frac{k\pi}{2}$ حاصل عبارت $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$ کدام است ؟

- (1) -2 (2) 2 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$

(382) حاصل عبارت $2\sin^2 \alpha + \sqrt{3} \sin 2\alpha - 1$ کدام است ؟

- (1) $2 \cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$ (2) $-2 \cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$ (3) $2 \sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$ (4) $-2 \sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$

(383) مقدار $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)} + \frac{1}{2} \sin 2x$ کدام است ؟

- (1) صفر (2) $-\frac{1}{2} \sin 2x$ (3) 1 (4) $\sin 2x$

(384) اگر $\sin x (\cos x - \sin x) = -1$ ان گاه $\cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$ چه قدر است ؟

- (1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) 3 (3) صفر (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(385) اگر $x = \frac{\pi}{12}$ باشد حاصل کسر $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ برابر است با:

- (1) $\sqrt{3} - 2$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) 1

(386) اگر $a + b = \frac{\pi}{2} - a$ حاصل $\tan a + \tan b$ کدام است ؟

- (1) $\sin b$ (2) $\cos a$ (3) $\frac{1}{\sin a}$ (4) $\frac{1}{\cos b}$

(387) عبارت $(\cos 10 - \cos 70)(\tan 70 - \cot 100)$ برابر کدام است ؟

- (1) 1 (2) $-\sqrt{3}$ (3) $2 \cos 20$ (4) $\sin 80$

(388) حاصل $\frac{\cot 10 - \cot 80}{\tan 80 + \tan 10}$ کدام است ؟

- (1) $\cos 20$ (2) $\cos 10$ (3) $\cos 80$ (4) $\cos 70$

(389) حاصل $\cos 165 \cos 105$ کدام است ؟

- (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$

(390) حاصل عبارت $\frac{\sin 80 - 2 \sin 10 \sin 20}{2 \cos 40 \cos 10 - \cos 50}$ کدام است ؟

$$-1 \quad (4) \quad 1 \quad (3\blacklozenge) \quad \sqrt{3} \quad (2) \quad -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

391) ساده شده ای عبارت $2\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ کدام است ؟

$$1 - \sin 2\alpha \quad (4\blacklozenge) \quad 1 + \sin 2\alpha \quad (3) \quad \cos 2\alpha \quad (2) \quad \sin \alpha - \sin \alpha \quad (1)$$

392) حاصل عبارت $\cos 20 \cos 40 + \cos^2 80$ برابر کدام است ؟

$$\frac{3}{4} \quad (4\blacklozenge) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \sin 70 \quad (2) \quad \cos 10 \quad (1)$$

سوالات فورمهای کانکور 1393

$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \quad -1 \quad \text{مساوی است به :}$$

$$\cot x \quad (4) \quad \tan(45^\circ - x) \quad (3) \quad \cot(45^\circ + x) \quad (2) \quad \tan(45^\circ + x) \quad (1)$$

$$\sin x + \sin y \quad -2 \quad \text{مساوی است به :}$$

$$\sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \quad (2) \quad \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \quad (1)$$

$$2\sin x \cdot \cos x \quad (4) \quad 2\sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \quad (3)$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{1}{2} \quad -3 \quad \text{اگر } A, B, C \text{ زوایای یک مثلث باشد و } a, b, c \text{ طول اضلاع مقابل آن و}$$

$$\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} \quad \text{باشد , پس مساوی است به :}$$

$$3 \quad (4) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

$$-4 \quad \text{معادله مثلثاتی } \sin^2 x + 2\sin x + 1 = 0 \text{ چند حل دارد؟}$$

$$1 \quad \text{یک حل} \quad (1) \quad 2 \quad \text{دو حل} \quad (2) \quad 3 \quad \text{بی نهایت حل ها} \quad (3) \quad 4 \quad \text{حل ندارد} \quad (4)$$

$$\frac{\sin 3\theta}{3\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{3\cos \theta} \quad -5 \quad \text{مساوی است به :}$$

$$\frac{2}{3} \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$-6 \quad \text{حل معادله } 2\sin 5x - \sqrt{3} = 0 \text{ عبارت است از:}$$

$$x = \frac{\pi}{15} \quad (4) \quad x = -\frac{\pi}{5} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{5} \quad (2) \quad x = \pi \quad (1)$$

7- اگر در مثلث $\triangle ABC$, $\frac{b-c}{b+c} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, طوری که b, c طول اضلاع مقابل زوایای $\hat{B}, \hat{C}$ و

$\hat{A} = 90^\circ$ باشد پس وسعت زاویه $\hat{B}$ مساوی است به :

$$(1) 70^\circ \quad (2) 45^\circ \quad (3) 30^\circ \quad (4) 75^\circ$$

8- اگر $\sin \theta = \frac{1}{3}$ و $\cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ باشد پس $\tan \theta$ مساوی است به :

$$(1) 2\sqrt{2} \quad (2) \sqrt{2} \quad (3) \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad (4) -2\sqrt{2}$$

9- $\cos \frac{\theta}{2}$ مساوی است به :

$$(1) \pm \sqrt{\frac{1+\cos \theta}{2}} \quad (2) \pm \frac{\sqrt{1+\cos \theta}}{2} \quad (3) \pm \sqrt{\frac{1-\cos \theta}{2}} \quad (4) \pm \sqrt{1-\cos \theta}$$

10- برای کدام قیمت β افاده $1-2\sin \beta = 0$ صحت دارد؟

$$(1) 0^\circ \quad (2) 30^\circ \quad (3) 60^\circ \quad (4) 90^\circ$$

11- $\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}$ مساوی است به :

$$(1) \tan 2x \quad (2) \tan x \quad (3) \cot x \quad (4) -\cot x$$

12- اگر $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ باشد در این صورت از $x^2 + y^2 = r^2$ کدام رابطه ذیل به دست می آید ؟

$$(1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad (2) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = r^2 \quad (3) \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = 1 \quad (4) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 2$$

13- کدام یکی از مساوات ذیل یک مطابقت مثلثاتی را نشان میدهد :

$$(1) 2\sin 2x - \sqrt{2} = 0 \quad (2) \sin^2 x - 1 = 0 \quad (3) 1 + \tan^2 x = \sec^2 x \quad (4) \sin^2 x - \cos^2 x = 0$$

14- $2\cos \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p+q}{2}$ مساوی است به :

$$(1) \cos p - \cos q \quad (2) \tan p - \tan q \quad (3) \sec p - \sec q \quad (4) \cos p + \cos q$$

15- $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$ مساوی است به :

$$(1) \sqrt{2} \sin \theta \quad (2) \sqrt{2} \cos \theta \quad (3) 2 \sin \theta \quad (4) 2 \cos \theta$$

16- $\cos 7x$ مساوی است به :

$$(1) \cos^2 7x - \sin^2 7x \quad (2) 1 - 2\sin^2\left(\frac{7x}{2}\right) \quad (3) 2\cos^2 \frac{7x}{2} + 1 \quad (4) \cos \frac{7x}{2} - \sin \frac{7x}{2}$$

17- اگر هر دو طرف مساوات $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ بالای $\sin^2 \theta$ تقسیم شود کدام رابطه بدست می آید ؟

$$(1) 1 + \tan^2 \theta = 1 \quad (2) 1 + \tan^2 \theta = \csc^2 \theta \quad (3) 1 + \cot^2 \theta = \sec^2 \theta \quad (4) 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$-18 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} - 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} : \text{مساوی است به :}$$

$$\sin x + \sin y \quad (4) \quad \sin x + \sin y \quad (3) \quad \cos x - \cos y \quad (2) \quad \cos x + \cos y \quad (1)$$

19- اگر شعاع دایره ای $\frac{3}{\pi} \text{ cm}$ باشد و زاویه مرکزی آن برابر به $\frac{\pi}{9}$ باشد اندازه طول قوس مقابل این زاویه برابر است به :

$$\frac{1}{3} \text{ cm} \quad (4) \quad 9 \text{ cm} \quad (3) \quad 3 \text{ cm} \quad (2) \quad 4 \text{ cm} \quad (1)$$

20- اگر A, B, C و C زاویه های داخلی یک مثلث باشد و a, b, c به ترتیب طول اضلاع مقابل این زاویه

ها باشد پس $\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C}$ مساوی است به :

$$\frac{\sin B}{b} \quad (4) \quad \frac{b}{\sin 2B} \quad (3) \quad \frac{b}{\sin B} \quad (2) \quad 2 \cdot \frac{b}{\sin B} \quad (1)$$

21- اگر $y = \sin x$ باشد، برای کدام قیمت ذیل y معادله $6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$ صدق میکند؟

$$y = -\frac{1}{4} \quad (4) \quad y = \frac{1}{4} \quad (3) \quad y = -\frac{1}{2} \quad (2) \quad y = \frac{1}{2} \quad (1)$$

22- $\sin 3x$ مساوی است به :

$$\cos 3x \quad (4) \quad -2 \sin \frac{3}{2} x \cdot \cos \frac{3}{2} x \quad (3) \quad 2 \sin \frac{3}{2} x \cdot \cos \frac{3}{2} x \quad (2) \quad \sin \frac{3}{2} x \cdot \cos \frac{3}{2} x \quad (1)$$

23- تابع $y = 3\sin x$ در کدام یکی از نقطه قیمت اصغری دارد؟

$$x = \frac{\pi}{6} \quad (4) \quad x = \pi \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

24- اگر $\cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، پس $\sec \theta$ مساوی است به :

$$\frac{5}{\sqrt{24}} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{24}}{5} \quad (3) \quad 5 \quad (2) \quad -5 \quad (1)$$

25- $\cos(x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(x - \frac{\pi}{4})$ مساوی است به :

$$2 \cos 2x \quad (4) \quad \frac{1}{2} \cos 2x \quad (3) \quad \sin 2x \quad (2) \quad \cos 2x \quad (1)$$

27- $(1 + \tan^2 x)(1 + \cot^2 x)$ مساوی است به :

$$\frac{\sin^2 2x}{4} \quad (4) \quad \frac{4}{\sin^2 2x} \quad (3) \quad \cos^2 2x \quad (2) \quad \sin^2 2x \quad (1)$$

28- $\csc 10^\circ - \sqrt{3} \sec 10^\circ$ مساوی است به :

$$4 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

29- $\sin 5^\circ - \cos 85^\circ$ مساوی است به :

$$(1) 1 \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{\sqrt{6}-1}{3} \quad (4) \text{ صفر}$$

30- $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha}$ مساوی است به :

$$(1) \cot \alpha \quad (2) \sec \alpha \quad (3) \tan \alpha \quad (4) \csc \alpha$$

31- افاده مثلثاتی $\sqrt{4\sin^2 10^\circ + 4\cos^2 10^\circ}$ مساوی است به :

$$(1) 2\sin 10^\circ \quad (2) \cos 20^\circ \quad (3) 1 \quad (4) 2$$

32- اگر $2p$ محیط مثلث و a, b, c اضلاع مثلث باشند، مساحت مثلث عبارت است از :

$$(1) S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (2) S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$(3) S = \sqrt{p(p+a)(p+b)(p+c)} \quad (4) S = \sqrt{(p+a)(p+b)(p+c)}$$

33- افاده $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ مساوی است به :

$$(1) \sin 2\theta \quad (2) \cos 2\theta \quad (3) \cos^2 \theta \quad (4) \sin^2 \theta$$

34- قیمت $\sin 15^\circ$ مساوی است به :

$$(1) \sin 75^\circ \quad (2) \cos 75^\circ \quad (3) \cos 15^\circ \quad (4) \tan 15^\circ$$

35- اگر $\sin x = -\frac{8}{17}$ باشد و انجام های قوس مقابل زاویه x در ناحیه سوم باشد پس $\cos x$ مساوی است

به :

$$(1) \frac{17}{15} \quad (2) -\frac{17}{15} \quad (3) -\frac{15}{17} \quad (4) \frac{15}{17}$$

36- افاده مثلثاتی $\frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}\right)$ مساوی می شود به :

$$(1) \frac{1}{2\pi} \quad (2) \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \quad (3) \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \infty$$

37- اگر طول وتر یک مثلث قائم الزاویه 17cm و طول یکی از اضلاع قائم آن 15cm باشد طول ضلع سوم

مساوی است به :

$$(1) 4\text{cm} \quad (2) 6\text{cm} \quad (3) 7\text{cm} \quad (4) 8\text{cm}$$

38- افاده مثلثاتی $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ مساوی است به :

$$(1) 1 \quad (2) -1 \quad (3) 2 \quad (4) -2$$

39- گراف تابع $y = \sin x$ در انتروال $\left[-\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$ چند نقطه اعظمی دارد؟

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) \text{ ندارد}$$

40- معادله مثلثاتی $\sin x - 1 = 0$ چند حل دارد؟

- (1) یک حل (2) بینهایت حل ها (3) دو حل (4) حل ندارد

41- ست حل معادله $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ عبارت است از:

$$(1) \left(x / x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right) (2) \left(x / x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right)$$

$$(3) \left(x / x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in Z \right) (4) \left(x / x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in Z \right)$$

42- کدام یک از نامساوات های ذیل درست است:

- (1) $0 < \sec x < 1$ (2) $-1 < \sec x < 0$ (3) $|\sec x| > 1$ (4) تمام جوابات غلط است

43- مجموع مربعات اضلاع قائم یک مثلث قائم الزاویه مساوی است به:

- (1) مربع وتر (2) وتر (3) مربعات اضلاع قائم (4) اضلاع قائم

44- اگر $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ باشد در اینصورت از $x^2 + y^2 = r^2$ کدام رابطه ذیل بدست میاید:

$$(1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 (2) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = r^2 (3) \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = 1 (4) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 2$$

45- اگر شعاع یک دایره r قوس که مقابل یک زاویه مرکزی زاویه θ در این دایره قرار دارد عبارت از S

باشد کدام یک از روابط ذیل درست است:

$$(1) \theta = r \cdot S (2) r = \theta \cdot S (3) S = \theta \cdot r (4) \theta = S - r$$

46- $\frac{3}{2} \sin \frac{x}{5} \cos \frac{x}{5}$ مساوی است به:

$$(1) \frac{3}{2} \sin \frac{2x}{5} (2) \frac{3}{2} \cos \frac{2x}{5} (3) \frac{3}{4} \sin \frac{2x}{5} (4) -\frac{3}{4} \sin \frac{2x}{5}$$

47- اگر $\triangle ABC$ یک مثلث متساوی الاضلاع و طول یک ضلع آن a واحد باشد پس

$\frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\sin B} = \frac{a}{\sin C}$ مساوی است به:

$$(1) \frac{a}{2} (2) 2a (3) \frac{a}{\sqrt{3}} (4) \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

48- یک حل معادله $\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ در انتروال $[0, 2\pi]$ عبارت است از:

$$(1) \frac{7\pi}{12} (2) \frac{5\pi}{12} (3) \frac{3\pi}{2} (4) x = \pi$$

49- برای کدام قیمت ها سیستم ذیل دارای حل می باشد:

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x \cdot \cos y = a \end{cases}$$

$$(1) -3 \leq 4a \leq 1 (2) 3 \leq 4a \leq 5 (3) -3 \leq a \leq 1 (4) 0 \leq a \leq 1$$

50- $\sin\left(-5\frac{\pi}{2}\right)$ مساوی است به:

- (1) 1 (2) -1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$

51- اگر در یک مثلث متساوی الساقین وسعت یکی از زوایای که مقابل ساق ها قرار دارد مساوی به 50° باشد درین صورت دو زاویه دیگری این مثلث عبارت اند از:

- (1) $50^\circ, 80^\circ$ (2) $60^\circ, 50^\circ$ (3) $60^\circ, 40^\circ$ (4) $50^\circ, 30^\circ$

52- اگر $\sin x = \frac{2}{3}$ باشد پس $\sin^2 x + 2\sin x + 1$ مساوی است به:

- (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{9}{4}$ (3) $\frac{25}{9}$ (4) $\frac{9}{25}$

53- $\cos 60^\circ + \cos 30^\circ$ مساوی است به:

- (1) $\cos 15^\circ$ (2) $\sqrt{2} \cos 15^\circ$ (3) $\sqrt{2} \sin 15^\circ$ (4) $-\sqrt{2} \cos 15^\circ$

54- کدام یک از توابع ذیل در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ متمادی نیست؟

- (1) $y = \cot x$ (2) $y = \tan x$ (3) $y = \cos x$ (4) $y = \sin x$

55- اگر نصف محیط مثلث ABC برابر به $9cm$ و طول دو ضلع آن به ترتیب $6cm$, $4cm$ باشد پس طول ضلع سوم آن مساوی است به:

- (1) $4cm$ (2) $5cm$ (3) $6cm$ (4) $8cm$

56- شعاع دایره جهت دار مثلثاتی مساوی است به:

- (1) واحد طول (2) دو چند قطر (3) نصف محیط (4) برابر قطر

57- $\tan \alpha$ معکوس ضربی کدام یک از توابع مثلثاتی ذیل است؟

- (1) $\sec \alpha$ (2) $\csc \alpha$ (3) $\cot \alpha$ (4) $\tan \alpha$

58- عبارت $\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$ مساوی است به:

- (1) $2\sin \alpha \sin \beta$ (2) $2\cos \alpha \cos \beta$ (3) $\cos \alpha \cos \beta$ (4) $\sin \alpha \sin \beta$

59- کدام یک از اعداد ذیل یک حل معادله $\sin x = 0$ است؟

- (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{3\pi}{2}$ (4) 2π

60- اگر طول نصف محیط مثلث ABC , $45cm$ و طول دو ضلع آن به ترتیب $30cm$, $24cm$ باشد پس طول ضلع سوم آن مساوی است به:

- (1) $35cm$ (2) $36cm$ (3) $37cm$ (4) $38cm$

61- $\frac{\sin a + \sin 2a}{1 + \cos a + \cos 2a}$ مساوی است به:

$$\cot a \quad (1) \quad \sec a \quad (2) \quad \tan a \quad (3) \quad \csc a \quad (4)$$

62- اگر $\cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد پس $\sec \theta$ مساوی است به:

$$-5 \quad (1) \quad 5 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad -1 \quad (4)$$

63- اگر $\sin 2x = \frac{1}{2}$ باشد پس $\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ مساوی است به:

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 16 \quad (3) \quad \frac{1}{16} \quad (4)$$

64- برای کدام قیمت ذیل p ، $\cos(x+p) = \cos x$ است:

$$2\pi \quad (1) \quad \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad -\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

65- اگر A, B زوایای داخلی یک مثلث و a, b طول اضلاع مقابل این زوایا باشند پس $\frac{a-b}{a+b}$ مساوی است

به؟

$$\frac{\tan(A+B)}{\tan(A-B)} \quad (4) \quad \frac{\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)}{\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)} \quad (3) \quad \frac{\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)} \quad (2) \quad \frac{\tan(A-B)}{\tan(A+B)} \quad (1)$$

66- یک کاغذ پران با طول تار $100m$ در هوا است اگر تار کاغذ پران با سطح افقی زمین زاویه 60° را بسازد بلندی کاغذ پران از سطح زمین مساوی است به:

$$50m \quad (1) \quad 40m \quad (2) \quad 50\sqrt{3}m \quad (3) \quad 40\sqrt{3}m \quad (4)$$

67- در انتروال $[0, 2\pi]$ یک حل معادله $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ عبارت است از:

$$\frac{12\pi}{19} \quad (1) \quad \frac{19\pi}{12} \quad (2) \quad \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad -\frac{\pi}{2} \quad (4)$$

68- یک حل سیستم $\begin{cases} x-y = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\tan x}{\tan y} = -3 \end{cases}$ عبارت است از:

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (1) \quad x = y = \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad x = y = \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = -\frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (4)$$

69- $\cos p + \cos q$ مساوی است به:

$$2 \cos \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p}{2} \quad (1) \quad \cos \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p+q}{2} \quad (2)$$

$$2 \cos \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p+q}{2} \quad (3) \quad 2 \cos p \cdot \cos q \quad (4)$$

70- اگر شعاع یک دایره r واحد باشد پس در این دایره طول قوس که در مقابل زاویه مرکزی $2\pi^R$ قرار دارد مساوی است به:

$$\pi r \quad (1) \quad \frac{\pi}{2} r \quad (2) \quad 2\pi r \quad (3) \quad 4\pi \quad (4)$$

71- کدام دسته از طول های ذیل اضلاع مثلث بوده می توانند؟

$$7cm, 2cm, 3cm \quad (1) \quad 2cm, 3cm, 1cm \quad (2) \quad 3cm, 5cm, 6cm \quad (3) \quad 6cm, 3cm, 2cm \quad (4)$$

72- اگر طول قائم مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین a باشد طول وتر مثلث مساوی است به:

$$a \quad (1) \quad \frac{2a}{\sqrt{3}} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{3}a}{2} \quad (3) \quad a\sqrt{2} \quad (4)$$

73- یک حل معادله مثلثاتی $2\sin x + 3 = 0$ عبارت است از:

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad \text{حل ندارد} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

74- یک حل معادله $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$ مساوی است به:

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (1) \quad x = -\frac{\pi}{3} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad x = 0 \quad (4)$$

75- $\frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$ مساوی است به:

$$\sin x \cdot \sin y \quad (1) \quad \cos x \cdot \cos y \quad (2) \quad -\sin x \cdot \sin y \quad (3) \quad -\cos x \cdot \cos y \quad (4)$$

76- اگر زاویه θ به شکل معیاری رسم شود و $\cos \theta > 0$, $\sin \theta > 0$ باشد پس ضلع دوم زاویه θ در کدام ناحیه می باشد؟

$$(1) \text{ سوم} \quad (2) \text{ دوم} \quad (3) \text{ اول} \quad (4) \text{ چهارم}$$

77- $2\sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$ مساوی است به:

$$\sin p - \sin q \quad (1) \quad \cos p - \cos q \quad (2) \quad \sin p + \sin q \quad (3) \quad \tan p + \tan q \quad (4)$$

78- یک حل معادله $2\sin 5x - \sqrt{3} = 0$ عبارت است از:

$$x = \pi \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{5} \quad (2) \quad x = -\frac{\pi}{5} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{15} \quad (4)$$

79- مثلث که دارای اضلاع $5cm$, $9cm$, $5cm$ باشد چند زاویه حاده دارد؟

$$(1) 3 \quad (2) 2 \quad (3) 1 \quad (4) 0$$

80- سیستم $\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{4} \\ \tan x + \tan y = 1 \end{cases}$ برای کدام قیمت های ذیل x, y صدق می کند:

$$(1) x = \frac{\pi}{3}, y = \frac{\pi}{4} \quad (2) x = \frac{\pi}{6}, y = \frac{\pi}{3} \quad (3) x = \frac{\pi}{4}, y = 0 \quad (4) x = y = \frac{\pi}{4}$$

81- کدام عدد ذیل روی منحنی $y = 2 \cos x + 2$ واقع است:

$$(0, \pi) \quad (1) \quad (\pi, 0) \quad (2) \quad \left(0, \frac{\pi}{4}\right) \quad (3) \quad \left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \quad (4)$$

82- $\sin\left(-5\frac{\pi}{2}\right)$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad -\frac{1}{2} \quad (4)$$

83- اگر ABC یک مثلث متساوی الساقین و b, a طول ساق ها و B, A بالترتیب زوایای مقابل ساق های مذکور باشد پس کدام یکی از روابط ذیل در مثلث مذکور درست است:

$$\frac{2a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \quad (1) \quad \frac{a}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (2) \quad \frac{a}{\sin 2A} = \frac{c}{\sin C} \quad (3) \quad \frac{\sin A}{a^2} = \frac{\sin C}{c} \quad (4)$$

84- اگر B, A و C زوایای داخلی یک مثلث و b, a و c بالترتیب طول اضلاع مقابل آن باشد پس

$\frac{a + \sin A}{\sin A}$ مساوی است به:

$$\frac{\sin B}{b + \sin B} \quad (1) \quad \frac{\sin B}{b - \sin B} \quad (2) \quad \frac{b}{\sin B} \quad (3) \quad \frac{b + \sin B}{\sin B} \quad (4)$$

85- $1 + \cos \pi + \cos \frac{\pi}{4}$ مساوی است به:

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

86- اگر در مثلث ABC زاویه $B = 60^\circ$ و وسعت زاویه C در صورتیکه طول اضلاع مقابل آن بالترتیب

$b = 9\text{cm}$ و $c = 6\sqrt{3}\text{cm}$ باشد مساوی است به:

$$40^\circ \quad (1) \quad 60^\circ \quad (2) \quad 90^\circ \quad (3) \quad 30^\circ \quad (4)$$

87- $\sin(\pi + x)$ مساوی است به:

$$\sin x \quad (1) \quad \sin 2x \quad (2) \quad -\sin x \quad (3) \quad \cos x \quad (4)$$

88- $3 \sin x \cdot \cos x$ مساوی است به:

$$\sin 2x \quad (1) \quad \cos 2x \quad (2) \quad \frac{3}{2} \sin 2x \quad (3) \quad 3 \sin 2x \quad (4)$$

89- $\tan 3\alpha$ مساوی است به:

$$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \quad (1) \quad \frac{\tan 2\alpha + \tan \alpha}{1 - \tan 2\alpha \cdot \tan \alpha} \quad (2) \quad \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (3) \quad \frac{2 \tan 2\alpha}{1 - \tan^2 2\alpha} \quad (4)$$

90- $1 + \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)$ مساوی است به:

$$2 \quad (1) \quad 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad 0 \quad (4)$$

91- کدام یک از سیستم های ذیل حل ندارد؟

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 3 \\ x + y = \pi \end{cases} (4) \quad \begin{cases} \sin x + \sin y = \frac{1}{2} \\ x + y = \pi \end{cases} (3) \quad \begin{cases} \sin x + \sin y = 0 \\ x + y = \pi \end{cases} (2) \quad \begin{cases} \sin x + \sin y = 0 \\ x + y = \frac{\pi}{2} \end{cases} (1)$$

92- تابع $y = \sin x$ محور x را در انتروال $(0, 2\pi)$ در کدام نقطه ذیل قطع می کند:

$$x = \frac{\pi}{2} (4) \quad x = \pi (3) \quad x = 2\pi (2) \quad x = 0 (1)$$

93- اگر شعاع یک دایره 4cm باشد در این صورت طول قوس که در مقابل زاویه مرکزی $\frac{\pi}{4}$ واقع باشد

مساوی است به:

$$\frac{\pi}{2}\text{cm} (4) \quad \pi\text{cm} (3) \quad 4\text{cm} (2) \quad 1\text{cm} (1)$$

94- $3\cos^4 \alpha + 3\sin^4 \alpha - 2\cos^6 \alpha - 2\sin^6 \alpha$ مساوی است به:

$$3 (4) \quad \sin 4\alpha + \cos 6\alpha (3) \quad 1 (2) \quad \text{صفر} (1)$$

95- اگر $\cos \alpha + \cos \beta = m$ و $\sin \alpha + \sin \beta = n$ باشد پس $\sin(\alpha + \beta)$ مساوی است به:

$$\frac{2mn}{m^2 - n^2} (4) \quad \frac{2mn}{m^2 + n^2} (3) \quad \frac{n^2 - m^2}{m^2 + n^2} (2) \quad \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2} (1)$$

96- یک جذر معادله $\sin^2 \theta - \cos \theta = \frac{1}{4}$ در انتروال $[0, 2\pi]$ مساوی است به:

$$\frac{\pi}{5} (4) \quad \frac{\pi}{4} (3) \quad \frac{\pi}{3} (2) \quad \frac{\pi}{2} (1)$$

97- اگر a, b, c اضلاع یک مثلث باشد، بین آنها کدام یک از روابط ذیل درست است؟

$$a - b > c (4) \quad b - a > c (3) \quad a + b > c (2) \quad a + b < c (1)$$

98- محیط یک مثلث متساوی الساقین 90cm است طول ساق های آن را در این حالت پیدا کنید در

صورتیکه طول ضلع سوم 40cm باشد:

$$27\text{cm} (4) \quad 25\text{cm} (3) \quad 29\text{cm} (2) \quad 26\text{cm} (1)$$

99- $\cot \beta \cdot \cos \beta$ از جنس $\sin \beta$ عبارت است از:

$$\frac{1 + \sin \beta}{\sin \beta} (4) \quad \frac{1 - \sin \beta}{\sin \beta} (3) \quad \frac{1 + \sin^2 \beta}{\sin \beta} (2) \quad \frac{1 - \sin^2 \beta}{\sin \beta} (1)$$

100- اگر A, B, C زوایای داخلی یک مثلث بوده و a, b, c به ترتیب طول اضلاع مقابل زوایا باشد،

پس $\cos B$ برابر است به:

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2ac} (4) \quad \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ac} (3) \quad \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} (2) \quad \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} (1)$$

101- گراف تابع $y = \sin x$ در انتروال $[0, \pi]$ چند نقطه اعظمی دارد؟

$$4 \text{ ندارد} (4) \quad 3 (3) \quad 2 (2) \quad 1 (1)$$

102- نصف محیط مثلث ABC مساوی به $45cm$ بوده و به ترتیب طول دو ضلع آن $30cm$, $24cm$ می باشد طول ضلع سوم آن عبارت است از:

$$35cm \quad (1) \quad 36cm \quad (2) \quad 37cm \quad (3) \quad 38cm \quad (4)$$

103- اگر $\sin \theta + \cos \theta = a$ باشد پس $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ مساوی است به:

$$\frac{a}{2}(3-a^2) \quad (1) \quad \frac{a}{2}(a^2-3) \quad (2) \quad \frac{a}{2}(a^2+3) \quad (3) \quad a(a^2-2) \quad (4)$$

104- افاده مثلثاتی $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad -2 \quad (4)$$

105- $\sin x - \sin y$ مساوی است به:

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \quad (1) \quad 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \quad (2)$$

$$\cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \quad (3) \quad \cos y \cdot \sin y \quad (4)$$

106- یک جذر معادله $\tan x + \sec x = 2 \cos x$ که $x \in [0, 2\pi]$ باشد مساوی است به:

$$x = \frac{\pi}{6} \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

107- ست حل معادله $\tan x - \sqrt{3} = 0$ عبارت است از:

$$\left\{ x / x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right\} \quad (1) \quad \left\{ x / x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ x / x = k\pi + \frac{\pi}{7}, k \in Z \right\} \quad (3) \quad \left\{ x / x = 2k\pi + \frac{\pi}{9}, k \in Z \right\} \quad (4)$$

108- یک حل معادله $3 \cos x + 5 = 0$ عبارت است از:

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad \text{حل ندارد} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{5} \quad (4)$$

109- افاده $1 + \tan^2 \beta = \sec^2 \beta$:

(1) یک مطابقت است (2) یک معادله است (3) یک نامساوات است (4) تمام جوابات درست است

110- یک حل معادله $2 \sin 3x - \sqrt{3} = 0$ عبارت است از:

$$x = \frac{\pi}{10} \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{9} \quad (2) \quad x = -\frac{\pi}{10} \quad (3) \quad x = -\frac{\pi}{9} \quad (4)$$

111- $\frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$ مساوی است به:

$$\sin x \cdot \sin y \quad (1) \quad \cos x \cdot \cos y \quad (2) \quad -\sin x \cdot \sin y \quad (3) \quad -\cos x \cdot \cos y \quad (4)$$

112- اگر $A + B = \frac{\pi}{4}$ باشد پس $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad \sqrt{3} \quad (4)$$

113- یک حل معادله مثلثاتی $2\sin x + 3 = 0$ عبارت است از:

$$(1) \quad x = \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (3) \quad \text{حل ندارد} \quad (4) \quad x = \frac{\pi}{2}$$

114- حل سیستم $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\tan x}{\tan y} = -3 \end{cases}$ عبارت است از:

$$(1) \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} x = y = \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (3) \quad \begin{cases} x = y = \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ y = -\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

115- در انتروال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ حل معادله $2\tan^2 x + \sec^2 x = 2$ عبارت است از:

$$(1) \quad x = 0 \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{5} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (4) \quad x = \frac{\pi}{6}$$

116- اگر C, B زوایای داخلی یک مثلث و c, b طول اضلاع مقابل آن باشند، پس $\frac{b+c}{b-c}$ مساوی است به:

$$(1) \quad \frac{\tan(B+C)}{\tan(B-C)} \quad (2) \quad \frac{\tan \frac{(B+C)}{2}}{\tan \frac{(B-C)}{2}} \quad (3) \quad \frac{\tan(B-C)}{\tan(B+C)} \quad (4) \quad \tan(B+C)$$

117- تابع $y = \sin \frac{x}{2}$ به کدام نقطه انتروال $[0, 4\pi]$ دارای قیمت اصغری است؟

$$(1) \quad x = 2\pi \quad (2) \quad x = \pi \quad (3) \quad x = 3\pi \quad (4) \quad x = \frac{\pi}{6}$$

118- مساحت مثلث ABC که اضلاع آن به ترتیب $18\text{cm}, 12\text{cm}, 24\text{cm}$ باشد مساوی است به:

$$(1) \quad 21\text{cm}^2 \quad (2) \quad 24\text{cm}^2 \quad (3) \quad 25\sqrt{15}\text{cm}^2 \quad (4) \quad 27\sqrt{15}\text{cm}^2$$

119- $\cos(-a)$ مساوی است به:

$$(1) \quad \cos a \quad (2) \quad -\cos a \quad (3) \quad \cos 2a \quad (4) \quad \sin 2a$$

120- یک حل معادله $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$ عبارت است از:

$$(1) \quad x = \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad x = -\frac{\pi}{3} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (4) \quad x = 0$$

121- $\frac{\cos 25^\circ - \sin 65^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 10^\circ}$ مساوی است به:

$$(1) \quad \sin 15^\circ \quad (2) \quad \sin 35^\circ \quad (3) \quad 0 \quad (4) \quad \frac{1}{2}$$

122- $\cos \frac{\pi}{5}$ مساوی است به:

$$(1) \quad \cos\left(4\frac{\pi}{5}\right) \quad (2) \quad \cos\left(-\frac{\pi}{5}\right) \quad (3) \quad \cos\left(6\frac{\pi}{5}\right) \quad (4) \quad \cos \pi$$

123- اگر $\sin 2x = \frac{1}{2}$ باشد پس $\sin^2 x - \cos^2 x$ مساوی است به:

$$(1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 16 \quad (4) \quad \frac{1}{16}$$

سوالات فورمهای کانکور 1394

1- اگر α زاویه حاده و $\sin \alpha = 0$ باشد در این صورت $\sin 2\alpha$ مساوی است به:

(1) $\frac{420}{289}$ (2) -1 (3) ● صفر (4) $\frac{1}{2}$

2- یک حل معادله $\tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0$ عبارت است از:

(1) $x = -\frac{\pi}{3}$ (2) ● $x = \frac{\pi}{4}$ (3) $x = \frac{\pi}{3}$ (4) $x = \frac{\pi}{6}$

3- زاویه ای $\frac{\pi}{8}$ رادیان بر حسب درجه مساوی میشود به:

(1) 45° (2) 22° (3) 22.05° (4) ● 22.5°

4- $\sin(7\pi + x)$ مساوی است به:

(1) ● $-\sin x$ (2) $-\cos x$ (3) $\cos x$ (4) $\sin x$

5- $2 + \sin\left(-\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ مساوی است به:

(1) ● 2 (2) صفر (3) 1 (4) $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

6- اگر در مثلث $\hat{ABC}$ زاویه $B = 60^\circ$ وسعت زاویه C در صورتیکه طول اضلاع مقابل آن بالترتیب

$b = 9cm$ و $c = 6\sqrt{3}cm$ باشند، مساوی است به:

(1) 40° (2) ● 90° (3) 30° (4) 60°

7- حل معادله مثلثاتی $\cos x - \frac{1}{2} = 0$ عبارت است از:

(1) ● $x = \frac{\pi}{3}$ (2) $x = \frac{\pi}{2}$ (3) $x = \frac{\pi}{4}$ (4) $x = \frac{\pi}{6}$

8- تابع $y = \sin \frac{x}{2}$ به کدام قیمت x در انتروال $[0, 4\pi]$ دارای نقطه اصغری است:

(1) ● $x = 3\pi$ (2) $x = 2\pi$ (3) $x = \frac{\pi}{4}$ (4) $x = \pi$

9- افاده مثلثاتی $\sin(2\pi + \theta) - \cos(2\pi + \theta)$ مساوی است به:

(1) $\sin \theta + \cos \theta$ (2) ● $\sin \theta - \cos \theta$ (3) $-\sin \theta + \cos \theta$ (4) $-\sin \theta - \cos \theta$

10- افاده مثلثاتی $\frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ مساوی می شود به:

(1) $-\sin^2 \alpha$ (2) ● $\sin^2 \alpha$ (3) $-\cos^2 \alpha$ (4) $\cos^2 \alpha$

11- زاویه $\frac{5\pi}{4}$ رادیان بر حسب درجه مساوی می شود به:

$$225^\circ \quad (4 \bullet) \quad 320^\circ \quad (3) \quad 325^\circ \quad (2) \quad 200^\circ \quad (1)$$

12- تابع $y = \cot x$ در کدام قیمت های داده متحول x ، متمادی نیست؟

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad x = \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad x = -\frac{\pi}{3} \quad (2) \quad x = \pi \quad (1 \bullet)$$

$$-13 \quad \frac{1}{\sec 15^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ} \text{ مساوی است به:}$$

$$\cot 30^\circ \tan 15^\circ \quad (1) \quad 2 \sec 15^\circ \cos 45^\circ \quad (2) \quad \frac{\sqrt{3}}{3} + \cot 15^\circ \quad (3 \bullet) \quad (4) \text{ هیچکدام}$$

$$-14 \quad \cos 7x \text{ مساوی است به:}$$

$$\cos \frac{7x}{2} - \sin \frac{7x}{2} \quad (4) \quad 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{7x}{2} \right) \quad (3 \bullet) \quad \cos^2 7x - \sin^2 7x \quad (2) \quad 2 \cos^2 \frac{7x}{2} + 1 \quad (1)$$

15- حل معادله $\sin x = 0$ عبارت است از:

$$\frac{\pi}{4} \quad (4) \quad \frac{3\pi}{2} \quad (3) \quad 2\pi \quad (2 \bullet) \quad \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

16- اگر شعاع یک دایره 4cm باشد در این صورت طول قوس که در مقابل زاویه مرکزی $\frac{\pi}{4}$ واقع باشد

مساوی است به:

$$\frac{\pi}{2} \text{cm} \quad (4) \quad 4\text{cm} \quad (3) \quad 1\text{cm} \quad (2) \quad \pi \text{cm} \quad (1 \bullet)$$

17- اگر $\pi < \beta < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ باشد پس کدام رابطه ذیل درست است:

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = 0 \quad (2) \quad \text{تمام جوابات درست است} \quad (1)$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta > 0 \quad (4 \bullet) \quad \sin \alpha \cdot \sin \beta < 0 \quad (3)$$

18- تابع $y = \sin x$ در انتروال $\left(-\frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$ برای چند قیمت x ، $y = 0$ است:

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3 \bullet) \quad 4 \quad (4) \text{ وجود ندارد}$$

19- یک جذر معادله $\sin x + 3 \cos 2x - 1 = 0$ مساوی است به:

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad x = \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad x = -\frac{\pi}{6} \quad (1 \bullet)$$

20- اگر $\cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد پس $\sec \theta$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad -1 \quad (2 \bullet) \quad 5 \quad (3) \quad -5 \quad (4)$$

21- $\sin x + \sin y$ مساوی است به:

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \quad (2 \bullet) \quad 2 \sin x \cdot \cos y \quad (1)$$

$$\sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \quad (4) \quad \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \quad (3)$$

22- افاده مثلثاتی $\sin \frac{a}{2} \cos \frac{b}{3} - \cos \frac{a}{2} \sin \frac{b}{3}$ مساوی است به:

1 ● $\sin\left(\frac{3a-2b}{6}\right)$ (1) $\sin\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)$ (2) $\sin\left(\frac{a}{3} - \frac{b}{2}\right)$ (3) $\cos\left(\frac{3a-2b}{6}\right)$ (4)

23- افاده $\tan \frac{8\pi}{3}$ عبارت است به:

1 ● $-\sqrt{3}$ (1) $\sqrt{3}$ (2) 1 (3) 0 (4)

24- ترکیب $\tan(360 - \theta)$ عبارت است از:

1 $\tan \theta$ (1) $-\tan \theta$ (2 ●) 3 هر دو (3) 4 هیچکدام (4)

25- اگر $\sin \theta = \frac{4}{5}$ و ضلع دوم θ در ربع دوم باشد $\sin 2\theta$ مساوی است به:

1 (1) 2 (2 ●) $-\frac{24}{25}$ (3) $-\frac{7}{25}$ (4) $\frac{24}{7}$

26- یک حل معادله $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$ عبارت است از:

1 $x = \frac{\pi}{3}$ (1) $x = -\frac{\pi}{3}$ (2) $x = \frac{\pi}{4}$ (3) $x = 0$ (4 ●)

27- $\sin 2^\circ \cdot \cos 88^\circ + \cos 2^\circ \cdot \sin 88^\circ$ مساوی است به:

1 -5 (1) -1 (2) 0 (3) 1 (4 ●)

28- به کدام قیمت x رابطه $\sin x = \cos x$ است؟

1 $x = 60$ (1) $x = 90$ (2) $x = 45$ (3 ●) $x = 30$ (4)

29- از معادله $\sin \theta + \cos \theta = 1$ قیمت x را دریابید:

1 $\frac{\pi}{6}$ (1) $-\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{3\pi}{2}$ (3) 4 صفر (4 ●)

30- اگر $\sin x - \cos x = 1$ و $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ باشد، در آنصورت $\sin^2 x - \cos^2 x = ?$

1 0 (1) -1 (2) $\sqrt{2}$ (3 ●) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4)

31- گراف تابع $y = \sin x$ در انتروال $[2\pi, 4\pi]$ چند نقطه اعظمی دارد:

1 بینهایت نقاط (1) 2 (2) 3 (3 ●) 4 نقاط اعظمی ندارد (4)

32- افاده مثلثاتی $\cos\left(\frac{13\pi}{2} + \alpha\right)$ مساوی می شود به:

1 $\cos \alpha$ (1) $-\cos \alpha$ (2) $\sin \alpha$ (3) $-\sin \alpha$ (4 ●)

33- $\frac{2\pi}{36}$ رادیان چند درجه است؟

1 ● 10° (1) 20° (2) 15° (3) 25° (4)

34- تابع $y = \sin x$ محور X را در انتروال $(0, 2\pi)$ در کدام نقطه ذیل قطع می کند:

$$x = 2\pi \quad (4) \quad x = 0 \quad (3) \quad x = \pi \quad (2) \bullet \quad x = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

35- افاده مثلثاتی $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ مساوی است به:

$$\tan \theta + \cot \theta \quad (4) \quad \tan \theta - \cot \theta \quad (3) \bullet \quad -\tan \theta - \cot \theta \quad (2) \quad -\tan \theta + \cot \theta \quad (1)$$

36- قیمت افاده مثلثاتی $\frac{\sin 300^\circ}{1 - \cos 240^\circ}$ عبارت است از:

$$\frac{-\sqrt{3}}{2} \quad (4) \quad -\sqrt{3} \quad (3) \quad \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad (2) \quad \frac{-\sqrt{3}}{3} \quad (1) \bullet$$

37- افاده مثلثاتی $\left(\sin^2 \frac{x}{4} + \cos^2 \frac{x}{4}\right) \left(\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4}\right)$ مساوی است به:

$$-\cos \frac{x}{4} \quad (4) \quad -\cos \frac{x}{2} \quad (3) \bullet \quad -\sin \frac{x}{4} \quad (2) \quad \sin \frac{x}{4} \quad (1)$$

38- واحد اندازه گیری زاویه عبارت است از:

$$(1) \text{ سانتی گرید} \quad (2) \text{ سانتی متر} \quad (3) \bullet \text{ درجه} \quad (4) \text{ گرام}$$

39- حاصل افاده مثلثاتی $\frac{\cot \theta}{\tan \theta}$ مساوی است به:

$$\sec^2 \theta - 1 \quad (4) \quad \csc^2 \theta - 1 \quad (3) \bullet \quad \csc^2 \theta + 1 \quad (2) \quad \sec^2 \theta + 1 \quad (1)$$

40- حاصل ضرب افاده های مثلثاتی $(\csc^2 \theta + 1)(\csc^2 \theta - 1)$ مساوی است به:

$$\sec^4 \theta - 1 \quad (4) \quad \csc^4 \theta - 1 \quad (3) \bullet \quad \csc^4 \theta + 1 \quad (2) \quad \sec^4 \theta + 1 \quad (1)$$

41- قیمت عددی $\sqrt{\frac{\frac{5}{2} + \sin 30^\circ}{5 + \cot 135^\circ}}$ عبارت است از:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \bullet \quad \sqrt{3} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

42- افاده $3 \sin x \cos x$ مساوی است به:

$$\sin 2x \quad (4) \quad 3 \sin 2x \quad (3) \quad \cos 2x \quad (2) \quad \frac{3}{2} \sin 2x \quad (1) \bullet$$

43- نسبت مثلثاتی $\cos \theta$ از نظر زاویه مساویست به:

$$\sec(\theta + 2n\pi) \quad (4) \quad \cos(\theta + 2n\pi) \quad (3) \bullet \quad \sin(\theta + 2n\pi) \quad (2) \quad \csc(\theta + 2n\pi) \quad (1)$$

44- یک حل معادله $\sin^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = 0$ مساوی است به:

$$x = \frac{\pi}{4} \quad (4) \bullet \quad x = \frac{2\pi}{3} \quad (3) \quad x = \frac{25\pi}{6} \quad (2) \quad x = \frac{25\pi}{3} \quad (1)$$

45. اگر $\sin \beta = \frac{12}{13}$ باشد و ضلع دوم β در ربع دوم باشد، قیمت $\sin 2\beta$ مساوی است به:

$$\frac{120}{169} \quad (1) \bullet \quad \frac{120}{169} \quad (2) \quad \frac{169}{120} \quad (3) \quad (4) \text{ همه درست است}$$

46. عبارت $\cos(\pi - \theta) - \sin(\pi - \theta)$ مساوی است به:

(1) $\sin \theta + \cos \theta$ (2) $-\sin \theta + \cos \theta$ (3) $\sin \theta - \cos \theta$ (4) $-\sin \theta - \cos \theta$ ●

47. $\frac{\sin 30^\circ}{\sin 10^\circ} - \frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ}$ مساوی است به:

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 ●

48. حاصل عبارت $\cos \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ مساوی است به:

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $-\frac{1}{3}$ (3) $-\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{4}$ ●

49. اگر $\tan \theta = \frac{1}{7}$ باشد، پس $2 \cot \theta$ مساوی است به:

(1) 7 (2) 14 (3) $\frac{2}{7}$ (4) $\frac{7}{2}$ ●

50. $\frac{3\pi}{15}$ رادیان مساوی است به:

(1) 35° (2) 36° (3) 30° (4) 38° ●

51. حل های معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \frac{1}{4} = 0$ عبارت است از:

(1) $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{3\pi}{2}$ (2) $x = \frac{\pi}{2}, x = 0$ (3) $x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}$ (4) $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{3}$ ●

52. $\frac{12\pi}{4}$ رادیان چند درجه است؟

(1) 290° (2) 540° (3) 500° (4) 370° ●

53. قیمت عددی $\frac{\sin 30^\circ}{\sin 10^\circ} - \frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ}$ مساوی است به:

(1) 3 (2) 0 (3) 1 (4) 2 ●

54. $\cos 4\theta - \cos 2\theta$ مساوی است به:

(1) $\sin 3\theta \cdot \sin \theta$ (2) $\sin 3\theta \cdot \cos \theta$ (3) $-2 \sin 3\theta \cdot \sin \theta$ (4) $\cos 3\theta \cdot \sin \theta$ ●

55. یک حل معادله $2 \sin 3x - \sqrt{3} = 0$ عبارت است از:

(1) $x = -\frac{\pi}{9}$ (2) $x = -\frac{\pi}{10}$ (3) $x = \frac{\pi}{10}$ (4) $x = \frac{\pi}{9}$ ●

56. اگر کوساین های جهت وکتور $\vec{r}$ ، به ترتیب $\cos \alpha$ ، $\cos \beta$ و $\cos \gamma$ باشد پس:

(1) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ (2) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$ ●

(3) $\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$ (4) همه آن درست است

57. اگر $0 < x < 2\pi$ باشد درینصورت ست حل معادله مثلثاتی $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$ عبارت است از:

(1) $(60^\circ, 120^\circ)$ (2) $(30^\circ, 150^\circ)$ (3) $(30^\circ, 120^\circ)$ (4) $(60^\circ, 150^\circ)$ ●

58- هرگاه $\sin 2x = a$ باشد پس $\sin x - \cos x$ مساوی است به:

$$(1) \pm\sqrt{2a-1} \quad (2) \bullet \pm\sqrt{1-a} \quad (3) \pm\sqrt{1+a} \quad (4) \pm\sqrt{2a+1}$$

59- یک حل معادله $\cos^2 x + 3\sin x \cdot \cos x = 1$ عبارت است از:

$$(1) \bullet x = 0 \quad (2) x = \frac{\pi}{4} \quad (3) x = \frac{\pi}{2} \quad (4) x = \frac{3\pi}{2}$$

60- عدد $\cos \frac{7}{12}\pi \cos \frac{\pi}{12}$ مساوی است به:

$$(1) \bullet -\frac{1}{4} \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) -\frac{1}{3} \quad (4) \frac{1}{4}$$

61- اگر $\cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، پس $\sec \theta$ مساوی است به:

$$(1) -1 \quad (2) \bullet 5 \quad (3) -5 \quad (4) 1$$

62- قیمت $\cot(450^\circ + \theta)$ مساوی است به:

$$(1) \bullet -\tan \theta \quad (2) \tan \theta \quad (3) \cot \theta \quad (4) -\cot \theta$$

63- افاده مثلثاتی $\frac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A}$ مساوی است به:

$$(1) \bullet \tan^2 A \quad (2) \cot^2 A \quad (3) -\tan^2 A \quad (4) -\cot^2 A$$

64- هرگاه $\sin x = \frac{1}{2}$ و ضلع دوم زاویه x در ناحیه دوم باشد، پس قیمت $\tan x$ مساوی است به:

$$(1) \bullet -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2) \sqrt{3} \quad (3) -\sqrt{3} \quad (4) \frac{\sqrt{3}}{3}$$

65- افاده مثلثاتی $\frac{1-\sin 2a}{(\sin a - \cos a)^2}$ مساوی است به:

$$(1) \sin a \quad (2) \bullet 1 \quad (3) \sin^2 a \quad (4) -1$$

66- حاصل افاده مثلثاتی $\tan \theta \cdot \cot \theta$ مساوی است به:

$$(1) 2 \quad (2) \bullet 1 \quad (3) -1 \quad (4) -2$$

67. حاصل $(\sin x + \cos)^2$ مساوی است به:

$$(1) \bullet 1 + 2\sin x \cdot \cos x \quad (2) 2 + 2\sin x \cdot \cos x \quad (3) \sin 2x \quad (4) \cos 2x$$

68. اگر A, B, C زوایای داخلی یک مثلث و a, b, c بالترتیب طول اضلاع مقابل آن باشد پس

$$\frac{\sin A + \sin B + \sin C}{a + b + c} \text{ مساوی است به:}$$

$$(1) \bullet \frac{\sin C}{c} \quad (2) \frac{\sin 2C}{c} \quad (3) 2 \frac{c}{\sin C} \quad (4) 2 \frac{\sin C}{c}$$

69- افاده مثلثاتی $\tan 39^\circ$ مساوی است به:

$$\frac{\sin 84^\circ - \sin 6^\circ}{\sin 84^\circ + \sin 6^\circ} (4) \quad \frac{\cos 6^\circ - \cos 84^\circ}{\sin 6^\circ + \sin 84^\circ} (3) \quad \frac{\sin 6^\circ + \cos 6^\circ}{\sin 6^\circ - \cos 6^\circ} (2) \quad \frac{\sin 6^\circ - \cos 6^\circ}{\sin 6^\circ + \cos 6^\circ} (1)$$

70- هر گاه $\tan x = a$ باشد، پس $\tan(\pi + x)$ از جنس a مساوی است به:

$$(1) -a \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) -\frac{1}{2} \quad (4) a$$

71- افاده مثلثاتی $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ مساوی است به:

$$(1) -\sin \theta + \cos \theta \quad (2) \sin \theta - \cos \theta \quad (3) -\sin \theta - \cos \theta \quad (4) \sin \theta + \cos \theta$$

72- اگر یک، یک ضلع دو زاویه موازی و هم جهت و یک، یک ضلع دیگر آنها موازی و مخالف جهت

باشند، مجموع وسعت این دو زاویه مساوی است به:

$$(1) 150^\circ \quad (2) 180^\circ \quad (3) 120^\circ \quad (4) 270^\circ$$

73- $\sin^2 1^\circ \cdot \cot^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ \cdot \tan^2 1^\circ + \tan^2 1^\circ$ مساوی است به:

$$(1) 2 \quad (2) 1 + \cot^2 1^\circ \quad (3) 1 \quad (4) 1 + \tan^2 1^\circ$$

74- افاده مثلثاتی $\frac{\sin 2x}{2}$ مساوی است به:

$$(1) -\sin x \cos x \quad (2) \cos x \cos x \quad (3) \sin x \cos x \quad (4) \sin x \sin x$$

75- حل معادله $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$ عبارت است از:

$$(1) x = \frac{\pi}{4} \quad (2) x = \frac{5\pi}{3} \quad (3) x = \frac{5\pi}{6} \quad (4) x = \frac{3\pi}{2}$$

76- حاصل $(\sin x + \cos x)^2$ مساوی است به:

$$(1) 1 + 2 \sin x \cos x \quad (2) 2 + 2 \sin x \cos x \quad (3) \sin 2x \quad (4) \cos 2x$$

77- افاده مثلثاتی $\cot(180^\circ - \theta)$ مساوی است به:

$$(1) \tan \theta \quad (2) \cot \theta \quad (3) -\cot \theta \quad (4) -\tan \theta$$

78- افاده مثلثاتی $\sqrt{1 + 2\sqrt{\cos^2 x (1 - \cos^2 x)}}$ مساوی است به:

$$(1) \sin x - \cos x \quad (2) \cos x - 1 \quad (3) \sin x - 1 \quad (4) \sin x + \cos x$$

79. گراف تابع $y = \sin x$ در انتروال $[0, \pi]$ چند نقطه اعظمی دارد:

$$(1) 3 \quad (2) \text{ندارد} \quad (3) 2 \quad (4) 1$$

80. افاده مثلثاتی $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$ مساوی است به:

$$(1) \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (2) \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (4) 7$$

81. $\sin(x + \pi) \cdot \cos(x - \pi)$ مساوی است به:

$$(1) \frac{1}{2}(\cos 2x + 1)\left(2 - \frac{1}{2}\sin 2x\right) \quad (2) \frac{1}{2}\cos 2x$$

$$\frac{1}{2} \sin 2x \quad (4 \bullet) \quad \frac{1}{2} (\cos 2x - 1) \quad (3)$$

82. $\sin(2n\pi + x) / n \in \mathbb{Z}$ مساوی است به:

$$\sin x \quad (4 \bullet) \quad -\sin x \quad (3) \quad \cos x \quad (2) \quad -\cos x \quad (1)$$

83- برای کدام یک از قیمت های ذیل x معادله $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ صدق می کند؟

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \quad (3 \bullet) \quad x = \frac{2k\pi}{3} \quad (2) \quad x = 2k\pi \quad (1)$$

84- سیستم معادلات $\begin{cases} \sin x \sin y = a \\ x + y = \pi \end{cases}$ حل دارد بخاطریکه :

$$\cos^2 \pi < a < \sin^2 \pi \quad (2) \quad a < -\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$-\cos^2 \frac{\pi}{2} \leq a \leq \sin^2 \frac{\pi}{2} \quad (4 \bullet) \quad a > \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

85- اگر $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}$ باشد پس حاصل $\cos x + \sin x$ مساوی است به:

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (3 \bullet) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) \quad -\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

86- مساحت مثلث ABC که اضلاع آن بالترتیب $36\text{cm}, 30\text{cm}, 24\text{cm}$ باشد مساوی است به:

$$130\sqrt{7}\text{cm}^2 \quad (4) \quad 120\text{cm}^2 \quad (3) \quad 135\sqrt{7}\text{cm}^2 \quad (2 \bullet) \quad 125\text{cm}^2 \quad (1)$$

87- $\tan 55^\circ$ مساوی است به:

$$\frac{1}{1 - \tan 10^\circ} \quad (4) \quad \frac{1 + \tan 10^\circ}{1 - \tan 10^\circ} \quad (3 \bullet) \quad \frac{2}{1 + \tan 10^\circ} \quad (2) \quad \frac{1 - \tan 10^\circ}{1 + \tan 10^\circ} \quad (1)$$

88- اگر $g(x) = \cos^2 x + 5$ باشد ، پس تمام قیمت های x کدام یک از روابط ذیل درست است؟

$$g(x) \leq 0 \quad (4) \quad g(x) < 0 \quad (3) \quad g(x) \geq 0 \quad (2) \quad g(x) > 0 \quad (1 \bullet)$$

89- $(\sin^2 5x + \cos^2 5x)$ مساوی است به:

$$2 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad 1 \quad (2 \bullet) \quad 4 \quad (1)$$

90- افاده مثلثاتی $\sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{4}$ مساوی است به:

$$2 \quad (4) \quad 1 \quad (3 \bullet) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

91- $\sin^2 5$ مساوی است به:

$$0.5 + 0.5 \cos 10 \quad (4) \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 10 \quad (3) \quad 0.5 \cos 5 \quad (2) \quad -\cos^2 5 + 1 \quad (1 \bullet)$$

92- گراف تابع $y = \sin x$ در انتروال $[-\frac{\pi}{2}, 2\pi]$ چند نقطه اعظمی دارد:

$$2 \quad (4) \quad 1 \quad (3 \bullet) \quad \text{ندارد} \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

93- حل معادله $2\sin x + 1 = 0$ عبارت است از:

$$(1) x = \frac{3\pi}{6} \quad (2) \bullet x = \frac{7\pi}{6} \quad (3) x = \frac{5\pi}{6} \quad (4) x = \frac{3\pi}{2}$$

94- افاده مثلثاتی $3\cos^2 \alpha + 3\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha$ مساوی است به:

$$(1) 0 \quad (2) 3 \quad (3) \sin 4\alpha + \cos 6\alpha \quad (4) \bullet 1$$

95- یک حل معادله $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ عبارت است از:

$$(1) \bullet \frac{\pi}{2} \quad (2) \frac{2\pi}{3} \quad (3) \frac{\pi}{4} \quad (4) \frac{\pi}{3}$$

96- تعداد جذرهای معادله $3\sin x = 2\cos^2 x$ در انتروال $[0, \pi]$ مساوی است به:

$$(1) 1 \quad (2) 3 \quad (3) \bullet 2 \quad (4) 4$$

97- یک حل معادله مثلثاتی $\sin 5x - \sin 3x - \sin x = 0$ عبارت است از:

$$(1) x = \frac{\pi}{6} \quad (2) x = \frac{\pi}{3} \quad (3) \bullet x = \pi \quad (4) x = \frac{\pi}{12}$$

98- افاده $\sin 10^\circ \cdot \cos 35^\circ + \cos 10^\circ \cdot \sin 35^\circ$ مساوی است به:

$$(1) \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \bullet \frac{\sqrt{2}}{2}$$

99- هرگاه $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$ و $\cos \alpha \cdot \tan \alpha < 0$ باشد پس ضلع دوم زاویه α در کدام ناحیه واقع است؟

$$(1) \bullet \text{ناحیه سوم} \quad (2) \text{ناحیه دوم} \quad (3) \text{ناحیه اول} \quad (4) \text{ناحیه چهارم}$$

100- افاده مثلثاتی $3\sin^2 \frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}$ مساوی است به:

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) \frac{2}{3} \quad (4) \bullet \frac{3}{2}$$

101. اگر $\frac{\sin a + \cos a}{2\sin a + 3\cos a} = \frac{1}{2}$ باشد، پس زاویه a مساوی است به:

$$(1) \bullet \frac{\pi}{2} \quad (2) \frac{\pi}{3} \quad (3) \frac{\pi}{4} \quad (4) \frac{\pi}{6}$$

102. افاده مثلثاتی $\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ مساوی است به:

$$(1) -\sin \alpha \quad (2) \bullet \sin \alpha \quad (3) \tan \alpha \quad (4) \cos \alpha$$

103. اگر $y = \cos x$ باشد، پس در انتروال $(0, 2\pi)$ برای چند قیمت x ، $y = 0$ است:

$$(1) \text{موجود نیست} \quad (2) 3 \quad (3) 1 \quad (4) \bullet 2$$

104. قیمت افاده مثلثاتی $\frac{2\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ}$ مساوی است به:

$$(1) -\frac{1}{2} \quad (2) \bullet \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3) \sqrt{3} \quad (4) \frac{1}{2}$$

105. افاده مثلثاتی $\cos A \cos B - \sin A \sin B$ مساوی است به:

$$\cos(A-B) \quad (4) \quad \sin(A+B) \quad (3) \quad \cos(A+B) \quad (2) \bullet \quad \sin(A-B) \quad (1)$$

106. $\cos 120^\circ$ مساوی است به:

$$\frac{1}{2} \quad (4) \quad -\frac{1}{2} \quad (3) \bullet \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

107. $\sin(10x) - \sin(2x)$ مساوی است به:

$$2 \cos 6x \cdot \cos 4x \quad (2) \quad 2 \cos 6x \cdot \sin 4x \quad (1) \bullet$$

$$2 \cos x \cdot \cos 4x \quad (4) \quad 2 \sin x \cdot \cos 4x \quad (3)$$

$$\frac{\sin 5^\circ \cdot \cos 5^\circ \cdot \tan 5^\circ \cdot \cot 5^\circ}{1 - \sin^2 5^\circ} \quad -108 \quad \text{مساوی است به:}$$

$$\sin 5^\circ \quad (4) \quad \cot 5^\circ \quad (3) \quad \cos 5^\circ \quad (2) \quad \tan 5^\circ \quad (1) \bullet$$

109. افاده مثلثاتی $\cos P - \cos Q$ مساوی می شود به:

$$-2 \sin \frac{P+Q}{2} \sin \frac{P-Q}{2} \quad (2) \bullet \quad -2 \cos \frac{P+Q}{2} \cos \frac{P-Q}{2} \quad (1)$$

$$2 \cos \frac{P+Q}{2} \cos \frac{P-Q}{2} \quad (4) \quad 2 \sin \frac{P+Q}{2} \sin \frac{P-Q}{2} \quad (3)$$

110. هرگاه $\sin 2x = \sqrt{3}$ باشد، پس قیمت $(\sin x + \cos x)^2$ مساوی است به:

$$1 - \sqrt{3} \quad (4) \quad 2\sqrt{3} \quad (3) \quad 1 + \sqrt{3} \quad (2) \bullet \quad -2\sqrt{3} \quad (1)$$

111. ست حل عمومی معادله $\tan x - \sqrt{3} = 0$ عبارت است از:

$$\left(x / x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right) \quad (2) \bullet \quad \left(x / x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in Z \right) \quad (1)$$

$$\left(x / x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in Z \right) \quad (4) \quad \left(x / x = k\pi + \frac{\pi}{7}, k \in Z \right) \quad (3)$$

112. یک حل معادله مثلثاتی $10 \cos 2x + 10 \sin x = 0$ مساوی است به:

$$x = \pi \quad (1) \quad x = \frac{0.5\pi}{4} \quad (2) \bullet \quad x = 0.5\pi \quad (3) \quad \text{هیچ کدام} \quad (4)$$

113. افاده مثلثاتی $\sqrt{1 - 2\sqrt{\sin^2 x (1 - \sin^2 x)}}$ مساوی است به:

$$2 \csc x \quad (4) \quad \sin x - \cos x \quad (3) \bullet \quad 2 \sec x \quad (2) \quad \sin x + \cos x \quad (1)$$

114. یک حل معادله مثلثاتی $2 \tan^2 x - 4 \tan x + 2 = 0$ عبارت است از:

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad x = \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (1) \bullet$$

$$\frac{1}{1 + \sec x} + \frac{1}{1 - \sec x} \quad -115 \quad \text{مساوی است به:}$$

$$-2 \cot^2 x \quad (4) \bullet \quad 1 + \tan x \quad (3) \quad 2 \cot^2 x \quad (2) \quad 1 - \tan x \quad (1)$$

116. اگر $\cos x = a$ باشد پس $\cos(\pi + x)$ مساوی است به:

$$-a \quad (4) \bullet \quad a \quad (3) \quad 2a \quad (2) \quad -2a \quad (1)$$

117- شرط حل معادله $a \cos x + b = 0$ عبارت است از:

$$-1 < \frac{b}{a} < 1 \quad (4) \quad -1 < -\frac{b}{a} < 1 \quad (3) \quad -1 \leq \frac{b}{a} \leq 1 \quad (2) \quad -1 \leq -\frac{b}{a} \leq 1 \quad (1) \bullet$$

118- هرگاه $\tan x = b$ باشد، پس $\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ از جنس b مساوی است به:

$$\frac{1}{b} \quad (4) \quad -\frac{1}{b} \quad (3) \quad b \quad (2) \quad -b \quad (1) \bullet$$

119- قیمت $\frac{2 \sin \frac{\pi}{6} \times \cos \frac{\pi}{6}}{\sin^2 \frac{\pi}{11} + \cos^2 \frac{\pi}{11}}$ مساوی است به:

$$0 \quad (4) \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \bullet \quad 1 \quad (1)$$

120- افاده مثلثاتی $\cos \frac{11}{12} \pi - \cos \frac{5}{12} \pi$ مساوی است به:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (3) \quad -\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (2) \bullet \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

121- اگر $A + B = \frac{\pi}{4}$ باشد، پس $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ مساوی است به:

$$2 \quad (4) \bullet \quad 1 \quad (3) \quad -1 \quad (2) \quad \sqrt{3} \quad (1)$$

122- حاصل $\frac{6 \sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\cos 160^\circ}$ مساوی است به:

$$3 \cot 160^\circ \quad (4) \quad 3 \tan 160^\circ \quad (3) \bullet \quad \tan 160^\circ \quad (2) \quad \cot 160^\circ \quad (1)$$

123- در مثلث $\triangle ABC$ ، $a = 3\sqrt{3}$ ، $b = 9$ و $c = 6\sqrt{3}$ است پس زاویه B مساوی است به:

$$0 \quad (4) \quad \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad \frac{\pi}{3} \quad (1) \bullet$$

124- هرگاه $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ، $\cos \theta = \frac{1}{3}$ باشد، پس $\tan \frac{\theta}{2}$ مساوی است به:

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \bullet \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

125- افاده $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$ مساوی است به:

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (4) \quad -\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (2) \bullet \quad -\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (1)$$

126- افاده مثلثاتی $\frac{\csc x}{\csc x - 1} + \frac{\csc x}{\csc x + 1}$ مساوی است به:

$$2 \sin^2 x \quad (4) \quad \sec^2 x \quad (3) \quad 2 \cos^2 x \quad (2) \quad 2 \sec^2 x \quad (1) \bullet$$

127- برای کدام قیمت x معادله $2 \sin^2 x - \sin x = 0$ صدق می کند:

$$x = -\frac{\pi}{3} \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{3} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (4) \bullet$$

128- هرگاه زاویه مرکزی $\frac{3\pi}{4}$ و طول قوس مقابل $\frac{24\pi}{6}$ باشد پس شعاع دایره مساوی است به:

$$\frac{16}{3} \text{ cm} \quad (1) \bullet \quad \frac{17}{3} \text{ cm} \quad (2) \quad \frac{12}{5} \text{ cm} \quad (3) \quad \frac{15}{4} \text{ cm} \quad (4)$$

129- یک حل معادله $4\sin x - 6 = 0$ مساوی است به:

$$2x = \frac{6}{4} \quad (1) \quad x = \frac{2\pi}{9} \quad (2) \quad x = \frac{6}{4} \quad (3) \quad (4) \bullet \text{ حل ندارد}$$

130- افاده مثلثاتی $\cos 65^\circ \cdot \cos 5^\circ + \sin 65^\circ \cdot \sin 5^\circ$ مساوی است به:

$$\sin 45^\circ \quad (1) \quad \cos 60^\circ \quad (2) \bullet \quad \sin 60^\circ \quad (3) \quad \cos 45^\circ \quad (4)$$

131- نسبت مثلثاتی $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$ مساوی است به:

$$\cos \alpha \quad (1) \quad -\cos \alpha \quad (2) \bullet \quad -\sin \alpha \quad (3) \quad \sin \alpha \quad (4)$$

132- افاده مثلثاتی $\cot g(4\pi - \alpha)$ مساوی است به:

$$-\cot \alpha \quad (1) \bullet \quad \cot \alpha \quad (2) \quad \tan \alpha \quad (3) \quad -\tan \alpha \quad (4)$$

133- $\sin^2\left(\ln \frac{1}{16}\right) + \cos^2(\ln 16)$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \bullet \quad 2 \cos\left(\ln \frac{1}{8}\right) \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad 2 \sin\left(\ln \frac{1}{8}\right) \quad (4)$$

134- $\cos \alpha \cdot \cos(60 - \alpha) \cdot \cos(60 + \alpha)$ مساوی است به:

$$\cos^2 \alpha + \frac{3}{4} \cos \alpha \quad (1) \quad \cos^3 \alpha + \frac{3}{4} \cos \alpha \quad (2)$$

$$\cos^3 \alpha - \frac{3}{4} \cos \alpha \quad (3) \bullet \quad \cos^2 \alpha - \frac{3}{4} \cos \alpha \quad (4)$$

135- اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و ضلع دوم زاویه θ در ناحیه دوم باشد، پس $\sin 2\theta$ مساوی است به:

$$-\frac{11}{24} \quad (1) \quad -\frac{25}{24} \quad (2) \quad -\frac{24}{25} \quad (3) \bullet \quad \frac{11}{24} \quad (4)$$

136- ناحیه قیمت های تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}$ عبارت است از:

$$\{1\} \quad (1) \bullet \quad IR \quad (2) \quad [-1, 1] \quad (3) \quad (-1, 1) \quad (4)$$

137- افاده مثلثاتی $8\sin^2 15^\circ \cdot \cos^2 15^\circ$ مساوی می شود به:

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \bullet \quad \frac{1}{8} \quad (3) \quad e^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

138- یک حل معادله $300\sin x - 150 = 0$ مساوی است به:

$$\frac{25\pi}{6} \quad (4 \bullet)$$

$$(3) \text{ هیچکدام}$$

$$\frac{25\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{32\pi}{3} \quad (1)$$

$$-139 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} \text{ مساوی است به:}$$

$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3 \bullet)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

140- هرگاه زاویه مرکزی $\frac{\pi}{2}$ و طول قوس مقابل $\frac{5\pi}{2} \text{ cm}$ باشد پس شعاع دایره مساوی است به:

$$3 \text{ cm} \quad (4)$$

$$2 \text{ cm} \quad (3)$$

$$5 \text{ cm} \quad (2 \bullet)$$

$$4 \text{ cm} \quad (1)$$

$$-141 \frac{1}{\sec 22^\circ \cdot \sin 31^\circ \cdot \cos 53^\circ} \text{ مساوی است به:}$$

$$\tan 22^\circ + \cot 53^\circ \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \sec 22^\circ \sin 84^\circ \quad (1)$$

$$\tan 53^\circ + \cot 31^\circ \quad (4 \bullet)$$

$$2 \sec 22^\circ \cdot \cos^2 53^\circ \quad (3)$$

142- اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و ضلع دوم زاویه θ در ناحیه دوم باشد، پس $\cot 2\theta$ مساوی است به:

$$-\frac{3}{25} \quad (4)$$

$$-\frac{7}{24} \quad (3 \bullet)$$

$$\frac{7}{24} \quad (2)$$

$$\frac{3}{25} \quad (1)$$

$$-143 \text{ حاصل } \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} \text{ مساوی است به:}$$

$$-\frac{1}{\cos \alpha} \quad (4 \bullet)$$

$$-\frac{1}{\sin \alpha} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} \quad (1)$$

$$-144 \text{ - قیمت عددی } \sec \frac{2\pi}{3} \text{ مساوی است به:}$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$-2 \quad (2 \bullet)$$

$$-\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

145- به کدام قیمت θ مساوات $\sin x + \cos x = -1$ درست است.

$$\theta = 45^\circ \quad (4)$$

$$\theta = 180^\circ \quad (3 \bullet)$$

$$\theta = 30^\circ \quad (2)$$

$$\theta = 60^\circ \quad (1)$$

146- فاصله بین نقاط $p_1\left(\sin \pi, \cos \frac{\pi}{2}\right)$ و $p_2\left(2 \sin \frac{\pi}{4}, 2 \cos \frac{\pi}{4}\right)$ مساوی است به:

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3 \bullet)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

147- معادله مثلثاتی $2 \cos x = 1$ در انتروال $[0, \pi/2]$ چند حل دارد؟

$$(4) \text{ لایتناهی حل دارد}$$

$$(3 \bullet) \text{ یک حل دارد}$$

$$(2) \text{ دو حل دارد}$$

$$(1) \text{ حل ندارد}$$

$$-148 \cos(\cos(\cos \pi/2)) \text{ مساوی است به:}$$

$$\cos 1 \quad (4 \bullet)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$\cos^3 \pi/2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ هیچکدام}$$

$$-149 \frac{\cos 25^\circ - \sin 65^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 10^\circ} \text{ مساوی است به:}$$

$$\sin 15^\circ \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \sin 35^\circ \quad (3) \quad 0 \quad (4) \bullet$$

150- افاده مثلثاتی $\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$ مساوی است به:

$$\sin \alpha \sin \beta \quad (1) \quad 2 \sin \alpha \sin \beta \quad (2) \quad \cos \alpha \cos \beta \quad (3) \quad 2 \cos \alpha \cos \beta \quad (4) \bullet$$

151- $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ مساوی است به:

$$\sin(\alpha + \beta) \quad (1) \quad \sin(\alpha - \beta) \quad (2) \bullet \quad \cos(\alpha - \beta) \quad (3) \quad \cos(\alpha + \beta) \quad (4)$$

152- $\sin^2 1^\circ$ مساوی است به:

$$\frac{1 - \cos 89^\circ}{2} \quad (1) \quad \frac{1 + \cos 89^\circ}{2} \quad (2) \quad \frac{1 + \cos 2^\circ}{2} \quad (3) \quad \frac{1 - \cos 2^\circ}{2} \quad (4) \bullet$$

153- یک حل معادله مثلثاتی $\sin 2x \cdot \cos x - \sin x = 0$ عبارت است از:

$$x = \frac{\pi}{3} \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (2) \bullet \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{12} \quad (4)$$

154- اگر A, B و C زوایای یک مثلث، a, b و c طول اضلاع مقابل آن باشد پس

$$\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} \text{ مساوی است به:}$$

$$2 \frac{b}{\sin B} \quad (1) \quad \frac{\sin B}{b} \quad (2) \quad \frac{b}{\sin 2B} \quad (3) \quad \frac{b}{\sin B} \quad (4) \bullet$$

155- حل‌های معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x = 0$ عبارت است از:

$$x = \frac{2\pi}{3}, x = 0 \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad x = \frac{3\pi}{2}, x = \pi \quad (3) \quad x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6} \quad (4) \bullet$$

156- گراف تابع $y = \sin x$ در انتروال $\left[-\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$ چند نقطه اصغری دارد؟

$$1 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad \text{ندارد} \quad (3) \quad 2 \quad (4) \bullet$$

157- حاصل افاده مثلثاتی $(\sin^2 \theta + 1)(\sin^2 \theta - 1)$ مساوی است به:

$$\sin^2 \theta - 1 \quad (1) \quad \cos^2 \theta - 1 \quad (2) \quad \cos^4 \theta - 1 \quad (3) \quad \cos^4 \theta - 2 \cos^2 \theta \quad (4) \bullet$$

158- $\frac{\sin(x+2) \cos(x+2) \tan(x+2) \cot(x+2)}{1 - \sin^2(x+2)}$ مساوی است به:

$$\sin(x+2) \quad (1) \quad \cos(x+2) \quad (2) \quad \tan(x+2) \quad (3) \bullet \quad \cot(x+2) \quad (4)$$

159- $y = 3 \sin x$ در کدام یکی از نقاط ذیل اصغری دارد:

$$x = \pi \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (3) \quad x = \frac{3\pi}{2} \quad (4) \bullet$$

160- قیمت افاده $\sin \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}$ مساوی است به:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1) \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \bullet \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

161- قیمت افاده مثلثاتی $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{5\pi}{2} + \tan \frac{\pi}{4}$ مساوی است به:

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) -1

162- اگر $\frac{\sin x}{a} = \frac{\cos x}{b} = k$ باشد، پس $k(a+b)$ مساوی است به:

- (1) $(1 - \sin 2x)^{\frac{1}{2}}$ (2) $1 + \sin 2x$ (3) $(1 + \sin 2x)^{\frac{1}{2}}$ (4) $(1 + \sin 2x)^2$

163- افاده مثلثاتی $\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ مساوی است به:

- (1) $-\sin \alpha$ (2) $\sin \alpha$ (3) $\tan \alpha$ (4) $\cos \alpha$

164- افاده مثلثاتی $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ مساوی است به:

- (1) -1 (2) $\sin^2 \alpha$ (3) $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ (4) 1

165- افاده $4 \sin^2 2\theta \cos^2 2\theta$ مساوی است به:

- (1) $\sin^2 4\theta$ (2) $\sin 5\theta$ (3) $\frac{1}{4} \sin 4\theta$ (4) $\cos 5\theta$

166- گراف کدام یک از توابع ذیل نظر به مبدأ کمیات وضعیه متناظر است؟

- (1) $y = |x|$ (2) $y = \cos x$ (3) $y = x^2$ (4) $y = \sin x$

167- حاصل افاده مثلثاتی $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$ مساوی است به:

- (1) صفر (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$

168- افاده مثلثاتی $\tan 60^\circ \tan 45^\circ \tan 45^\circ \tan 30^\circ$ مساوی است به:

- (1) 1 (2) 0 (3) $\sqrt{3}$ (4) 2

169- برای کدام قیمت های a سیستم معادلاتی $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x - \cos y = a \end{cases}$ حل دارد:

- (1) $-3 \leq 4a \leq 1$ (2) $-\sqrt{3} \leq 4a \leq 1$ (3) $-\sqrt{3} \leq a \leq 1$ (4) $0 \leq 4a \leq 1$

170- هرگاه $\cos \theta > 0$ و $\tan \theta < 0$ باشد، در اینصورت زاویه θ در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (1) ناحیه سوم (2) ناحیه چهارم (3) ناحیه دوم (4) ناحیه اول

171- حاصل افاده مثلثاتی $\cos 20^\circ \cdot \cos 25^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 25^\circ$ مساوی است به:

- (1) $\sin 30^\circ$ (2) $\cos 45^\circ$ (3) $\cos 30^\circ$ (4) $\cos 15^\circ$

172- هرگاه شعاع یک دایره 12cm و مساحت قطاع آن $36\pi\text{cm}^2$ باشد، پس زاویه قطاع آن عبارت است از:

- (1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{2}$

173- هرگاه $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$ باشد، پس $\sin 2x$ مساوی است به:

- (1) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$ (3) $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$ (4) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$

174- اگر $3\sin\theta + 4\cos\theta = -\sqrt{7}$ باشد، پس $|3\sin\theta + 4\cos\theta|$ مساوی است به:

- (1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) $\sqrt{8}$ (4) $\sqrt{5}$

175- معادله مثلثاتی $2\sin x - 1 = 0$ در انتروال $[0, \pi]$ چند حل دارد؟

- (1) حل ندارد (2) یک حل (3) بی نهایت حل دارد (4) دو حل

176- حاصل $(\sec x + \csc x)^2 - (\sec x - \csc x)^2$ مساوی است به:

- (1) $\sec x \cdot \csc x$ (2) $4\sec x \cdot \csc x$

- (3) $2\sec x \cdot \csc x$ (4) $3\sec x \cdot \csc x$

177- معادله $\sqrt{3} - 2\sin\alpha = 0$ برای کدام یکی از قیمت های ذیل α صحت دارد؟

- (1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{6}$

178- $\cos^2(\cos 99\pi)$ مساوی است به:

- (1) $\cos^2(-1)$ (2) $\cos(-1)$ (3) $\cos^2(1)$ (4) هیچکدام

179- هرگاه $\cot x = a$ باشد، پس $\cot(\pi + x)$ از جنس a مساوی است به:

- (1) a (2) $\frac{a}{3}$ (3) $-a$ (4) $-\frac{a}{3}$

180- افاده $\sin 15^\circ \cdot \cos 75^\circ$ مساوی است به:

- (1) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ (3) $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ (4) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$

181- $1 - 2\sin^2 \frac{x}{5}$ مساوی است به:

- (1) $\cos \frac{2x}{5}$ (2) $\sin \frac{2x}{5}$ (3) $-\cos \frac{2x}{5}$ (4) $\cos \frac{x}{5}$

182- اگر شعاع یک دایره $\frac{3}{\pi} \text{ cm}$ باشد، طول قوس که در مقابل زاویه مرکزی $\frac{\pi}{9}$ واقع است مساوی است

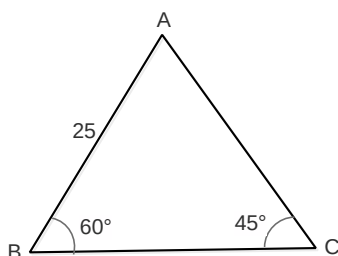
به:

- (1) 3 cm (2) 9 cm (3) $\frac{1}{3} \text{ cm}$ (4) 4 cm

183- مطابق شکل ذیل طول $\overline{AC}$ مساوی است به:

- (1) $25\sqrt{5}$ (2) $25\sqrt{\frac{2}{3}}$

- (3) 25 (4) $25\sqrt{\frac{3}{2}}$



84- $\cos 18^\circ \cdot \sec 18^\circ - 1$ مساوی است به:

- (1) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (3) 0 (4) ● 1

185- اگر $\sin x + \frac{1}{\sin x} = 2$ باشد، پس در آنصورت قیمت x مساوی است به:

- (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) ● $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

186- $2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ مساوی است به:

- (1) $\sin x + \sin y$ (2) $\cos x + \cos y$ (3) $\cos x - \cos y$ (4) ● $\sin x - \sin y$

187- $\sin^2(\sqrt{60}) + \cos^2(2\sqrt{15})$ مساوی است به:

- (1) 2 (2) $\cos(2\sqrt{60})$ (3) $\sin(2\sqrt{60})$ (4) ● 1

188- یک حل معادله مثلثاتی $6 \cos^2 x - 5 \cos x + 1 = 0$ عبارت است از:

- (1) $x = \frac{\pi}{2}$ (2) $x = \frac{\pi}{4}$ (3) $x = \frac{\pi}{6}$ (4) ● $x = \frac{\pi}{3}$

189- حاصل $\frac{4 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 40^\circ}$ مساوی است به:

- (1) $-\cot 40^\circ$ (2) ● $\tan 40^\circ$ (3) $\cot 40^\circ$ (4) هیچ کدام

190- در یک دایره زاویه مرکزی $\frac{\pi}{8}$ و طول قوس مقابل $8\pi \text{ cm}$ باشد پس شعاع این دایره مساوی است به:

- (1) 68 cm (2) 60 cm (3) ● 64 cm (4) هیچ کدام

191- معادله $\sqrt{2} - 2 \sin \alpha = 0$ برای کدام قیمت های α صحت دارد؟

- (1) ● $\frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{6}$

192- $\frac{1 + \tan \frac{\pi}{12}}{1 - \tan \frac{\pi}{12}}$ مساوی است به:

- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (3) ● $\sqrt{3}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

193- اگر ABC یک مثلث متساوی الساقین باشد و a و b طول ساق ها و B, A بالترتیب زوایای مقابل

سه ضلع باشد روابط ذیل در مثلث مذکور درست است :

- (1) $\frac{a}{\sin B} = \frac{b}{\sin A}$ (2) $\frac{a}{\sin 2A} = \frac{c}{\sin C}$ (3) $\frac{\sin A}{a^2} = \frac{\sin C}{c}$ (4) ● $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$

194- $\frac{\cos\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)}$ مساوی است به:

- 1 (1) $\tan^2 \frac{1}{2}$ (2) $\cot \frac{1}{2}$ (3) ● 4 صفر
- 195- افاده مثلثاتی $(1 + \csc x)^2 + (1 - \csc x)^2$ مساوی است به:
- 1 (1) $1 + 2 \sec^2 x$ ● (2) هیچکدام (3) $1 - 2 \cot^2 x$ (4) $4 + 2 \cos^2 x$
- 196- $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ مساوی است به:
- 1 (1) 1 (2) 2 (3) ● (4) -1
- 197- برای یکی از قیمت های ذیل x معادله $20 \sin x = \frac{10}{\cos x}$ صدق می کند:
- 1 (1) 0° (2) 20° (3) 30° ● (4) 45°
- 198- برای کدام یکی از قیمت های ذیل x معادله $\frac{\cos x}{8} + \frac{\cos x}{20} = 0$ صدق می کند:
- 1 (1) 60° (2) 0° (3) 45° ● (4) 90°
- 199- افاده مثلثاتی $\frac{\sin 80^\circ \cdot \sec 40^\circ}{2 \sin 40^\circ}$ مساوی است به:
- 1 (1) 0 (2) 4 (3) ● 1 (4) 3
- 200- در معادله $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ قیمت x مساوی است به:
- (1) $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$ (2) $x = -\frac{2k\pi}{3}$ (3) $x = \frac{2k\pi}{3}$ (4) $x = -\frac{\pi}{12}$
- 201- $\tan\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ مساوی است به:
- 1 (1) 1 (2) ● $\sqrt{3}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{3}$
- 202- $\sin^3(\sin \pi)$ مساوی است به:
- (1) 0 (2) $\sin^4(\pi) + 1$ (3) هیچکدام (4) $\sin^4(1)$
- 203- $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ مساوی است به:
- 1 (1) $\cos \pi$ (2) $\cos \frac{4\pi}{5}$ (3) $\cos\left(6\frac{\pi}{5}\right)$ ● (4) $\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)$
- 204- حل معادله مثلثاتی $\tan\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) - 1 = 0$ عبارت است از:
- (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{12}$
- 205- معادله مثلثاتی $\sin x - 1 = 0$ چند حل دارد:
- (1) بی نهایت حل ها (2) دو حل (3) حل ندارد (4) یک حل
- 206- تابع $y = 3 \sin x$ در کدام یک از نقطه ذیل اعظمی است؟

$$(1) 0 \quad (2) \pi \quad (3) \frac{\pi}{4} \quad (4) \bullet \frac{\pi}{2}$$

207- افاده مثلثاتی $\frac{\sec x}{1 + \tan x} - \frac{1 + \tan x}{\sec x}$ مساوی است به:

$$(1) \frac{2 \cos x}{1 + \tan x} \quad (2) \bullet -\frac{2 \sin x}{1 + \tan x} \quad (3) -\frac{2 \cos x}{1 + \tan x} \quad (4) -\frac{2 \sin x}{1 + \tan x}$$

208- یک حل معادله $\cos 2x + \sin x = 0$ عبارت است از:

$$(1) \bullet \frac{\pi}{2} \quad (2) \frac{\pi}{7} \quad (3) \frac{\pi}{5} \quad (4) -\frac{\pi}{7}$$

209- افاده مثلثاتی $(\sin x - 1)^2 + (\sin x + 1)^2$ مساوی است به:

$$(1) 4 \sin x + 2 \cos^2 x \quad (2) \bullet 4 \sin^2 x + 2 \cos^2 x$$

$$(3) 4 \cos^2 x + 2 \sin^3 x \quad (4) 4 \cos^2 x + 2 \sin^2 x$$

210- هرگاه $x = 60$ باشد، پس قیمت $2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ مساوی است به:

$$(1) \sqrt{3} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) -\frac{1}{2} \quad (4) \bullet \frac{\sqrt{3}}{2}$$

211- کدام یک از زوایای ذیل با زاویه $\frac{\pi}{4}$ کوترمینل نمی باشد:

$$(1) -\frac{7\pi}{4} \quad (2) \frac{9\pi}{4} \quad (3) \bullet \frac{5\pi}{4} \quad (4) \frac{17\pi}{4}$$

212- گراف تابع $f(x) = \cot x$ در کدام یکی از نقاط ذیل انعطاف دارد؟

$$(1) \left(0, -\frac{\pi}{2}\right) \quad (2) \bullet \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right) \quad (3) \left(\frac{\pi}{4}, 1\right) \quad (4) \left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$$

213- هرگاه x زاویه حاده باشد در این صورت افاده $\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}$ مساوی است به:

$$(1) \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \sin x}} \quad (2) \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} \quad (3) \bullet \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \cos x}} \quad (4) \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \cos x}}$$

214- افاده مثلثاتی $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ مساوی است به:

$$(1) -2 \quad (2) -1 \quad (3) \bullet 2 \quad (4) 1$$

215- حاصل افاده مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$ مساوی است به:

$$(1) \bullet 2 \quad (2) -2 \quad (3) -3 \quad (4) 3$$

216- هرگاه $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ و $\cos \theta = \frac{1}{3}$ باشد پس $\cos \frac{\theta}{2}$ مساوی است به:

$$(1) -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2) -\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (3) \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4) \bullet \frac{\sqrt{6}}{3}$$

217- حاصل $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ مساوی است به:

$$\bullet 1 \quad 2 \cos \theta \quad (2 \quad \cos \theta \quad (3 \quad 2 \sin \theta \quad (4 \quad \sin \theta$$

218- حاصل $2 \sin 45^\circ \cdot \sin 15^\circ$ مساوی است به:

$$\bullet 1 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2 \quad \frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad (3 \quad \frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad (4 \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

219- گراف تابع $f(x) = \sin x$ در کدام یکی از نقاط ذیل انعطاف دارد:

$$\bullet 2 \quad \text{همه درست است} \quad (3 \quad \pi \quad (4 \quad 0$$

220- کدام یک از نسبت های مثلثاتی زیر برای قیمت $\theta = \frac{5\pi}{2}$ معین نمی باشد:

$$\bullet 1 \quad \tan \theta \quad (2 \quad \cot \theta \quad (3 \quad \sin \theta \quad (4 \quad \cos \theta$$

$$221\text{-سیستم} \begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \tan x+\tan y=-2 \end{cases} \text{چند حل دارد:}$$

$$\bullet 1 \quad \text{حل ندارد} \quad (2 \quad \text{یک حل} \quad (3 \quad \text{بی نهایت حل ها} \quad (4 \quad \text{دو حل}$$

$$222\text{-سیستم} \begin{cases} x+y=\alpha \\ \sin x \cdot \cos y=a \end{cases} \text{حل دارد، اگر:}$$

$$\bullet 1 \quad \cos^2 \frac{\alpha}{2} < a < \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (2 \quad -\cos^2 \frac{\alpha}{2} \leq a \leq \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\bullet 3 \quad a > \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (4 \quad a < -\cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

223- حاصل $\sin^2 x (1 + \cot^2 x)$ مساوی است به:

$$\bullet 1 \quad \cos x \quad (2 \quad -1 \quad (3 \quad 1 \quad (4 \quad \sin x$$

224- یک حل معادله $3 \cos^2 x + 2 \cos x - 5 = 0$ عبارت است از:

$$\bullet 1 \quad x = -\frac{\pi}{3} \quad (2 \quad x = 0 \quad (3 \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (4 \quad x = \frac{\pi}{3}$$

225- در کدام یکی از قیمت های ذیل x معادله $18\sqrt{3} \sin x - 9\sqrt{6} = 0$ صدق می کند:

$$\bullet 1 \quad 30^\circ \quad (2 \quad 60^\circ \quad (3 \quad 45^\circ \quad (4 \quad 90^\circ$$

226- هر گاه طول اضلاع یک مثلث بالترتیب $a=4, b=5, c=7$ باشد پس شعاع دایره محیطی این

مثلث عبارت است از:

$$\bullet 1 \quad 40\sqrt{6} \quad (2 \quad 35\sqrt{6} \quad (3 \quad \frac{35\sqrt{6}}{24} \quad (4 \quad \frac{\sqrt{6}}{24}$$

227- برای کدام قیمت ذیل x معادله $4 \sin x - 2 = 0$ صدق می کند:

$$\bullet 1 \quad x = -\frac{\pi}{2} \quad (2 \quad x = \frac{\pi}{6} \quad (3 \quad x = \frac{\pi}{2} \quad (4 \quad x = 2\pi$$

228- میل خط مستقیم $x \sin \frac{97\pi}{6} - y \cos \frac{97\pi}{6} = 1$ عبارت است از:

$$1 \bullet \quad -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1) \quad \sqrt{3} \quad (2) \quad -\sqrt{3} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (4)$$

229- $\sin 3x + \sin x$ مساوی است به:

$$1 \bullet \quad 2 \sin 2x \cdot \cos x \quad (1) \quad \cos 2x \cdot \sin x \quad (2) \quad \text{هیچکدام} \quad (3) \quad \sin 3x \cdot \cos x \quad (4)$$

230- حاصل $\cot \frac{11\pi}{6}$ مساوی است به:

$$1 \quad \sqrt{3} \quad (1) \quad -\sqrt{2} \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (3) \quad -\sqrt{3} \quad (4) \bullet$$

231- افاده مثلثاتی $\frac{\sin 2x + 2 \sin x}{2 \cos x + 2}$ مساوی است به:

$$1 \bullet \quad \sin x \quad (1) \quad \cos \frac{x}{2} \quad (2) \quad \sin \frac{x}{2} \quad (3) \quad \cos x \quad (4)$$

232- $\cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$ مساوی است به:

$$1 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad 4 \bullet \quad \text{هیچکدام} \quad (4)$$

233- یک حل معادله مثلثاتی $4 \tan x + \cot x - 5 = 0$ عبارت است از:

$$1 \quad x = -\frac{\pi}{3} \quad (1) \quad x = \frac{\pi}{3} \quad (2) \bullet \quad x = \frac{\pi}{4} \quad (3) \quad x = -\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

234- ناحیه تعریف $y = \sec x$ عبارت است از:

$$1 \bullet \quad IR / \{x; \cos x = 0\} \quad (1) \bullet \quad IR / \{x; \sin x = 0\} \quad (2)$$

$$3 \quad IR / \{0\} \quad (3) \quad IR / \{x; \sec x = 0\} \quad (4)$$

235- $\cos a \cdot \cos(60-a) \cdot \cos(60+a)$ مساوی است به:

$$1 \quad \cos^2 a - \frac{3}{4} \cos a \quad (1) \quad \cos^3 a + \frac{3}{4} \cos a \quad (2)$$

$$3 \bullet \quad \cos^3 a - \frac{3}{4} \cos a \quad (3) \bullet \quad \cos^2 a + \frac{3}{4} \cos a \quad (4)$$

236- افاده مثلثاتی $\frac{2 \sin 26^\circ + 2 \cos 64^\circ}{4 \sin 13^\circ \cdot \cos 13^\circ}$ مساوی است به:

$$1 \quad -2 \quad (1) \quad 2 \bullet \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

237- اگر شعاع یک دایره $\frac{1}{9} \text{ cm}$ و زاویه مرکزی آن $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ باشد، پس مساحت قطعه دایره مساوی است

به:

$$1 \quad \frac{1}{16} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ cm}^2 \quad (1) \quad \frac{1}{162} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ cm}^2 \quad (2)$$

$$3 \bullet \quad \frac{1}{162} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ cm}^2 \quad (3) \bullet \quad \frac{1}{162} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{6} \right) \text{ cm}^2 \quad (4)$$

238- حاصل $2 \cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ$ مساوی است به:

$$(1) \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \bullet \frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad (3) -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

239- اگر $\sin^2 \theta = \frac{3}{4}$ باشد، پس کمیت θ مساوی است به:

$$(1) 90^\circ \quad (2) 45^\circ \quad (3) \bullet 60^\circ \quad (4) 30^\circ$$

240- $2 \cos^2 3x - 1$ مساوی است به:

$$(1) \bullet \cos 6x \quad (2) \cos 3x \quad (3) \sin 6x \quad (4) -\cos 6x$$

241- حل معادله $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$ عبارت است از:

$$(1) \frac{\pi}{3} \quad (2) \bullet \frac{\pi}{2} \quad (3) \frac{\pi}{4} \quad (4) \frac{3\pi}{2}$$

242- اگر $\sin \theta = \frac{4}{5}$ و ضلع اول زاویه θ روی محور x و ضلع دوم آن در ربع دوم واقع باشد، $\cos \theta$

مساوی است به:

$$(1) \bullet -\frac{3}{5} \quad (2) \frac{3}{5} \quad (3) \frac{5}{3} \quad (4) -\frac{5}{3}$$

243- $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ مساوی است به:

$$(1) \cos 2x \quad (2) \sin 2x \quad (3) \bullet \frac{1}{2} \cos 2x \quad (4) 2 \cos 2x$$

244- افاده مثلثاتی $\frac{1}{\cot^2 \theta}$ مساوی است به:

$$(1) -\csc^2 \theta \quad (2) \sec^2 \theta \quad (3) -\sin^2 \theta \quad (4) \bullet \tan^2 \theta$$

245- برای کدام قیمت ذیل x معادله $\tan\left(\frac{3x}{2}\right) = \sqrt{3}$ صدق می کند:

$$(1) x = -\frac{\pi}{3} \quad (2) \bullet x = \frac{2\pi}{9} \quad (3) x = \frac{9\pi}{2} \quad (4) x = \frac{\pi}{3}$$

246- حاصل افاده $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \tan^2 \frac{\pi}{5}$ مساوی است به:

$$(1) \frac{4}{9 \cos^2 36^\circ} \quad (2) \bullet \frac{2}{3} \sec^2 \frac{\pi}{5} \quad (3) \frac{3}{2} \sec \frac{\pi}{5} \quad (4) \frac{2}{3} \tan^2 \frac{\pi}{5}$$

247- $\sin 60^\circ + \sin 30^\circ$ مساوی است به:

$$(1) \cos 15^\circ \quad (2) \sqrt{2} \sin 15^\circ \quad (3) \bullet \sqrt{2} \cos 15^\circ \quad (4) -\sqrt{2} \cos 15^\circ$$

248- اگر $\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$ باشد، پس $\sin^2 \theta$ مساوی است به:

$$(1) 2 \quad (2) \frac{5}{4} \quad (3) \frac{3}{2} \quad (4) \bullet \frac{1}{2}$$

$$-249 \quad \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)] \text{ مساوی است به:}$$

$$-\sin x \cdot \sin y \quad (1) \quad -\cos x \cdot \cos y \quad (2) \quad \bullet (3) \quad \cos x \cdot \cos y \quad (4) \quad -\sin x \cdot \sin y$$

$$-250 \quad \text{افاده مثلثاتی} \quad \frac{(\sin \beta - \cos \beta)^2}{\sin \beta} \text{ مساوی است به:}$$

$$\csc \beta + 2 \cos \beta \quad (1) \quad \cos^2 \beta \quad (2) \quad \sin^2 \beta \quad (3) \quad \bullet (4) \quad \csc \beta - 2 \cos \beta$$

$$-251 \quad \text{حل های معادله مثلثاتی} \quad 2 \sin x - 1 = 0 \text{ در انترال } [0, \pi] \text{ مساوی است به:}$$

$$\begin{array}{llll} x_1 = -\frac{\pi}{3} & x_1 = \frac{\pi}{3} & x_1 = \frac{\pi}{6} & x_1 = -\frac{\pi}{6} \\ (4) & (3) & \bullet (2) & (1) \\ x_2 = \frac{2\pi}{3} & x_2 = \frac{2\pi}{3} & x_2 = \frac{5\pi}{6} & x_2 = \frac{5\pi}{6} \end{array}$$

$$-252 \quad \text{یک حل معادله مثلثاتی} \quad 2 \cot^2 x - 4 \cot x + 2 = 0 \text{ عبارت است از:}$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (4) \quad \frac{\pi}{3} \quad (3) \quad \frac{\pi}{4} \quad \bullet (2) \quad \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$-253 \quad \text{حاصل} \quad \cos 8x + \cos 6x \text{ مساوی است به:}$$

$$\frac{1}{2} \sin 7x \quad (1) \quad \bullet (2) \quad 2 \cos 7x \cdot \cos x \quad (3) \quad \cos 7x \cdot \cos x \quad (4) \quad \cos 7x$$

$$-254 \quad \text{افاده} \quad \tan \alpha \cdot \sin \alpha \text{ از جنس} \quad \cos \alpha \text{ مساوی است به:}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (1) \quad \bullet (2) \quad \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} \quad (3) \quad \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \quad (4) \quad -\cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$-255 \quad \text{افاده مثلثاتی} \quad \frac{\sin 2x + 4 \cos x}{2 \sin x + 4} \text{ مساوی است به:}$$

$$\sin x \quad (1) \quad \bullet (2) \quad \cos x \quad (3) \quad \frac{1}{4} \quad (4) \quad 4$$

$$-256 \quad \sin^2 \frac{4x+8}{2} \text{ مساوی است به:}$$

$$\frac{\cos(x+1)}{2} \quad (1) \quad \bullet (2) \quad \text{هیچکدام} \quad (3) \quad \frac{1}{2} - \frac{\cos(x+1)}{2} \quad (4) \quad 1 - \cos(x+1)$$

$$-257 \quad 200 \text{ گراد چند رادیان می شود؟}$$

$$\pi \quad \bullet (1) \quad \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad \frac{7\pi}{6} \quad (3) \quad 2\pi \quad (4)$$

$$-258 \quad \text{قیمت} \quad \cos \alpha \text{ از جنس} \quad \tan \frac{\alpha}{2} \text{ عبارت است از:}$$

$$\frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\alpha}{2}} \quad (1) \quad (2) \quad \frac{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \bullet (3) \quad \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \quad (4) \quad \frac{2 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + 2 \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$-259 \quad \sin 62 + \sin 31 \cdot \cos 31 \text{ مساوی است به:}$$

$$\frac{3}{2}\sin 62 \quad (4) \bullet \quad \frac{3}{2}\cos 62 \quad (3) \quad 3\sin 31 \cdot \cos 62 \quad (2) \quad 3\sin 32 \cdot \cos 62 \quad (1)$$

260- $\sin^2 2x (\sec^2 x + \csc^2 x)$ مساوی است به:

$$4 \sin^2 2x \quad (4) \quad 4 \sec^2 x - 1 \quad (3) \quad 1 \quad (2) \quad 4 \quad (1) \bullet$$

261- افاده مثلثاتی $\frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{1 - 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 a}$ مساوی است به:

$$\sin 2a \cdot \cos 2a \quad (4) \quad \sin 2a \quad (3) \quad -1 \quad (2) \quad 1 \quad (1) \bullet$$

262- $\tan 225^\circ$ مساوی است به:

$$1 \quad (4) \bullet \quad -1 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad -2 \quad (1)$$

263- هرگاه $\tan x = a$ باشد، پس $\tan(x + \pi)$ عبارت است از:

$$a \quad (4) \bullet \quad -a \quad (3) \quad \frac{1}{2}a \quad (2) \quad -\frac{1}{2}a \quad (1)$$

264- افاده مثلثاتی $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$ مساوی است به:

$$\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \quad (4) \bullet \quad \frac{\cos x}{1 - \sin x} \quad (3) \quad \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} \quad (2) \quad \frac{\sin x}{1 + \cos x} \quad (1)$$

265- برای کدام یکی از قیمت های x معادله $\tan(6x - 1) = 1$ صدق می کند:

$$x = \frac{\pi + 4}{24} \quad (4) \bullet \quad x = \frac{\pi - 4}{24} \quad (3) \quad x = -\frac{\pi}{16} \quad (2) \quad x = \frac{\pi}{16} \quad (1)$$

266- حاصل افاده مثلثاتی $(\sqrt{2} \sin \theta - 1)(\sqrt{2} \sin \theta + 1)$ مساوی است به:

$$-\cos 2\theta \quad (4) \bullet \quad \cos^2 \theta - 1 \quad (3) \quad \cos 2\theta \quad (2) \quad \sin^2 \theta - 1 \quad (1)$$

267- حل معادله $\tan x = 1$ عبارت است از:

$$2\pi \quad (4) \quad \frac{\pi}{4} \quad (3) \bullet \quad \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad \frac{3\pi}{2} \quad (1)$$

268- افاده مثلثاتی $\csc 10^\circ - \sqrt{3} \sec 10^\circ$ مساوی است به:

$$1 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad 4 \quad (1) \bullet$$

269- هرگاه A و C زوایای داخلی مثلث بوده و a و c طول اضلاع مقابل آن باشد، در آنصورت $\frac{a+c}{a-c}$

مساوی است به:

$$\frac{\tan(A+C)}{\tan(A-C)} \quad (4) \quad \frac{\tan \frac{A+C}{2}}{\tan \frac{A-C}{2}} \quad (3) \bullet \quad \frac{\tan(A-C)}{\tan(A+C)} \quad (2) \quad \tan(A-C) \quad (1)$$

*** پایان ***